

# Finite Elemente Approximation des Erdschwerefeldes

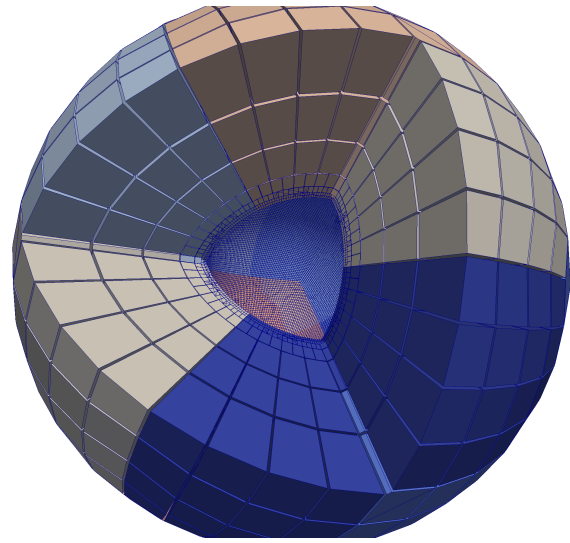
W.-D. Schuh, C. Burstedde, J. M. Brockmann, N. Röder, Universität Bonn

Aus mathematisch-informatischer Sicht bildet die Rekonstruktion des Erdschwerefeldpotentials aus Meßdaten ein schlecht gestelltes Datenanpassungsproblem mit ca. 60.000 bis 100.000 Parametern. Die globale Darstellung des Schwerefelds der Erde basiert zumeist auf sphärischen harmonischen Kugelfunktionen. Deren Einsatz beruht auf der Universalität dieser Darstellungsart im Hinblick auf unterschiedliche Messungen sowohl im Außenraum der Erde wie auch an der Erdoberfläche.

Diesen Vorteilen stehen eine Reihe von Nachteilen gegenüber, die vorrangig durch die Globalität der sphärischen harmonischen Kugelfunktionen und dem Vorliegen unregelmäßig verteilter Messpunkte bedingt sind. Ferner ist die Darstellungsform über Kugelfunktionen nur schlecht geeignet um lokale Verfeinerungen durchzuführen oder auch Modellkoppelungen mit anderen Erdsystemmodellen durchzuführen.

Erstes Kernziel dieses Projektes ist, im Hinblick auf die erfaßten Satellitendaten, *geeignete mathematische Darstellungen* zu finden. Dabei lassen wir uns leiten von den einander widersprechenden Forderungen nach Harmonizität, bestmöglicher Datenanpassung und Lokalität der Basisfunktionen, deren spezielles Zusammenspiel in diesem Forschungsprojekt studiert werden soll.

Den Arbeiten von Meissl (1981) folgend, wollen wir zu diesem Zweck multiskalige Finite Elemente einsetzen. Wir wählen einen Gebietszerlegungsansatz der Kugel in sphärische Prismen basierend auf sechs sphärischen Kappen und Verfeinerungen über eine Octree-Struktur. Die massive parallele Implementierung wird über die `p4est` Bibliothek implementiert (Burstedde et al., 2011). Der Finite Elemente Ansatz basiert auf klassischen Lagrange Elementen, wobei die Freiheitsgrade auf die Gauß-Legendre-Lobatto Quadraturpunkte gelegt werden. Besondere Herausforderungen bildet die Modellierung der Infiniten Randelemente, die Untersuchung des Einflusses der Stetigkeiten in den Elementübergängen, die Auswirkungen der vorgegebene Datenverteilung entlang der Satellitenorbits und die Integration von Filtern zur Dekorrelation der Messabweichungen (Schuh, 2016).



Gebietszerlegung über der 3D Hohlkugel  
mit Octree Verfeinerungen

## Literatur

- Burstedde, C., L. Wilcox, O. Ghattas (2011): `p4est`: Scalable algorithms for parallel adaptive mesh refinement on forests of octrees. *SIAM J. Sci. Comput.*, 33(3):1103–1133.
- Meissl, P. (1981): The use of finite elements in physical geodesy. *Reports of the Department of Geodetic Science*, Band 313. Ohio State University (OSU), Ohio.
- Schuh, W.-D. (2016): Signalverarbeitung in der Physikalischen Geodäsie. Freeden, W., R. Rummel, (Hrsg.), *Handbuch der Geodäsie*, Band Erdmessung und Satellitengeodäsie *MeteorSystem*, S. 1–49. Springer. doi:10.1007/978-3-662-46900-2\_15-1. URL [http://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-662-46900-2\\_15-1](http://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007/978-3-662-46900-2_15-1). `BIBTEX`, `PDF`.