

Institut für Geodäsie und Geoinformation

Professur für Theoretische Geodäsie

Lokalisierung und Modellierung
von Senkungen in einem
Braunkohleabbaugebiet

Bachelorarbeit

im Bachelorstudiengang Geodäsie und Geoinformation

an der Hohen Landwirtschaftlichen Fakultät

der Rheinischen Friedrich–Wilhelms–Universität

zu Bonn

vorgelegt am 6. August 2010 von

Malwin Eichborn

aus Solingen

Bonn 2010



Erster Prüfer: Prof. Dr. techn. W.-D. Schuh

Zweiter Prüfer: Dipl.-Ing. Andreas Ernst

Prof. Dr. Wolf-Dieter Schuh
Nußallee 17
53115 Bonn

Telefon (0228) 73 26 26
Telefax (0228) 73 64 86
<http://www.geod.uni-bonn.de>

29. März 2010

Bachelorarbeit für Malwin Eichborn

Thema:

Lokalisierung und Modellierung von Senkungen in einem Braunkohleabbaugebiet

Um Braunkohle fördern zu können, muss der Grundwasserspiegel in den Abbaugruben bis auf die Braunkohlesohle abgesenkt werden. Durch das nachfließende Grundwasser in der Umgebung sinkt der Grundwasserspiegel in der ganzen Region. Der Grundwasserentzug führt zu kontinuierlichen Senkungen der Oberfläche in den betroffenen Gebieten. Die auftretenden Senkungen sollen im Rahmen der Arbeit aufgedeckt und modelliert werden.

Als Datengrundlagen dienen Nivellementsergebnisse vom GEOBasis NRW, die in mehreren Epochen in Abständen von 5 Jahren gemessen wurden. Sie liegen großflächig für den Westen Nordrhein-Westfalens vor.

In der Bachelorarbeit soll das Problem der kontinuierlichen Senkung erläutert und die Deformationen in zwei Schritten erarbeitet werden:

- Im ersten Schritt sollen aus den Beobachtungsdaten in einem Einzelepochenausgleich Höhen geschätzt werden, um aus diesen Differenzen zwischen den Epochen zu bilden. Auf der Grundlage der berechneten Differenzbilder sollen die Deformationen lokalisiert werden und ein geeignetes Modell entwickelt werden.
- Im zweiten Schritt soll das Deformationsverhalten der Region in einem Mehrepechenausgleich entsprechend des entwickelten Modells bestimmt werden. Dabei sollen lokale oder globale Deformationsgeschwindigkeiten und -beschleunigungen geschätzt, auf Signifikanz überprüft und visualisiert werden.

Die bestimmten Deformationen sollen graphisch dargestellt und analysiert werden.

Bonn, den 29. März 2010

Wolf-Dieter Schuh

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Bonn, den 06.08.2010

Malwin Eichborn

Zusammenfassung

In Nordrhein-Westfalen finden, durch Bergbau und Plattentektonik bedingt, auf etwa 25% der Landesfläche Bodenbewegungen statt. Diese Deformationen haben natürliche und anthropogene Ursachen, welche sich überlagern. Für die Festpunktfelder der Landesvermessung ist es daher erforderlich, die auftretenden Deformationen festzustellen und zu überwachen, damit über lange Zeit stabile Anschlusspunkte vorhanden sind und Netzverdichtungen sinnvoll durchgeführt werden können.

Im Rahmen dieser Arbeit werden Bodenbewegungen in der niederrheinischen Bucht aufgedeckt und modelliert. Diese tauchen in den dortigen Bergbauregionen, die durch Braunkohleabbau im Tagebau und bis vor wenigen Jahren durch Steinkohlegewinnung geprägt sind, aufgrund von Grundwasserabsenkungen auf. Als Messdatengrundlage dient das Leitnivellement „Rheinbraun“ mit ca. 2000 Doppelkilometer Nivellement aus den Jahren 2001, 2005 und 2009.

Nach einer Beschreibung der Problemstellung wird auf die Geologie, Hydrologie und Tektonik der niederrheinischen Bucht eingegangen, die Ursache der Bodenbewegung ermittelt sowie ein Einstieg in die Deformationsanalyse gegeben. Daraufhin folgt die Darstellung eines Einzelepochenausgleichs als erster Schritt der Datenanalyse, bei dem die Nivellementsdaten epochenweise mittels der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen werden. Danach wird eine epochenweise Differenzbildung der ausgeglichenen Höhen durchgeführt mit dem Ziel, einen Überblick über die Größe und die Orte der Deformationen zu erhalten. Im sich anschließenden Kapitel folgt die Vorstellung eines Verfahrens zur flächenhaften Modellierung mit bilinearen Splines. Eine Lösung für das Problem der Datenlücken durch die Einführung von Krümmungsbedingungen wird erarbeitet und ein kombiniertes Modell daraus entwickelt, welches für alle Modellierungen Verwendung findet.

Aus den berechneten Höhendifferenzen zweier Epochen wird ein flächenhaftes Differenzmodell gebildet und eine ausführliche Beschreibung der Umsetzung und der Ergebnisse durchgeführt. Außerdem erfolgt die Schätzung eines kinematischen Gesamtmodells aus allen Epochen, bei dem Höhen, Geschwindigkeiten und, in Erweiterung, auch Beschleunigungen angesetzt werden. Die Modellbildung, Umsetzung und die damit verbundenen Probleme sowie die Ergebnisse werden ausführlich vorgestellt.

Summary

Due to mining and plate tectonics, ground movements occur on about 25 % of North Rhine-Westphalia's land area. These deformations have natural and anthropogenic causes which overlap. For the reference point networks of the national survey it is necessary to locate and to monitor occurring deformations in order to make sure that stable connection points are available and densification of networks can be made.

In this thesis the ground movements in the Lower Rhine Embayment will be shown and modelled. These movements occur in the present local mining areas where brown coal is mined and also in exhausted underground mining areas because the ground water level has been lowered. As Lignite lays less than 500 metres under the surface it is extracted by using open cut mining methods. The data are based on the "Leitnivellement Rheinbraun" covering a length of circa 2000km double-levelling from the years 2001, 2005 and 2009.

After a short description of the problem the geology, hydrology and tectonics of the Lower Rhine Embayment are presented, the cause of the ground motion is explained and an introduction to the deformation analysis given. The presentation of a single epoch adjustment follows as the first step of data analysis in which the levelling data is adjusted by an epoch-wise method of least squares adjustment. After that an epoch-wise difference calculation is performed with the aim to obtain an overview of the size and the location of the deformations. The following chapter deals with a method for laminar modelling with bilinear splines. A solution of the problem of data gaps by introducing curve conditions is being elaborated and a combined model, which is used for all models, is developed.

From the calculated height differences of two epochs a laminar difference model is formed and a detailed description of the implementation and results given. In addition, the estimation of a kinematic total model of every epoch with altitudes, velocities and on top of that accelerations is accomplished, including a detailed presentation of modelling, implementation, the associated problems and the results.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Beschreibung der Problemstellung	2
2.1	Geologie, Hydrologie und Tektonik der niederrheinischen Bucht	2
2.2	Ursachen der Bodenbewegung	2
2.3	Deformationsanalyse	3
3	Datenanalyse	4
3.1	Einzelepochenausgleich	4
3.2	Differenzbildung	5
4	Flächenhafte Modellierung mit Splines	9
4.1	Bilineare Splines	9
4.2	Einführung von Krümmungsbedingungen	10
4.3	Kombiniertes Ausgleichsmodell	12
5	Flächenhafte Modellierung der Höhendifferenzen	14
5.1	Modellbildung und Umsetzung	14
5.2	Ergebnisse	15
6	Schätzung eines kinematischen Gesamtmodells	20
6.1	Allgemeiner Ansatz	20
6.2	Kinematisches Modell mit Höhen und Geschwindigkeiten	21
6.3	Kinematisches Modell mit Höhen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen	27
7	Schätzung eines Höhenmodells aus einer Epoche	30
7.1	Modellbildung und Umsetzung	30
7.2	Ergebnisse	30

8 Zusammenfassung und Ausblick	33
8.1 Zusammenfassung	33
8.2 Ausblick	34
Bezeichnungen	i
Abbildungsverzeichnis	ii
Literatur	iv

1. Einleitung

In Nordrhein-Westfalen finden, durch Bergbau und Plattentektonik bedingt, auf etwa 25% der Landesfläche Bodenbewegungen statt (vgl. BOJE et al. 2008). Diese Deformationen haben natürliche und menschliche Ursachen, welche sich überlagern. Für die Festpunktfelder der Landesvermessung ist es daher erforderlich, die auftretenden Deformationen festzustellen und zu überwachen. Somit ist sichergestellt, dass über lange Zeit stabile Anschlusspunkte vorhanden sind und Netzverdichtungen sinnvoll durchgeführt werden können. Die Vorgehensweise ist im Vermessungs- und Katastergesetz NRW festgelegt, die Messungen werden in Form von sog. Leitnivellements alle 2-4 Jahre durchgeführt. Darunter sind periodische Wiederholungsmessungen zu verstehen, die als Präzisionsnivellements durchgeführt werden (BOJE et al. 2008, FRÖHLICH und MÜLLER 1986, KREMERS 1990). Die größten Leitnivellements in NRW sind das Leitnivellement „Rheinbraun“, das Leitnivellement „Ruhrgebiet“ und das Feinnivellement „linker Niederrhein“. Das Leitnivellement „Rheinbraun“ umfasst ca. 2000 Doppelkilometer Nivellement und überspannt die Niederrheinische Bucht zwischen Aachen, Bonn und Mönchengladbach. In diesem Gebiet liegt das größte Braunkohlerevier Europas. Die Braunkohle wird im Tagebau abgebaut und zum größten Teil in den naheliegenden Kohlekraftwerken zur Stromgewinnung verfeuert. (BOJE et al. 2008, KLOSTERMANN et al. 1998). Desweiteren liegen im Westen Nordrhein-Westfalens das Aachener- und Erkelenzer Revier, in denen hauptsächlich Steinkohle gefördert wurde.

In dieser Arbeit soll das Leitnivellement „Rheinbraun“ aus den Jahren 2001, 2005 und 2009 als Datengrundlage dienen und folglich in diesem Höhennetz Deformationen aufgedeckt und modelliert werden. Außerdem sollen vorab die Ursachen für die Bodenbewegungen durch Beschreibung der physikalischen und anthropogenen Vorgänge, unter Betrachtung der Geologie, Hydrologie und Tektonik in der niederrheinischen Bucht, dargestellt werden.

Bei der flächenhaften Modellierung der Bodenbewegungen sollen zwei Ansätze verfolgt werden. Ziel des ersten Modells ist das Aufdecken und die Visualisierung von Deformationen aus Höhendifferenzen aus zwei zeitlich aufeinander folgenden Leitnivellements. Das zweite Modell befasst sich mit der Aufgabe, ein kinematisches Gesamtmodell als Mehrepocheausgleich zu entwickeln, bei dem neben den Höhen auch Geschwindigkeiten und in einem weiteren Schritt Beschleunigungen für die ganze Region geschätzt werden sollen.

2. Beschreibung der Problemstellung

2.1 Geologie, Hydrologie und Tektonik der niederrheinischen Bucht

Die niederrheinische Bucht stellt ein beckenförmiges Senkungsgebiet mit bis zu 1000m mächtigen Lockersedimentablagerungen des Tertiärs dar. Diese Sedimente setzen sich aus Tonen, Sanden und Kiesen zusammen, die als natürliche Grundwasserspeicher dienen. Dazwischen lagern Braunkohleflöze, die sich durch Luftabschluss und Kompaktion eines riesigen Torfmoores zur Zeit des Oligozäns und Miozäns gebildet haben und eine Mächtigkeit bis zu 100m besitzen. Das Becken lässt sich in Schollen mit dazwischenliegenden Verwerfungen gliedern und ist auch in der Gegenwart tektonisch aktiv, wie Erdbeben des letzten Jahrhunderts, mit einer Stärke bis zu 5,9 auf der Richter-Skala, belegen. An den Störungen treten teils mehrere 100m große senkrechte Sprünge im Aufbau und der Mächtigkeit der Gesteinsschichten auf. Die Größten Schollen sind die Kölner, Erft-, Rur- und Venloer Scholle, die hauptsächlich von SO nach NW verlaufen (KLOSTERMANN et al. 1998, SCHAEFER 2004).

Zur Stabilisierung der Tagebaugruben und Böschungen wird im Abbaubereich das Grundwasser teils bis zu 500m abgesenkt, was zur Folge hat, dass Absenkungstrichter entstehen, die sich viele Kilometer weit über die Abbauflächen hinaus bilden. Diese sog. Sumpfung wird durch Filterbrunnen an den Rändern der Tagebaue erreicht. Wasserstauende Tonhorizonte und Braunkohleflöze trennen das Grundwasser in Grundwasserstockwerke, die, bis auf den obersten freien Grundwasserspiegel, gespannt sind. Durch die nötige Sumpfung werden meist die ersten 5 Grundwasserstockwerke entspannt und entwässert. Tektonische Verwerfungen an den Schollenrändern können eine gleichmäßige Sumpfung verhindern und unterschiedliche Bodenbewegungsgeschwindigkeiten benachbarter Schollen zur Folge haben (RATHSMANN 1986, SCHAEFER 2004).

2.2 Ursachen der Bodenbewegung

Die Ursachen der Bodenbewegungen sollen näher betrachtet und physikalisch eingeordnet werden. Sofern keine Bewegungen des Bodens festzustellen sind, befinden sich die Gesteinsschichten im Gleichgewicht. Durch die Absenkung und Entspannung des Grundwassers wird dieses Gleichgewicht gestört und es kommt zu Verdichtungen der Lockersedimente und dadurch zu Bodensenkungen. RATHSMANN (1986) nennt vereinfacht zwei Gründe, die Setzungen zur Folge haben: Es kommt einerseits zu einem Auftriebsverlust und damit zu einer höheren Belastung der unteren Gebirgsschichten durch den Wasserentzug, andererseits wird durch die Grundwasserentspannung der natürliche Porenwasserüberdruck abgebaut, wodurch die sonst mit Wasser gefüllten, nicht kompressiblen Porenräume sich nun verdichten können. Weiterhin kann beim Setzungsverhalten unterschieden werden, dass Kiese sich zeitlich schnell und in geringem Betrag, Tone dagegen sich zeitlich langsamer und im Betrag dafür stärker setzen. SCHAEFER (2004) nennt in diesem Zusammenhang potentielle Gefahren bei ungleichmäßigen Setzungen, die zu Schäden an Gebäuden

führen können. Gleichmäßige Setzungen stellen normalerweise kein Problem dar. Weitere Gefahren bergen Überschwemmungsböden in Auen, wo mit sehr langen und ungleichmäßigen Setzungszeiten zu rechnen ist, da sich, durch fluviale Prozesse bedingt, unterschiedlich starke Schichtmächtigkeiten gebildet haben können.

2.3 Deformationsanalyse

Deformationsanalysen dienen in der Landesvermessung dazu Festpunkte auf ihre Stabilität zu prüfen, aber auch als Datengrundlage für regionale flächenhafte Aufgabenstellungen, z.B. im Umweltschutz, in der Wasserwirtschaft oder auch im Zusammenhang mit Entschädigungen bei Bergschäden. Dazu ist ein Vergleich von Wiederholungsmessungen notwendig, in diesem Fall der epochenweisen Nivellementsdaten. Für jede Epoche sollten der genauestens vorgegebene Messablauf und die gemessenen Punkte identisch sein. Letzteres ist nicht immer möglich, da Punkte z.B. durch Ausbreitung eines Tagebaus teilweise zerstört werden. Innerhalb einer Epoche dürfen, abhängig von den Bewegungsgeschwindigkeiten, nur Wochen bis Monate zwischen den Messungen liegen und Hin- und Rückwegmessung sollten ohne Unterbrechung stattfinden (FRÖHLICH und MÜLLER 1986, KREMERS 1990).

Die Nivellementsdaten werden im Rahmen einer Deformationsanalyse zunächst epochenweise ausgeglichen. Anschließend erfolgt die Verknüpfung der Einzelepochen. Entscheidend hierbei ist die beste gegenseitige Lagerung und die Wahl von stabilen Stützpunkten, die außerhalb des Bewegungsgebietes liegen müssen (KREMERS 1990). Somit hat man die Wahl zwischen einer Ausgleichung unter Zwang, einer zwangsfreien Ausgleichung und einer Gesamt- sowie Teilspurminimierung.

Bodenbewegungen zwischen zwei Epochen können durch Differenzbildung identischer Punkte aufgedeckt und z.B. durch Methoden der Geostatistik in Form deterministischen und stochastischen Approximationsverfahren flächenhaft modelliert werden. Damit wird der Versuch unternommen aus punkthaften Daten flächenhafte Bodenbewegungen für das ganze Gebiet zu schätzen. Ferner ist auch die Schätzung von absoluten Höhen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in einem kinematischen Gesamtmodell möglich, wenn ausreichend Epochen vorhanden sind.

3. Datenanalyse

3.1 Einzelepochenausgleich

Es ist zunächst notwendig, die vorhandenen Daten soweit zu analysieren, sodass ein Konzept für die flächenhafte Modellierung entwickelt werden kann. Dazu sind erste Berechnungen notwendig, die im Rahmen des Oberseminars durchgeführt wurden und nachfolgend beschrieben werden.

Für den Einzelepochenausgleich der wiederholten Leitnivellements im Abstand von vier Jahren, mittels der Methode der kleinsten Quadrate, stehen Funktionen von Sebastian Halsig aus einem Projekt mit anderen Nivellementdaten vom GEOBasis NRW (ehemaliges Landersvermessungsamt NRW), die im Rahmen seiner Arbeit als Studentische Hilfskraft entwickelt wurden, zur Verfügung. Diese Funktionen konnten nach Anpassungen an die neue Aufgabenstellung verwendet werden.

Nachstehend erfolgt eine nähere Erläuterung der Rohdaten, die eingelesen werden: Die Hauptfunktion des Einzelepochenausgleichs verlangt als Eingabeparameter u.a. die Punkt- und Streckendatei (formatiert für das Liniennivellementausgleichsprogramm LINIV 8) einer Epoche sowie einen Vektor mit den Datumspunktnummern. Ausgabeparameter sind u.a. die ausgeglichenen Höhen mit dazugehörigen Rechts- und Hochwerten sowie Punktnummern. In der Punktdatei finden sich viele Informationen zu verwendeten Punkten. Hier sind neben der Punktnummer und der Höhe u.a. auch die Art der Vermarkung, Punktbezeichnung, Rechts- und Hochwert auf ganze Meter gerundet sowie der Schwerewert zu finden. Die Streckendatei beinhaltet die Daten des Messweges. So findet man hier u.a. die verwendeten Punktnummern, den Tag der Messung, die Höhenunterschiede zwischen den Punkten und die Länge des Messweges.

Nachdem diese Textdateien eingelesen sind und dessen Inhalt richtig zugeordnet ist, werden der Beobachtungsvektor \mathbf{l} mit den Höhendifferenzen aus der Streckendatei, die dazugehörige Designmatrix \mathbf{A} und Kovarianzmatrix $\Sigma\{\mathcal{L}\}$ aufgestellt. Der Höhenunterschied zwischen zwei Punkten berechnet sich bekanntlich über:

$$\Delta h_{ij} = x_{h_j} - x_{h_i} \quad (3.1)$$

Somit ergibt sich für die k-te Zeile der Designmatrix der dazugehörigen k-ten Beobachtung $l_{\Delta h_{ij}}$ eine -1 an der i-ten Stelle, eine 1 an der j-ten Stelle und der Rest Nullen, wenn die Höhen x_{h_i} und x_{h_j} als unbekannte Parameter angesetzt werden. Es liegt beim Höhennetzausgleich also ein sehr dünn besetztes System vor, wodurch eine Speicherung in Sparsematrizen für die Designmatrix und Normalgleichungsmatrix in Bezug auf den Speicherplatzbedarf und die Ausführung von Rechenoperationen bei einer Punktmenge von über 4000 Punkten pro Epoche sehr effizient ist. Es kommt bei den vorliegenden Daten zu einer bandartigen Struktur der Designmatrix, da durch die vorliegende Punktnummernvergabe auf den Nivellementswegen benachbarte Punkte, sofern nicht schon vorhanden, fortlaufend nummeriert wurden und somit beim Ausgleich auch im Beobachtungsvektor nebeneinander liegen. Das Hauptband auf der Diagonalen entsteht überwiegend durch zwei benachbarte Einträge in Form einer 1 oder -1 in jeder Zeile. Im weiteren Berechnungsablauf wird eine Schwerereduktion der Beobachtungen für Normalhöhen durchgeführt, auf die hier jedoch nicht nä-

her eingegangen wird. Die Höhen der Punktdaten gehen als Näherungswerte für die Parameter in den Ausgleich ein.

Für diese Arbeit hat GEOBasis NRW der Professur für Theoretische Geodäsie die Daten der Leitnivellements aus den Jahren 2001, 2005 und 2009 zur Verfügung gestellt. Diese epochenweisen Daten können somit ausgeglichen werden. Als Datumspunkt aller Epochen wird ein Punkt des Netzes gewählt, der Schnittpunkt von Nivellementlinien sein sollte und somit eine zwangsfreie Ausgleichung mit eindeutiger Lagerung erreicht. Dadurch bleibt die Netzkonfiguration erhalten. Zu beachten ist, dass der ausgewählte Datumspunkt am stabilen Rand des Nivellementnetzes liegen sollte. Die Datumfestlegung findet nach dieser einfachen, für unsere Zwecke geeigneten Wahl keine weitere Betrachtung.

Als Ausgleichsmodell wird die Ausgleichung nach Parametern mit Restriktionen als einstufiges Verfahren durchgeführt. Das funktionale Modell für jede Epoche lautet:

$$\Delta l + v = \mathbf{A}\Delta x \quad \mathbf{A} \dots [n \times m] \quad \text{Rang}(\mathbf{A}) = m - p \quad (3.2)$$

$$\mathbf{B}^T \Delta x = \mathbf{b} \quad \mathbf{B} \dots [p \times m] \quad (3.3)$$

Die Designmatrix \mathbf{A} enthält die partiellen Ableitungen nach den Parametern, Gleichung (3.3) enthält die Bedingung, dass die Höhe des Datumspunktes unverändert bleibt. Die Restriktion lautet

$$\Delta x_{Datum} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}^T} \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x_1 & \dots & \Delta x_{Datum} & \dots & \Delta x_m \end{bmatrix}}_{\Delta x} = \underbrace{0}_{\mathbf{b}}. \quad (3.4)$$

Die Matrix \mathbf{B}^T enthält folglich nur eine 1 an der Stelle des Datumspunktes und sonst Nullen. Dies ist gleichbedeutend mit der Bedingung, dass der Zuschlag an den Parameter des Datumspunktes null ist. Δx_{Datum} wird für alle Epochen gleichermaßen verwendet. Dies führt auf das Normalgleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \Sigma^{-1} \mathbf{A} & \mathbf{B}^T \\ \mathbf{B}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \Sigma^{-1} \Delta l \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

mit den Parameterzuschlägen Δx und dem Korrelatenvektor \mathbf{k} . Für das stochastische Modell wird angenommen, dass die Beobachtungen unkorreliert sind. Ferner werden die Beobachtungen nach dem Messweg zwischen den Punkten gewichtet. Somit ergibt ein Gewichtungsfaktor $p_i = \frac{1}{s_i}$.

Abbildung 3.1 zeigt das gesamte Nivellementsnetz mit den dazugehörigen ausgeglichenen Punkthöhen des Leitnivellements Rheinbraun aus dem Jahre 2009 als Scatterplot. Zusätzlich sind die Kreisgrenzen und einige Städte eingezeichnet.

3.2 Differenzbildung

Um Bodenbewegungen zwischen den zwei Epochen aufzudecken, sollen Höhendifferenzen zwischen identischen Punkten gebildet werden, damit die relative Verschiebung zueinander in der Vertikalen aufgedeckt werden kann. Hier werden im Folgenden die Epochen 2005 und 2009 näher betrachtet, von denen jeweils ein ausgeglichenes Höhennetz durch den Vorausgleich vorliegt. Als Datumspunkt

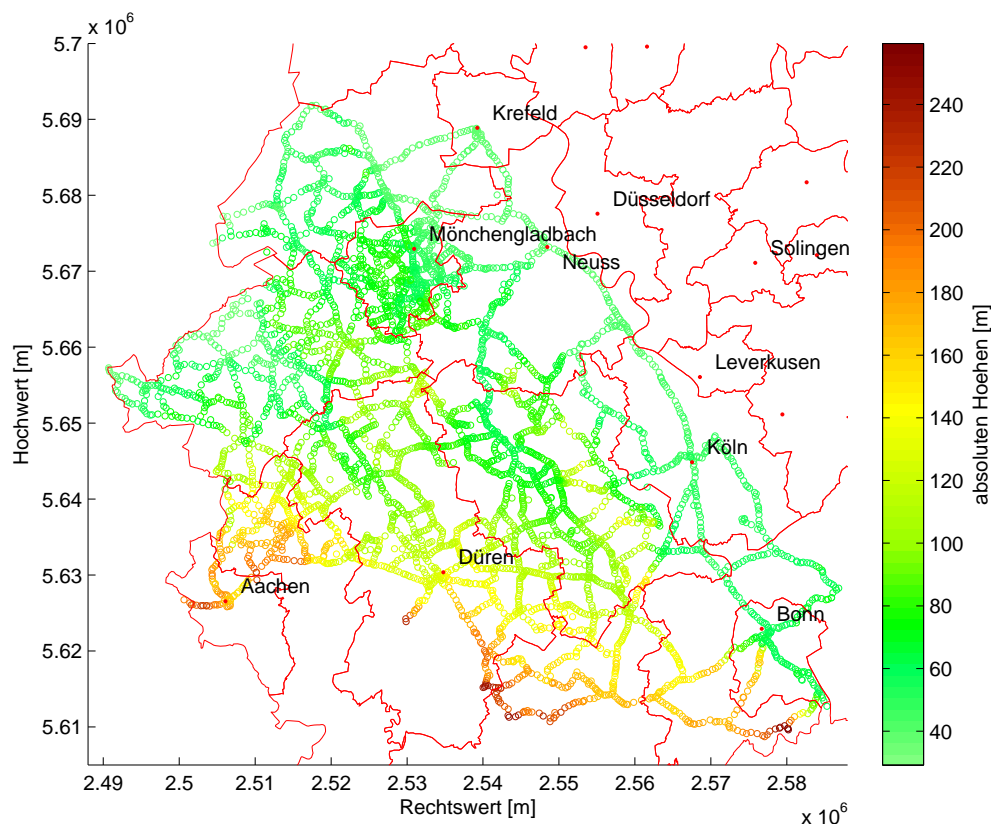


Abbildung 3.1: Scatterplot des ausgeglichenen Höhennetzes 2009 mit Kreisgrenzen(rot) und Städten

fungiert für die ganze Arbeit der Höhenpunkt der Bonner Kreuzkirche. Alle relevanten Daten der Vorausgleichung werden in .mat-Dateien gespeichert und danach für alle weiteren Berechnungen dieser Arbeit geladen, um Rechenzeit zu sparen und nicht jedes Mal neuausgleich zu müssen. Im nächsten Schritt folgt die Bildung der Schnittpunktmenge aus beiden Epochen, um Höhendifferenzen berechnen zu können. Hierbei muss beachtet werden, dass der Parametervektor der ausgeglichenen Höhen in den jeweiligen Epochen unterschiedlich lang sowie anders sortiert ist und somit umsortiert werden muss. Dies ist jedoch mittels Indexvektoren in MATLAB sehr einfach lösbar. Die Epoche 2005 dient als Nullepoche. Somit ergibt sich für den Vektor der Höhendifferenzen:

$$\Delta \mathbf{h} = \mathbf{h}^{(2009)} - \mathbf{h}^{(2005)} \quad (3.6)$$

Abbildung 3.2 zeigt die punktuellen Höhendifferenzen der gemeinsamen Punkte zwischen den beiden Messepochen als Scatterplot. In der alternativen Darstellung (Abbildung 3.3) werden diese Differenzen als Vektoren unterschiedlicher Länge dargestellt. Rote Vektoren zeigen nach unten und stehen für eine Senkung des Punktes, schwarze Vektoren stehen folglich für eine Hebung und zeigen nach oben. Als Referenzen sind Bewegungen von 5 und 10cm angegeben. Aus beiden Abbildungen wird ersichtlich, dass es in dem Messgebiet zwei Regionen gibt, in denen starke Bodensenkungen zu beobachten sind und zwei Regionen, in denen leichte Hebungen zu verzeichnen sind. Daher bot es sich an, eine Georeferenzierung durchzuführen, um diese Stellen besser zuzuordnen und interpretieren zu können. Dazu wurde eine Funktion geschrieben, die die Kreise und einige Städte aus NRW aus einem Shapefile extrahiert und diese punkt- und linienhaften Daten innerhalb eines festgelegten Bereichs

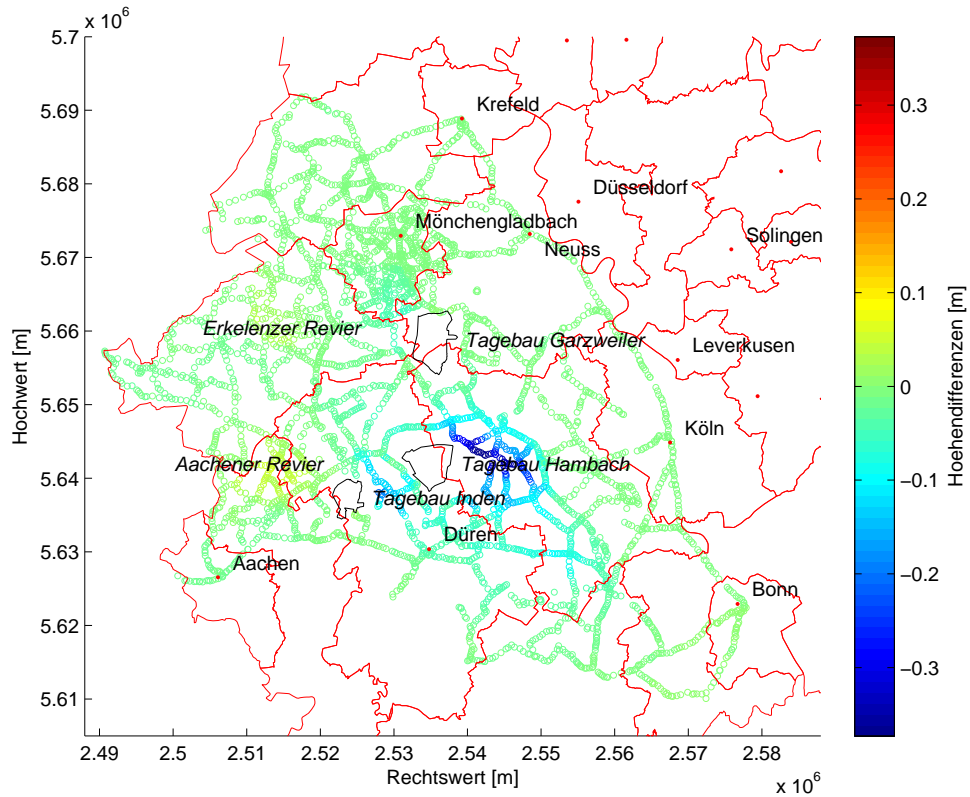


Abbildung 3.2: Höhendifferenzen zwischen 2005 und 2009, Rheinbraunnivellement, Scatterplot mit Kreisgrenzen(rot), Städten und Kohleabbaugebieten

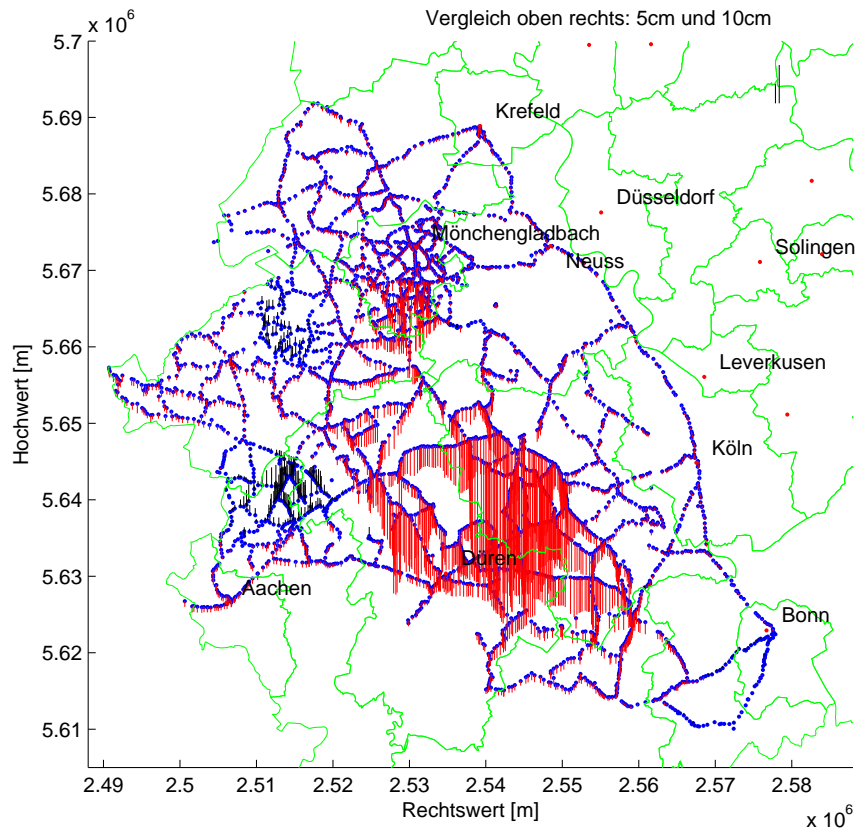


Abbildung 3.3: Höhendifferenzen zwischen 2005 und 2009, Rheinbraunnivellement, Differenzvektoren und Kreisgrenzen(grün) und Städten

zeichnen kann. Außerdem konnten Gauß-Krüger-Koordinaten für die aktuellen Tagebauränder ermittelt werden und ebenfalls geplottet werden. Somit kann man die größten Senkungen innerhalb der Verwaltungseinheiten Rhein-Erft-Kreis und Kreis Düren gut zuordnen, in denen auch die Tagebaue Garzweiler, Hambach und Inden liegen. Die leichten Hebungen liegen im Aachener Revier im Norden des ehemaligen Kreises Aachen¹ und im Kreis Heinsberg, wo das Erkelenzer Revier zu finden ist. In beiden Revieren fand hauptsächlich Steinkohleförderung statt. Anzumerken ist, dass die alten Kreisgrenzen des Kreises Aachen noch in allen Plots der Kreisgrenzen dieser Arbeit eingezeichnet sind. Es folgt die Bestätigung, dass der Rand des Nivellementnetzes stabil bleibt und somit die Aufhängung des Netzes am Rand sinnvoll ist. Die minimalen Bewegungen am Rand des Netzes treten an den Punkten auf, die weit vom Datumspunkt entfernt liegen und sind vermutlich Ursache der zwangsfreien Netzausgleichung und von systematischen Abweichungen.

Abbildung 3.4 stellt die punktuellen Höhendifferenzen der gemeinsamen Punkte zwischen den Mes-

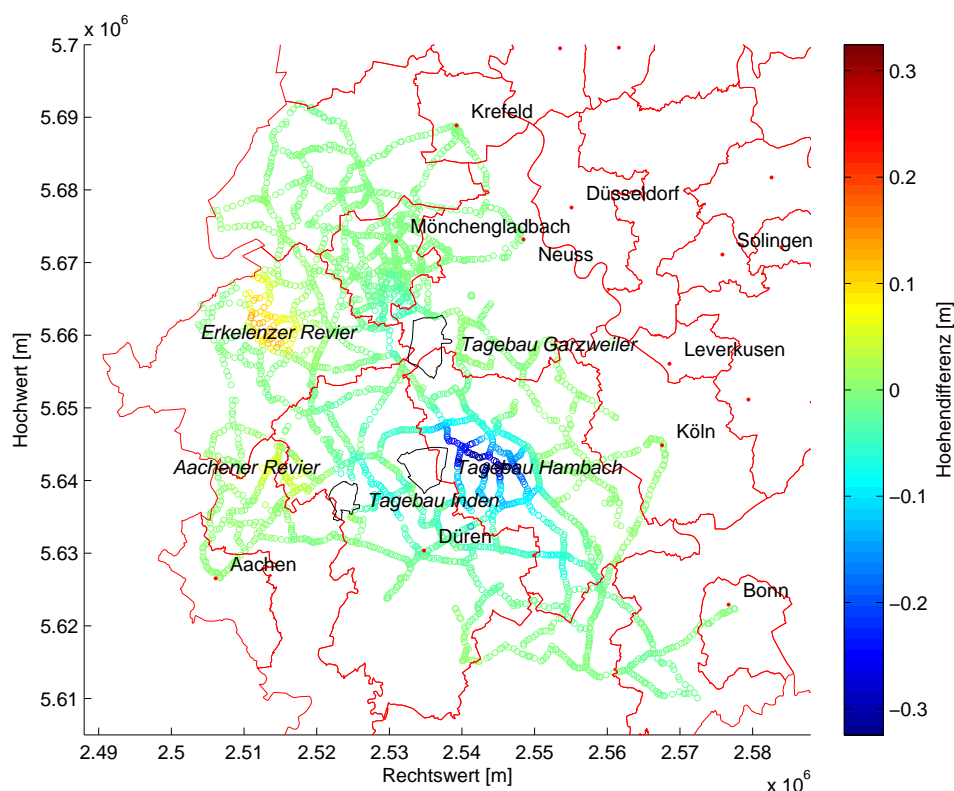


Abbildung 3.4: Höhendifferenzen zwischen 2001 und 2005, Rheinbraunnivellement, Scatterplot mit Kreisgrenzen(rot), Städten und Kohleabbaugebieten, 2D Plot mit Isoflächen

sepochen 2001 und 2005 als Scatterplot dar, welche ebenfalls berechnet wurden. Auffällig sind hier vor allem die viel größeren Hebungen mit bis zu 15cm im Erkelenzer Revier im Vergleich zum nachfolgenden Vierjahreszeitraum. Ansonsten kann man die Größenordnungen der Deformationen im gleichen Bereich ansiedeln. Da die Epoche 2001 erst relativ spät vorlag, wurden im Rahmen des Oberseminars zunächst nur die Höhendifferenzen zwischen 2005 und 2009 betrachtet. Die Berechnung der Differenzen zwischen 2001 und 2005 fand erst nachträglich statt und somit wird der Plot in diesem Kapitel nicht chronologisch eingegliedert.

¹ bildet seit Oktober 2009 mit der ehemaligen kreisfreien Stadt Aachen die Städteregion Aachen

4. Flächenhafte Modellierung mit Splines

4.1 Bilineare Splines

Im nächsten Schritt soll überlegt werden, wie allgemein punkthafte Beobachtungen flächenhaft modelliert werden können. Dazu bietet es sich an, bilineare Splines für die flächenhafte Approximation zu verwenden. Diese Splines sind stetige, finite Basisfunktionen mit endlichem Träger, was zur Folge hat, dass lokale Änderungen auch lokale Auswirkungen haben, im Gegensatz zur Approximation mit globalen Basisfunktion wie z.B. mit Polynomen, die globale Auswirkungen zur Folge haben. Diese Splines stellen bivariate Basisfunktionen dar, die als Produkt von zwei eindimensionalen Funktionen definiert sind. Somit kommt es zur Berechnung der Basissplines in Richtung der X-Achse und Y-Achse.

Der Basisspline B_1 erster Ordnung besitzt den maximalen Funktionswert 1 und ist, ausgewertet an der Stelle x mit der Spline-Stützstelle x_j , definiert als:

$$B_1(x - x_j) = \begin{cases} 0 & ; & x - x_j \leq -1 \\ 1 + (x - x_j) & ; & -1 \leq x - x_j \leq 0 \\ 1 - (x - x_j) & ; & 0 \leq x - x_j \leq 1 \\ 0 & ; & 1 \leq x - x_j \end{cases} \quad (4.1)$$

Es muss zunächst ein Gitter geeigneter Dichte über die Daten gelegt werden und der Basisspline skaliert werden, damit Splines benachbarter Gitterpunkte sich überlappen können. Alternativ könnte man auch die Daten skalieren. Der Abstand der Splines soll so gewählt werden, dass diese sich zur Hälfte überlappen. Für jeden Gitterpunkt wird ein bilinearer Spline angesetzt, für den später die Koeffizienten durch einen Ausgleich bestimmt werden. Jede Beobachtung l_i , ob jetzt absolute Höhe oder Höhendifferenz eines Netzes, setzt sich als Linearkombination von Basisfunktionen zusammen. Die Funktion

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q a_{ij} B_1(x - x_i) B_1(y - y_j) \quad (4.2)$$

approximiert diese Beobachtungen für den Punkt (x, y) , somit müssen für die Beobachtungen die Identitätsbedingungen $l \stackrel{!}{=} f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ gelten. Es lässt sich nun die Designmatrix \mathbf{A}_s aufstellen, indem für jede Gitterkoordinate der Basisspline für die Messstellen ausgewertet wird. Das funktionale Modell lautet:

$$\begin{aligned} \mathbf{l} + \mathbf{v} &= \mathbf{A}_s \mathbf{a} & \mathbf{A}_s & \dots [n \times m] \\ & & n & \dots \# \text{ Beobachtungen} \\ & & m & \dots \# \text{ Gitterpunkte} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Das stochastische Modell $\Sigma\{\mathcal{L}\}$ kann als vollbesetzte Kovarianzmatrix angenommen werden oder auch, wenn keine näheren Informationen vorliegen, als gleich genau und unkorreliert. Der Einzelepochenausgleich des Höhennetzes liefert beispielsweise eine vollbesetzte Kovarianzmatrix.

Die ausgeglichenen Parameter berechnen sich über:

$$\tilde{\mathbf{a}} = \underbrace{(\mathbf{A}_s^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{A}_s)^{-1}}_{\mathbf{N}} \underbrace{\mathbf{A}_s^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{l}}_{\mathbf{n}} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n} \quad (4.4)$$

Damit die Inverse der Normalgleichung existiert, muss \mathbf{A}_s vollen Spaltenrang besitzen. Dies ist nur der Fall, wenn \mathbf{A}_s keine linear abhängigen Spalten beinhaltet. Bei Datenlöchern oder am Rand der Messdaten kann es leicht passieren, dass sich im Definitionsbereich eines Splines keine Beobachtung befindet und somit die entsprechenden Einträge in der Designmatrix null werden. Also müsste man diese Gitterpunkte aus den Berechnungen entfernen, damit $\tilde{\mathbf{a}}$ berechnet werden kann oder die Pseudoinverse benutzen, wo neben der Minimierung der Verbesserungsquadratsumme auch die Norm der Parameter minimiert wird. Dadurch würden aber diese angesetzten Parameter null sein und somit hätte auch die modellierte Fläche an dieser Stelle ein „Loch“. Dies wäre aber nicht im Sinne der flächenhaften Modellierung, weil davon ausgegangen werden kann, dass an den Punkten, an denen keine Messungen vorliegen, die Höhenänderungen in gleicher Weise wie in der näheren Umgebung und gleichmäßig stattfinden.

4.2 Einführung von Krümmungsbedingungen

EBNER et al. (1980) beschreibt passend ein Verfahren, bei dem Krümmungsbedingungen in Form von zusätzlichen Pseudobeobachtungen eingeführt werden, welche besagen, dass die Krümmung bei benachbarten Gitterhöhen Null ist. Hierbei wird die Vierernachbarschaft, aus der photogrammetrischen Bildverarbeitung bekannt, verwendet. Ebner führt zwei eindimensionale Beobachtungsgleichungen entlang der x-Koordinate und der y-Koordinate ein. Dies führt für den Gitterpunkt $a_{i,j}$ zu den zwei Pseudobeobachtungen:

$$\begin{aligned} l_{ps1,i,j} &= 2a_{i,j} - a_{i-1,j} - a_{i+1,j} \\ l_{ps2,i,j} &= 2a_{i,j} - a_{i,j-1} - a_{i,j+1} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Alternativ kann auch nur eine kombinierte Pseudobeobachtung für den Gitterpunkt $a_{i,j}$ eingeführt werden, welche aus dem Ansatz von Ebner abgeleitet wurde. Damit ergibt sich die Pseudobeobachtung $l_{psi,j}$:

$$l_{psi,j} = 4a_{i,j} - a_{i-1,j} - a_{i+1,j} - a_{i,j-1} - a_{i,j+1} \quad (4.6)$$

Somit werden in beiden Ansätzen die Krümmungen durch Doppeldifferenzen benachbarter Gitterhöhen approximiert und durch den Ausgleich minimiert. Die Krümmungsbedingungen führen dazu, dass die Designmatrix \mathbf{A} vollen Rang behält. Der Unterschied zwischen Gleichung (4.5) und Gleichung (4.6) besteht darin, dass die Designmatrix der Pseudobeobachtungen \mathbf{A}_{ps} im ersten Fall doppelt so viele Zeilen wie Spalten hat. Im zweiten Fall ist sie quadratisch. In beiden Fällen ist die Summe aller Einträge von \mathbf{A}_{ps} null. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, im Fall der quadratischen Designmatrix diese direkt auf die Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} aus Gleichung (4.4)

zu addieren. Dabei wird keine quadratische Form $\mathbf{A}_{ps}^T \mathbf{A}_{ps}$ in der üblichen Weise gebildet. Bei der Modellierung von Höhendifferenzen war die Möglichkeit nur \mathbf{A}_{ps} zu verwenden brauchbar, bei der Modellierung des kinematischen Gesamtmodells hingegen nicht. Dies liegt vermutlich daran, dass bei der Berechnung von $\mathbf{A}_{ps}^T \mathbf{A}_{ps}$ mehr Gitterpunkte für die Krümmungsminimierung herangezogen werden.

Im Folgenden wird der Ansatz einer Pseudobeobachtung aus Gleichung (4.6) weiter verfolgt und vertieft, da dieser den visuellen Ergebnissen nach die stabilste Glättung liefert und somit für alle Modellierungsaufgaben dieser Arbeit verwendet wird. Der Unterschied zwischen den vorgestellten Varianten ist minimal und besteht nur in der Stärke der Glättung. Abbildung 4.1 zeigt die zweidimensionalen Krümmungsbedingungen flächenhaft für den Splinekoeffizienten $a_{i,j}$ am Gitterpunkt (i, j) .

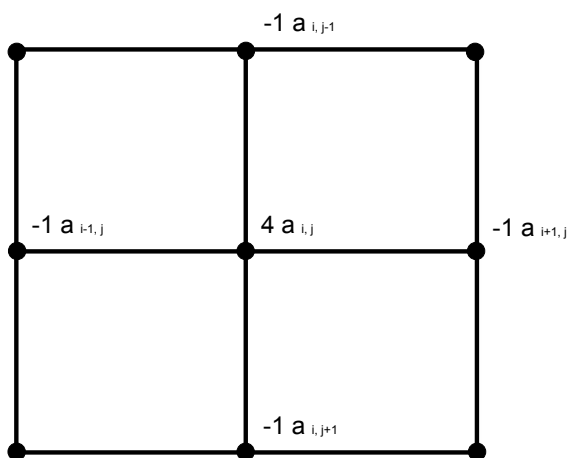


Abbildung 4.1: Gitter für die anzusetzenden Splines mit Gewichtungen für die Pseudobeobachtungen

Bei der Umsetzung der Krümmungsbedingungen müssen die Randpunkte näher betrachtet werden, da hier nach Gleichung (4.6) auf benachbarte Punkte zugegriffen würde, die nicht existieren. Diese problematischen Zugriffe werden nicht durchgeführt und damit die Beobachtungsgleichungen der Pseudobeobachtungen entsprechend verkürzt und angepasst. So ergibt sich beispielsweise für den Eckpunkt oben links:

$$l_{ps_{i,j}} = 2a_{i,j} - a_{i+1,j} - a_{i,j+1} \quad (4.7)$$

Abbildung 4.2 zeigt ein Beispielgitter der Größe 4 x 3 und die dazugehörige Designmatrix der Pseudobeobachtungen. Letztere ist immer quadratisch und die Dimension entspricht der Anzahl der Parameter. Es können für das ganze Gitter 3 Hauptfälle unterschieden werden, wenn das Gitter aus mindestens 9 Punkten besteht. Bei weiterer Untergliederung kommt man auf 9 Fälle, die bei der Umsetzung abgefragt werden müssen. Dazu wird das o.g. Beispielgitter wieder als Beispiel herangezogen:

- der Punkt $P_{i,j}$ samt seiner Vierernachbarschaft liegt innerhalb des Gitters (Bsp.: Punkte 6 und 7)

- der Punkt $P_{i,j}$ liegt am Rand, ein Punkt aus seiner Vierernachbarschaft ist nicht definiert: 4 Fälle (Bsp.: Punkte 2, 3, 5, 8, 10 und 11)
- der Punkt $P_{i,j}$ liegt in einer Ecke, zwei Punkte aus seiner Vierernachbarschaft sind nicht definiert: 4 Fälle (Bsp.: Punkte 1, 4, 9, und 12)

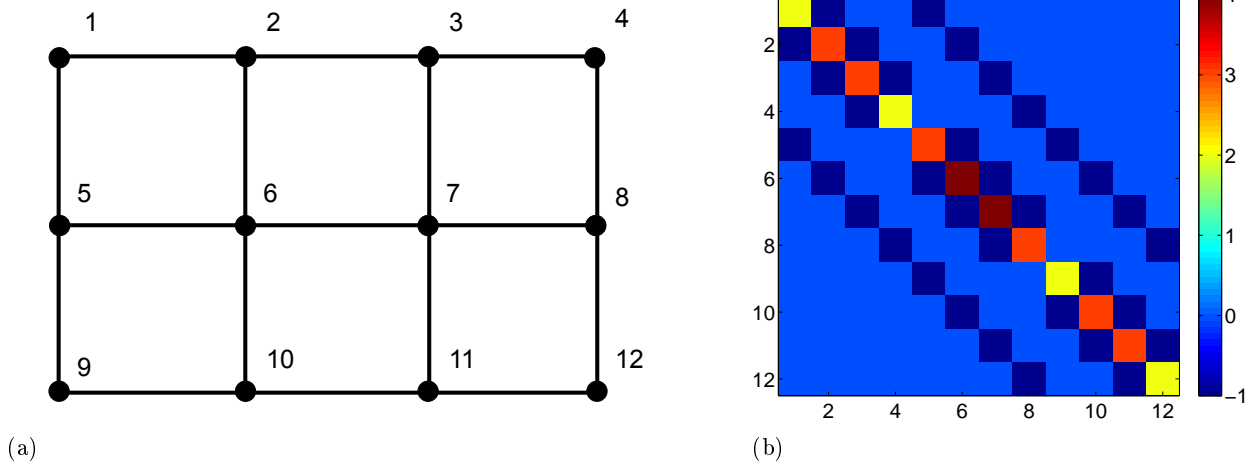


Abbildung 4.2: Beispiel für ein Gitter und dazugehörige Designmatrix der Pseudobeobachtungen. (a): Gitter (b): Designmatrix in Farbdarstellung

4.3 Kombiniertes Ausgleichsmodell

Nun wird das Ausgleichsmodell mit den zusätzlichen Pseudobeobachtungen weiter betrachtet. Der Beobachtungsvektor wird zu:

$$\mathbf{l} = [\mathbf{l}_n, \mathbf{l}_{ps}]^T = [l_1, \dots, l_p, 0, \dots, 0]^T \quad \mathbf{l} \quad \dots [(\# \text{ Beob.} + \# \text{ Gitterp.}) \times 1]$$

$$\mathbf{l}_n \quad \dots \text{normale Beobachtungen} \quad (4.8)$$

$$\mathbf{l}_{ps} \quad \dots \text{Pseudobeobachtungen}$$

Gleichzeitig üben diese zusätzlichen Bedingungen in Form der Pseudobeobachtungen einen Zwang auf alle Beobachtungen aus, der durch eine Gewichtung der Pseudobeobachtungen angepasst werden kann. Die Designmatrix ergibt sich zu:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_{ps} \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} \quad \dots [(\# \text{ Beob.} + \# \text{ Gitterp.}) \times \# \text{ Gitterp.}]$$

$$\mathbf{A}_s \quad \dots \text{Designmatrix der Splines nach Gleichung (4.3)} \quad (4.9)$$

$$\mathbf{A}_{ps} \quad \dots \text{Designmatrix der Pseudobeobachtungen}$$

Die Matrizen \mathbf{A}_p und \mathbf{A}_{ps} besitzen einzeln keinen vollen Rang, in Kombination aber schon. Aus den einzelnen Kovarianzmatrizen der Beobachtungen und der Pseudobeobachtungen lässt sich die Kovarianzmatrix der Beobachtungen als Blockdiagonalmatrix zusammensetzen, da die Beobachtungsgruppen untereinander unkorreliert sind. Die Kovarianzmatrix der Pseudobeobachtungen ist

eine Diagonalmatrix. Da es Sinn macht alle Pseudobeobachtungen gleich mit p zu gewichten, ergibt sich $\Sigma\{\mathcal{L}_{ps}\} = \frac{1}{p}\mathbf{I}$.

Somit lässt sich die Normalgleichung aufstellen und vereinfachen. Damit berechnen sich die ausgeglichenen Parameter über

$$\tilde{\mathbf{a}} = \underbrace{\left(\mathbf{A}_s^T \Sigma\{\mathcal{L}_n\}^{-1} \mathbf{A}_s + \frac{1}{p} \cdot \mathbf{A}_{ps}^T \mathbf{A}_{ps}\right)^{-1}}_{\mathbf{N}} \underbrace{\mathbf{A}_s^T \Sigma\{\mathcal{L}_n\}^{-1} \mathbf{l}_n}_{\mathbf{n}} = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{n}. \quad (4.10)$$

Hierbei kann man \mathbf{N} auch als Summe der Normalgleichungen von \mathbf{N}_s und \mathbf{N}_{ps} ausdrücken. Die Inverse von \mathbf{N}_{ps} allein ist singular, da durch die vorgestellte Behandlung des Randes beim Gitter keine Datumsfestlegung vorgenommen wird. Dies erwies sich nur bei bestimmten Aufgabestellungen als sinnvoll, wenn z.B. die Randpunkte des Gitters auf dem Nullniveau festgehalten werden sollen oder nur die Ecken. Im Falle der in Abschnitt 3.2 berechneten Höhendifferenzen mit stabilem Rand wäre dies möglich, die anderen Beobachtungen sorgen aber bereits für eine Datumsfestlegung.

Im Vergleich zu Gleichung (4.7) würde sich für den Eckpunkt oben links beim Festhalten dieses Punktes die Pseudobeobachtung

$$l_{ps_{i,j}} = 4a_{i,j} - a_{i+1,j} - a_{i,j+1} \quad (4.11)$$

ergeben. Das Festhalten des gesamten Randes oder von einzelnen Randpunkten auf dem Nullniveau wäre z.B. bei der Schätzung von absoluten Höhen im kinematischen Modell nicht geeignet.

5. Flächenhafte Modellierung der Höhendifferenzen

Das Modell für die flächenhafte Darstellung der Höhendifferenzen soll in diesem Kapitel dargestellt werden. Zunächst werden das Modell und die Berechnungsvorgänge beschrieben und im Anschluss die Ergebnisse der Bodenbewegungen zwischen den Epochen 2005 und 2009 und zusätzlich auch zwischen den Epochen 2001 und 2005 vorgestellt.

5.1 Modellbildung und Umsetzung

Die Höhendifferenzen nach Gleichung (3.6) gehen als Beobachtungen in das Modell ein, die absoluten Höhen jeder Epoche wurden durch den in Kapitel 3.1 beschriebenen Vorausgleich ausgeglichen. Außerdem finden die in Kapitel 4 beschriebenen Pseudobeobachtungen zur Krümmungsminimierung in Form einer Pseudobeobachtung pro Punkt aus Gleichung (4.6) Verwendung. Somit ergibt sich für das funktionale Modell:

$$\begin{bmatrix} \Delta h \\ l_{ps} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_{\Delta h} \\ v_{ps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\Delta h} \\ \mathbf{A}_{ps} \end{bmatrix} \mathbf{a} \quad (5.1)$$

Hierbei sind einige Berechnungsschritte notwendig, um die Designmatrizen $\mathbf{A}_{\Delta h}$ und \mathbf{A}_{ps} aufzustellen: Die Rechts- und Hochwerte der Höhendifferenzen müssen zunächst auf das Datengitter transformiert werden. Die Wahl fiel auf eine umschließende Box von 90km x 90km, in der alle Punkte liegen. In jeder Koordinatenachse wird das Minimum der Bounding Box subtrahiert und danach durch den verbleibenden größten Wert dividiert. Dadurch liegen alle Daten zunächst auf jeder Koordinatenachse im Bereich zwischen 0 und 1. Abhängig von der Auflösung des Gitters multipliziert man weiterhin mit einem Faktor. Soll beispielsweise ein Gitter von 50 x 50 Punkten verwendet werden, so wird der Faktor ebenfalls gleich 50 gewählt. Somit ist gewährleistet, dass sich die Splines überlappen. Die Gitterpunkte lägen bei dieser Beispielgröße in Nord-Süd - als auch in Ost-West Richtung 1,8km entfernt. Eine Rotation wird nicht vorgenommen. Translation und Maßstab werden gespeichert, damit nach der Berechnung die Daten zurücktransformiert werden können.

Die Designmatrix der Splines $\mathbf{A}_{\Delta h}$ wird spaltenweise aufgestellt, indem jeweils alle Beobachtungen für einen Gitterpunkt ausgewertet werden. Somit steht in der j-ten Spalte der Eintrag:

$$\mathbf{A}_{\Delta h}(:, j) = B_1(\mathbf{x}' - x_i)B_1(\mathbf{y}' - y_j) \quad (\mathbf{x}', \mathbf{y}') \quad \dots \text{transformierte Gitterpunkte} \quad (5.2)$$

Die Designmatrix der Pseudobeobachtungen \mathbf{A}_{ps} stellt sich nach dem Schema aus Abbildung 4.2 auf und ist nur von der geometrischen Anordnung der Gitterpunkte abhängig. Das stochastische Modell ergibt sich durch Varianzfortpflanzung der Kovarianzmatrizen der Einzelepochenauflösungen. Nach

WELSCH et al. (2000), S. 376 berechnet sich die Kovarianzmatrix eines Differenzvektors $\Sigma\{\mathcal{L}_d\}$ zweier unkorrelierter Epochen aus:

$$\Sigma\{\mathcal{L}_d\} = \Sigma\{\mathcal{L}_1\} + \Sigma\{\mathcal{L}_2\} \quad (5.3)$$

Der Parametervektor \mathbf{a} enthält alle Splinekoeffizienten des Gitters und lässt sich durch Gleichung (4.10) berechnen, wobei in diesem Fall $\Sigma\{\mathcal{L}_n\} = \Sigma\{\mathcal{L}_d\}$ und $\mathbf{l}_n = \Delta\mathbf{h}$ entspricht. Zu beachten ist hierbei die unterschiedliche Sortierreihenfolge der Punkte in jeder Epoche. Außerdem sind in den Kovarianzmatrizen der einzelnen Epochen noch Einträge für nicht benötigte Punkte vorhanden. Somit müssen diese Zeilen und Spalten gelöscht werden. Dies ist ebenfalls durch den Einsatz von Indexvektoren in MATLAB lösbar (vgl. ERNST 2009, Kapitel 3.1: Matrixzugriffe).

Analog zu Gleichung (4.10) können die unbekannt Splinekoeffizienten $\tilde{\mathbf{a}}$ geschätzt werden. Dabei wird in MATLAB der Operator „\“ (Gleichungslöser) verwendet, wodurch man die Berechnung der rechenintensiven Inverse von \mathbf{N} durch die Lösung des Gleichungssystems $\mathbf{N}\mathbf{a} = \mathbf{n}$ vermeiden kann. Die ausgeglichenen Höhendifferenzen $\widetilde{\Delta\mathbf{h}}$ berechnen sich über:

$$\widetilde{\Delta\mathbf{h}} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{a}} \quad (5.4)$$

Zur Darstellung der flächenhaften Bodenbewegungen muss ein geeignetes Darstellungsgitter gewählt werden. Da es sich um bilineare Splines handelt, macht es Sinn, die gleiche räumliche Auflösung wie bei der Ansetzung der Splines zu wählen, weil man in der Darstellung bei beliebig höherer Auflösung keinen Informationsgewinn erreicht. Zusätzliche Punkte im Darstellungsgitter zwischen zwei benachbarten Gitterpunkten des Berechnungsgitters würden also nur auf einer Geraden liegen.

Für die Punkte des Darstellungsgitters kann ebenfalls eine Designmatrix für den funktionalen Zusammenhang analog zu Gleichung (5.2) aufgestellt werden und die Gitterhöhen dann analog über Gleichung (5.4) berechnet werden. Im nächsten Schritt müssen die Gitterpunkte zurücktransformiert werden, um wieder ins ursprüngliche Koordinatensystem zu gelangen.

5.2 Ergebnisse

Die Ergebnisse des Differenzmodells sollen im Folgenden dargestellt werden. Dazu wird zunächst das Differenzmodell zwischen den Epochen 2005 und 2009 betrachtet. Abbildung 5.1 zeigt die flächenhaften Höhendifferenzen zwischen 2009 und 2005 im Modellierungsgebiet als 3D Plot. Zusätzlich sind in blau die Höhendifferenzen (Beobachtungen) eingezeichnet.

Jenachdem, wie stark die Krümmungsbedingungen gewichtet sind, liegen die Beobachtungen unterschiedlich nah an der Ausgleichsfläche. Die Gewichtung wurde manuell variiert und bei einem Verhältnis von 1/100 zu den regulären Beobachtungen als beste Anpassung gefunden. Wird stärker gewichtet, so wird die Verbesserungsquadratsumme höher und es tritt eine starke Glättung auf. Wird geringer gewichtet, so zeigen sich bei Datenlöchern bereits leichte Unregelmäßigkeiten in Form von Spitzen. Diese könnten Folge einer Überparametrisierung sein. Eine Varianzkomponentenschätzung, welche den optimalen Gewichtungsfaktor ermitteln kann, war nicht in der Umsetzung vorgesehen. Auffällig ist der große Senkungstrichter im mittleren unteren Bereich, der mit Abstand die größten

Bodensenkungen in der betrachteten Region aufweist. Insgesamt passen sich die Beobachtungen sehr gut an die modellierte Fläche an. In Gebieten, wo keine Beobachtungen vorhanden sind, gibt es keine unerklärlichen Bodenbewegungen, womit das Verfahren der Krümmungsminimierung hier offenbar gut funktioniert hat und plausible Ergebnisse liefert. Trotzdem kann man nicht genau sagen, wie sich die tatsächlichen Bodenbewegungen in Bereichen, wo keine Nivellementszüge vorhanden sind, verhalten. Die Randbereiche erweisen sich als stabil und geglättet.

Die Hebungen und Senkungen, die sich in Abbildung 3.3 bereits punkthaft gezeigt haben, sind sehr

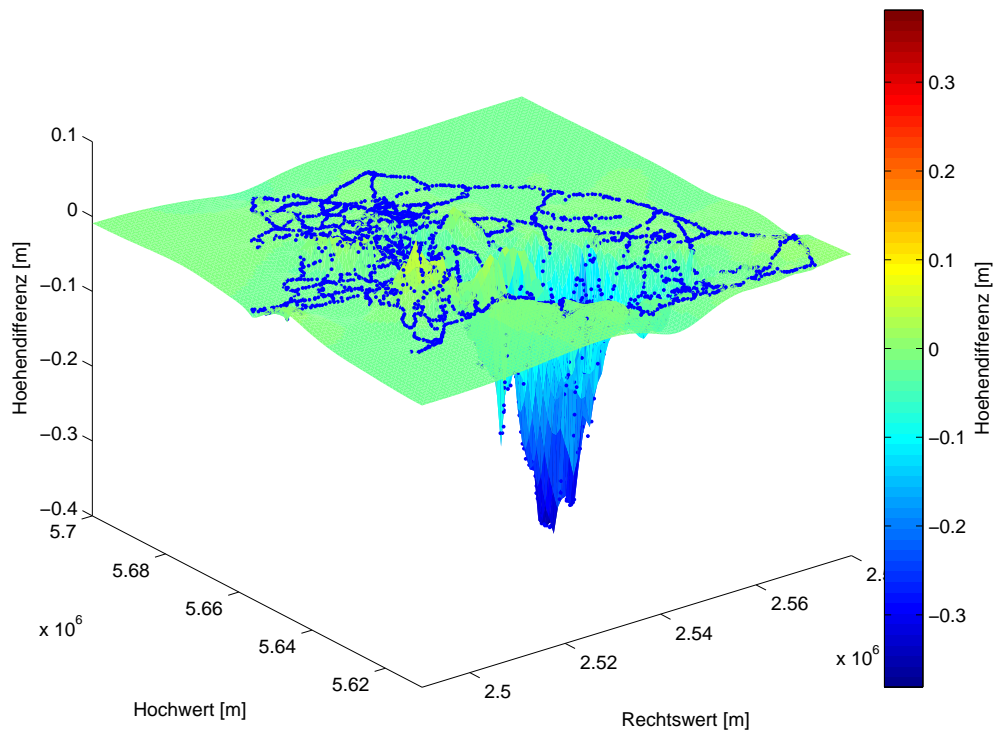


Abbildung 5.1: flächenhafte Höhendifferenzen und Beobachtungen zwischen den Epochen 2005 und 2009, 3D Plot

gut zu erkennen. Abbildung 5.2 zeigt die flächenhaften Höhendifferenzen als 2D Kontur-Plot mit Kreisgrenzen, einigen Städten und den Kohleabbaugebieten. Außerdem wurden die Beobachtungspunkte (weiß) zur Orientierung und zur Verifizierung der Approximation eingezeichnet.

Den großen Senkungstrichter im Rhein-Erft-Kreis an der Grenze zum Kreis Düren kann man dem Tagebau Hambach mit einer Betriebsfläche von 3681ha (Stand Anfang 2009, RWE 2010) gut zuordnen. Interessant ist, dass der Senkungstrichter nicht genau im Zentrum des Tagebaus liegt. Zum Einen sind die Nivellementspunkte hauptsächlich nur auf Straßen und auch technisch bedingt nicht innerhalb des Abbauggebietes zu finden, wo andauernd Bodenabtragungen und Erdmassenbewegungen stattfinden und somit keine Aussagen über die relativen Bodenbewegungen identischer Punkte getätigt werden können. Die geschätzten Bewegungen in diesem Bereich werden zwar vom Modell geliefert, sind jedoch nicht verwendbar. Es ist vor allem die Auswirkung des Braunkohleabbaus für die Umgebung von Bedeutung. Zum Anderen sorgen mit großer Wahrscheinlichkeit die tektonischen Gegebenheiten dafür, dass eine gleichmäßige Ausdehnung nicht möglich ist. Hier wäre ein genauer Abgleich mit den Schollengrenzen sicherlich aufschlussreich. Im Einzelfall können auch fehlende Nivellementpunkte dafür sorgen, dass das errechnete Modell an gewissen Stellen falsch ist.

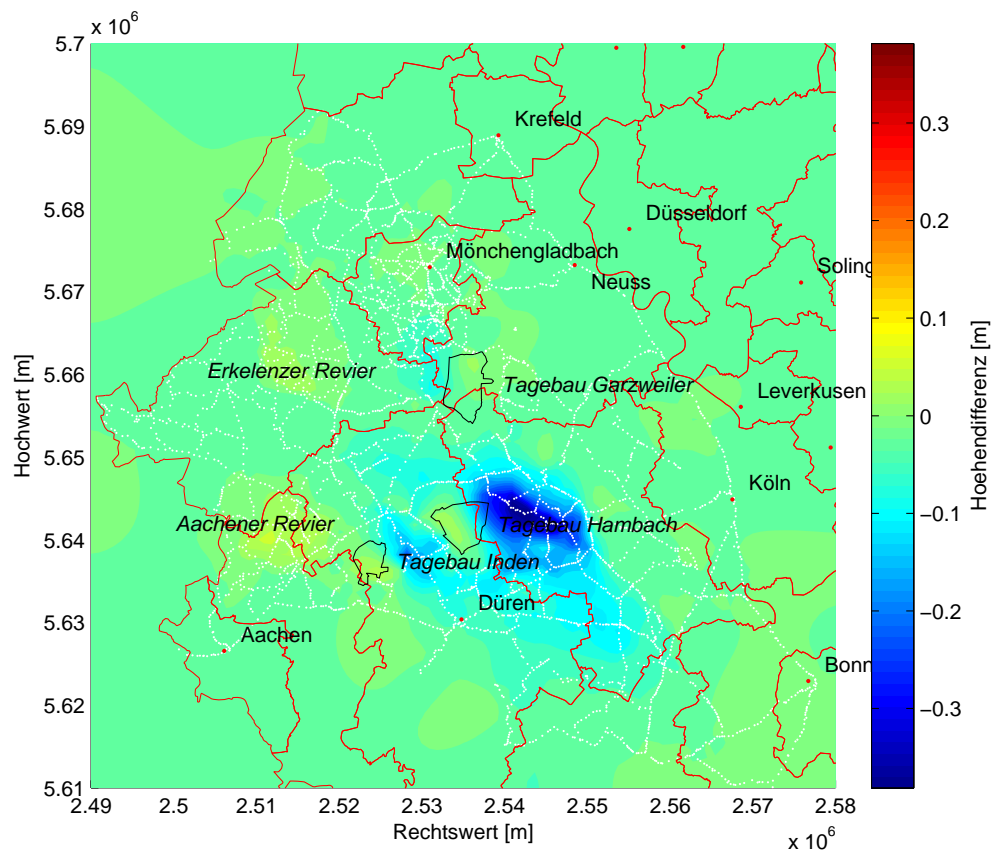


Abbildung 5.2: flächenhafte Höhendifferenzen zwischen den Epochen 2005 und 2009 mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

Der Tagebau Hambach ist laut RWE (2010) zur Zeit 350m tief, was eine Grundwasserabsenkung in etwas höherer Größenordnung bedeutet. Im Anschluss von etwa 10km östlich an den Tagebau liegt im berechneten Modell die Größenordnung der Bodensenkungen zwischen 20 und maximal 35cm in 4 Jahren. Dies entspricht einer Setzungsgeschwindigkeit von etwa 88mm/Jahr. Bis zu einer Entfernung von etwa 10km zur Hauptsenkungsmulde in nordöstlicher und nordwestlicher Richtung, 15km südwestlicher sowie 25km in südöstlicher Richtung, sind Bodensenkungen je nach Entfernung zwischen 6 und 10cm zu verzeichnen. Es ist zu bestätigen, dass die Bodenbewegungen, wie in Kapitel 2.1 beschrieben, sich viele Kilometer weit über die Abbauflächen hinaus bilden. Die größere Ausdehnung in südöstlicher Richtung ist vermutlich auf die tektonische Lage der Kölner Scholle und der Erft-Scholle, die in die gleiche Richtung verlaufen zu erklären, weil anscheinend quer dazu die Schollenränder eine weitere Bodensenkung verhindern.

Der Tagebau Inden mit einer Betriebsfläche von etwa 1400ha (RWE 2010) liegt etwa 15km westlich vom Tagebau Hambach entfernt mit Bodensenkungen westlich des Tagebaus um die 20cm. Die Ausdehnung der Bodensenkungen entlang der Schollen ist hier wieder deutlich größer als quer dazu. Der Tagebau Garzweiler liegt in der Grenzregion des Rhein-Kreis Neuss und dem Rhein-Erft-Kreis und besitzt ein ca. 4800ha großes Abbaufeld. Dort liegt die Braunkohle in weit geringeren Tiefen zwischen 40 und maximal 160m (RWE 2010). Dadurch ist wahrscheinlich zu erklären, dass die Bodensenkungen im Modell nur um die 8cm betragen und lediglich im Umkreis weniger Kilometer auftreten. Außerdem sind keine Bodenbewegungen im Norden und Osten zu verzeichnen.

Die Hebungen im bereits stillgelegten Aachener und Erkelenzer Revier liegen bei 5cm bzw. 3cm in 4 Jahren und haben einen Einzugsbereich von etwa 80km² bzw. 40km². Die größeren Hebungen sind also im südlicher gelegenen Aachener Revier zu verzeichnen. Aufgrund der Stilllegung in diesen Revieren werden die Gruben noch andauernd geflutet (BOJE et al. 2008) und es kommt dadurch zu Hebungen, da wieder größere Auftriebskräfte durch das wieder eindringende Wasser im Boden wirken. Die Hebungen stellen, über einen größeren Zeitraum betrachtet, die umgekehrte Ausgleichsbewegung der während der Abbauzeit durchgeführten Entwässerungen der Gruben dar.

Die Ergebnisse des Differenzmodells zwischen den Epochen 2001 und 2005 sind wie auch beim vorherigen Modell in Abbildung 5.3 als 3D Plot und in Abbildung 5.4 als 2D Plot dargestellt. Es fällt auf, dass in der Schnittmenge der Epochen teils Nivellementsschleifen oder einzelne Punkte entfallen oder neue hinzugekommen sind. Desweiteren treten im Erkelenzer Revier deutliche größere Hebungen mit bis zu 15cm in 4 Jahren auf, die teilweise sehr punktuell auftreten, im Gegensatz zu etwa 3cm in den Folgejahren 2005-2009. Die punktuell größeren Hebungen könnten eventuell Approximationsfehler durch die Splines oder sprunghafte Änderungen von wenigen Punkten durch die Flutung kleinräumiger Grubenanlagen sein. Ein Blick auf die bestimmten Differenzbeobachtungen zeigt, dass in diesem Gebiet die Höhendifferenzen lokal stark variieren. In BOJE et al. (2008) werden ebenfalls diskontinuierliche Bodenbewegungen (Erdstufen) im Erkelenzer Revier genannt, über deren Ursache bisher noch keine konkreten Erkenntnisse vorlägen. Somit ist diese Aussage zu bestätigen. Beim Braunkohletagebau Hambach fällt auf, dass der Senkungstrichter im Bereich der Senkungen, die größer als 20cm sind, kleiner ausfällt als in den Folgejahren.

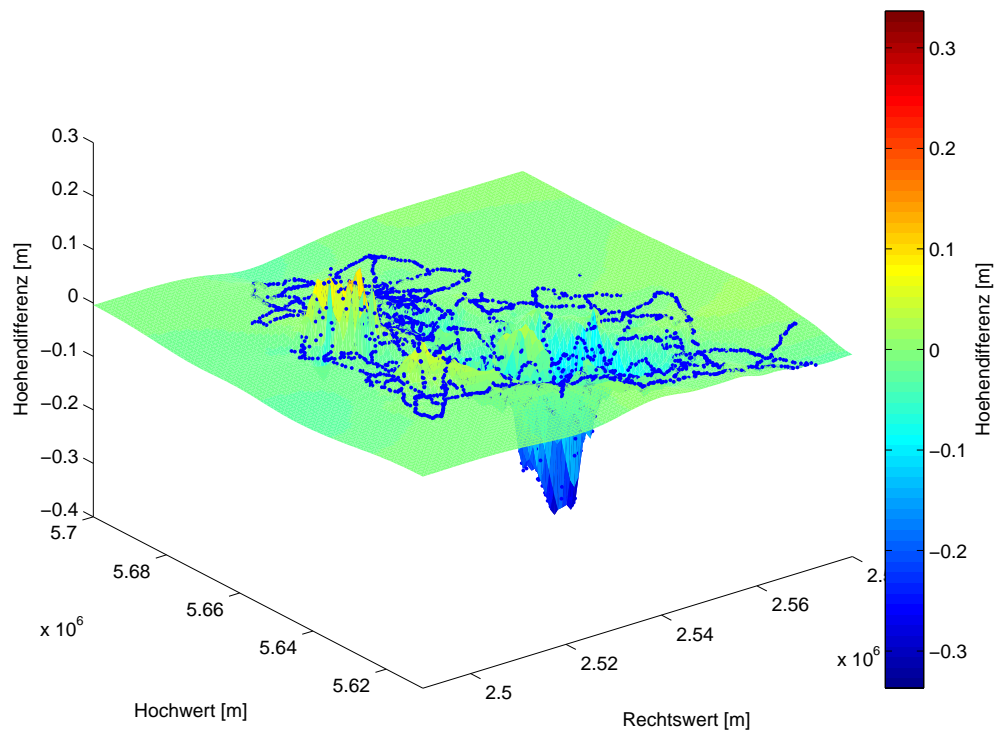


Abbildung 5.3: flächenhafte Höhendifferenzen und Beobachtungen zwischen den Epochen 2001 und 2005, 3D Plot

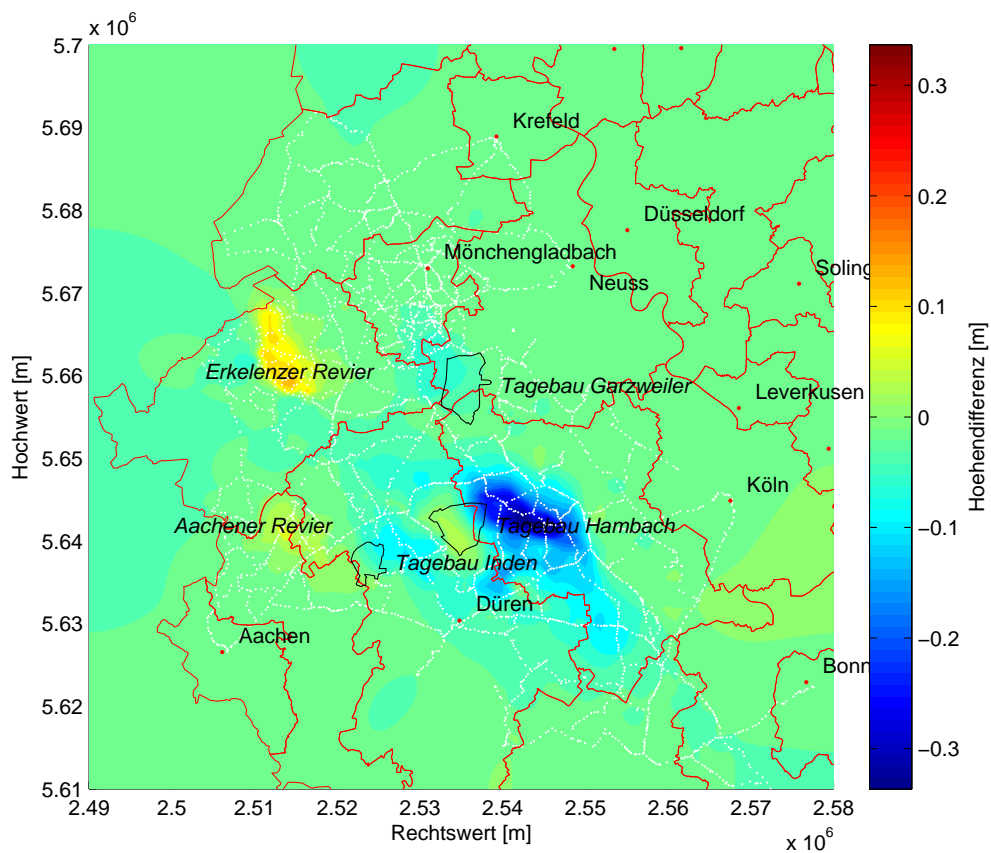


Abbildung 5.4: flächenhafte Höhendifferenzen zwischen den Epochen 2001 und 2005 mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

6. Schätzung eines kinematischen Gesamtmodells

6.1 Allgemeiner Ansatz

Eine Alternative zur Differenzbildung zweier Epochen stellt die Bildung eines kinematischen Gesamtmodells dar, da hier mehr als zwei Messepochen miteinbezogen werden können. Dabei sollen ausgehend von einer Nullepoche absolute Höhen-, Geschwindigkeits- und auch Beschleunigungsparameter für jeden Punkt angesetzt werden. In WELSCH et al. (2000), S. 420 wird dazu folgender Ansatz für die identischen Punkte eines geodätischen Netzes mit den Raum-Zeit-Koordinaten zu zwei Zeitpunkten $P^{(1)}(x^{(1)}, y^{(1)}, z^{(1)}, t^{(1)})$ und $P^{(2)}(x^{(2)}, y^{(2)}, z^{(2)}, t^{(2)})$ formuliert:

$$\mathbf{x}^{(2)} = \mathbf{x}^{(1)} + \dot{\mathbf{x}}\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{x}}\Delta t^2 \quad \text{mit } \Delta t = t^{(2)} - t^{(1)} \quad (6.1)$$

Der Vektor \mathbf{x} stellt hierbei den Ort, $\dot{\mathbf{x}}$ (zeitliche Ableitung von \mathbf{x}) die durchschnittliche Geschwindigkeit und $\ddot{\mathbf{x}}$ (zeitliche Ableitung der Geschwindigkeit) die durchschnittliche Beschleunigung innerhalb des Betrachtungszeitraumes dar. Es werden analog Splinekoeffizienten \mathbf{a} und die zeitliche Ableitungen $\dot{\mathbf{a}}$ und $\ddot{\mathbf{a}}$ als unbekannte Parameter angesetzt. Die Krümmungsminimierung in Form von Gleichung (4.6) soll auch hier für die Modellbildung für jeden Parameter angewendet werden. Wie in Gleichung (6.1) sind $\dot{\mathbf{a}}$ und $\ddot{\mathbf{a}}$ mit der Geschwindigkeit und der Beschleunigung vergleichbar. Somit erhält man den Zusammenhang der Parameter für mehrere Epochen:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^{(0)} &= \mathbf{a}^{(0)} + \dot{\mathbf{a}}\Delta t^{(0)} + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{a}}(\Delta t^{(0)})^2 & \text{mit } \Delta t^{(0)} = 0 \\ \mathbf{a}^{(1)} &= \mathbf{a}^{(0)} + \dot{\mathbf{a}}\Delta t^{(1)} + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{a}}(\Delta t^{(1)})^2 \\ \mathbf{a}^{(2)} &= \mathbf{a}^{(0)} + \dot{\mathbf{a}}\Delta t^{(2)} + \frac{1}{2}\ddot{\mathbf{a}}(\Delta t^{(2)})^2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (6.2)$$

Für die Umsetzung des Modells sollen die drei vorhandenen Messepochen aus den Jahren 2001, 2005 und 2009 herangezogen werden, welche epochenweise bereits durch den in Kapitel 3.1 beschriebenen Vorausgleich ausgeglichen wurden. Es wird die Schnittmenge der Punkte aus allen Epochen gebildet. Die Festlegung der Nullepoche erfolgt mit dem Jahr 2001. Es sollen im Folgenden zwei kinematische Modelle umgesetzt werden: Im ersten Modell wird eine absolute Höhe und eine Geschwindigkeit für jeden Gitterpunkt angesetzt, im zweiten Modell zusätzlich zu den zwei Parametern eine Beschleunigung pro Gitterpunkt.

Aus den Vorausgleich steht jeweils die Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Höhen $\Sigma\{\hat{\mathbf{x}}\}^{(i)}$ zur Verfügung. Diese enthält keine Informationen mehr zu den Punkten, die nicht in der Schnittmenge enthalten sind.

6.2 Kinematisches Modell mit Höhen und Geschwindigkeiten

6.2.1 Modellbildung

Das kinematische Modell benötigt mindestens zwei Epochen, um die angesetzten Parameter in Form von Höhen und Geschwindigkeiten bestimmen zu können. Zunächst soll das funktionale Modell betrachtet werden. Nachfolgend wird die Epoche 2001 mit (0), die Epoche 2005 mit (1) und die Epoche 2009 mit (2) bezeichnet. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{l}^{(0)} + \mathbf{v}^{(0)} &= \mathbf{A}\mathbf{a}^{(0)} \\
 \mathbf{l}^{(1)} + \mathbf{v}^{(1)} &= \mathbf{A}\mathbf{a}^{(1)} = \mathbf{A}\mathbf{a}^{(0)} + \Delta t^{(1)} \mathbf{A}\dot{\mathbf{a}} \\
 \mathbf{l}^{(2)} + \mathbf{v}^{(2)} &= \mathbf{A}\mathbf{a}^{(2)} = \mathbf{A}\mathbf{a}^{(0)} + \Delta t^{(2)} \mathbf{A}\dot{\mathbf{a}}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Die Designmatrix der Splines \mathbf{A}_s jeder Epoche ergibt sich nach Gleichung (4.3). Da in jeder Epoche die identische geometrische Netzkonfiguration vorhanden ist, weil nur identische Punkte betrachtet werden können, ist die Designmatrix \mathbf{A}_s jedes Mal die selbe. Der Beobachtungsvektor $\mathbf{l}^{(i)}$ beinhaltet die ausgeglichenen Höhen $\hat{\mathbf{x}}$ jeder Epoche. Die Epoche (0) legt das Datum des Modells fest und dient folglich als Referenz für die weiteren Epochen. Fasst man diese Gleichungen zu einem Gesamtmodell zusammen, so erhält man

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{l}^{(0)} \\ \mathbf{l}^{(1)} \\ \mathbf{l}^{(2)} \\ \mathbf{l}_{ps} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{l}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{v}^{(0)} \\ \mathbf{v}^{(1)} \\ \mathbf{v}^{(2)} \\ \mathbf{v}_{ps} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{v}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_s & \Delta t^{(1)} \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_s & \Delta t^{(2)} \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_{ps} & \Delta t \mathbf{A}_{ps} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \dot{\mathbf{a}} \\ \bar{\mathbf{a}} \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{a}}}, \tag{6.4}$$

wobei die Pseudobeobachtungen nach Gleichung (4.6) zur Behebung des Rangdefekts einmal ergänzt werden. Die i -te Blockzeile der Designmatrix für die normalen Beobachtungen wird folglich durch

$$\mathbf{A}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \Delta t^{(i)} \mathbf{A}_s \end{bmatrix} \tag{6.5}$$

beschrieben. Das stochastische Modell ergibt sich als Blockdiagonalmatrix

$$\Sigma\{\bar{\mathcal{L}}\} = \begin{bmatrix} \Sigma\{\hat{\mathcal{X}}\}^{(1)} & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ & & \Sigma\{\hat{\mathcal{X}}\}^{(3)} & \\ \mathbf{0} & & & p_{ps} \mathbf{I} \end{bmatrix} \tag{6.6}$$

und trägt im Folgenden die Bezeichnung „stochastisch komplexes Modell“. Der Gewichtungsfaktor p_{ps} gibt die Gewichtung der Pseudobeobachtungen an. Die ausgeglichenen Parameter errechnen sich folglich über:

$$\tilde{\bar{\mathbf{a}}} = (\bar{\mathbf{A}}^T \Sigma\{\bar{\mathcal{L}}\}^{-1} \bar{\mathbf{A}})^{-1} \bar{\mathbf{A}}^T \Sigma\{\bar{\mathcal{L}}\}^{-1} \bar{\mathbf{l}} \tag{6.7}$$

Bei der Umsetzung in MATLAB wird wegen des großen Systems eine effizientere Berechnung gewählt, indem die Normalgleichungen epochenweise aufaddiert werden. Die Größe des Normalgleichungssystems steigt quadratisch mit der Gitterauflösung. Bei z.B. 100 Punkten in einer Achsrichtung besitzt das Normalgleichungssystem bereits die Dimension von 20 000 x 20 000. Die Normalgleichungen können unter Verwendung von Gleichung (6.5) über

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{N}} &= \sum_{i=0}^2 \left((\mathbf{A}^{(i)})^T (\Sigma\{\hat{\boldsymbol{\chi}}\}^{(i)})^{-1} \mathbf{A}^{(i)} \right) + \mathbf{N}_{ps} \\ \bar{\mathbf{n}} &= \sum_{i=0}^2 \left((\mathbf{A}^{(i)})^T (\Sigma\{\hat{\boldsymbol{\chi}}\}^{(i)})^{-1} \hat{\mathbf{x}}^{(i)} \right)\end{aligned}\quad (6.8)$$

aufgestellt werden. Die Matrix \mathbf{N}_{ps} dient als geometrische Regularisierung und wird analog zu Gleichung (6.5) aufgestellt, jedoch unter Verwendung von \mathbf{A}_{ps} .

Die Normalgleichungsmatrix $\bar{\mathbf{N}}$ stellt ein System mit 2 x 2 Blockmatrizen dar, welches sehr dünn besetzt ist. Die einzige Matrix, die voll besetzt in die Berechnung miteinfließen kann, ist $\Sigma\{\hat{\boldsymbol{\chi}}\}^{(i)}$. Daher bietet es sich hier an, sämtliche Matrizen sparse zu speichern. Systeme dieser Größe sind bei der beschriebenen Vorgehensweise mit handelsüblichen Rechnern (z.B. Dual Core 2.5 GHz, 2GB RAM) noch gut zu handhaben. Anschließend werden die Normalgleichungen $\bar{\mathbf{N}}\bar{\mathbf{a}} = \bar{\mathbf{n}}$ aufgestellt und das Gleichungssystem gelöst. Dies führt zu den ausgeglichenen Parametern $\tilde{\mathbf{a}}$. Die Kovarianzmatrix der epochenweisen Beobachtungen $\Sigma\{\hat{\boldsymbol{\chi}}\}^{(i)}$ bedarf einer aufmerksamen Betrachtung. Aufgrund der Datumsfestlegung mittels eindeutiger Lagerung ist eine Nullzeile und Nullspalte in der Matrix enthalten. Dadurch ist $\Sigma\{\hat{\boldsymbol{\chi}}\}^{(i)}$ nicht ohne Weiteres invertierbar. Es ist erforderlich, die Varianz des Datumpunktes auf einen kleinen Wert > 0 zu setzen.

6.2.2 Umsetzung

Anhand der Ergebnisse konnten die relative Gewichtung der Pseudobeobachtungen und weitere Steuerungseinstellungen des Programms optimal bestimmt werden. Außerdem wurde die Möglichkeit geschaffen, für das stochastische Modell entweder das stochastisch komplexe Modell aus Gleichung (6.6) oder anstelle von $\Sigma\{\hat{\boldsymbol{\chi}}\}^{(i)}$ die Einheitsmatrix zu verwenden. Damit ändert sich das stochastische Modell zu

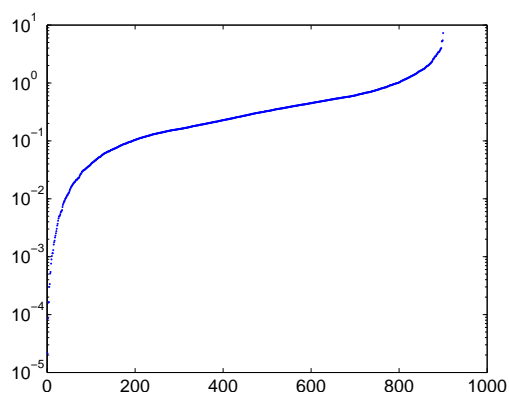
$$\Sigma\{\bar{\boldsymbol{\mathcal{L}}}\} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{I} & \\ \mathbf{0} & & & p_{ps}\mathbf{I} \end{bmatrix}\quad (6.9)$$

welches im Folgenden als „stochastisch einfaches Modell“ bezeichnet wird. In dieser Variante waren plausible Höhen und Geschwindigkeiten in den Plots zu erkennen. Dahingegen lieferte das stochastisch komplexe Modell unerklärliche Schwingungen der modellierten Höhen- oder Geschwindigkeitsflächen, die, jenachdem wie die Krümmungsbedingungen gewichtet wurden, mal mehr die Höhenparameter oder die Geschwindigkeitsparameter betraf. Zunächst war ein Programmierfehler

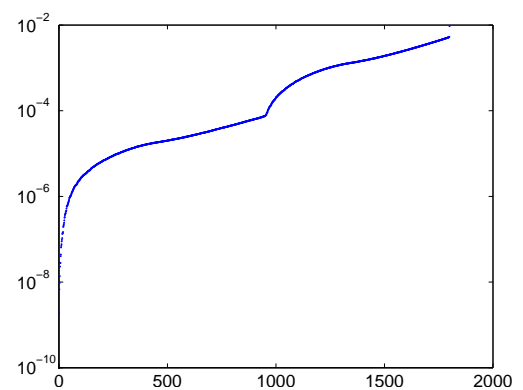
zu vermuten, welcher nach sorgfältiger Prüfung nicht bestätigt werden konnte. Somit war die Notwendigkeit gegeben, die Numerik der Normalgleichungsmatrix $\overline{\mathbf{N}}$ in verschiedenen Varianten der Steuerungsparameter durch eine Spektralanalyse zu untersuchen, bei der

$$\overline{\mathbf{N}} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^T \quad \text{mit } \mathbf{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{min} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \lambda_{max} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

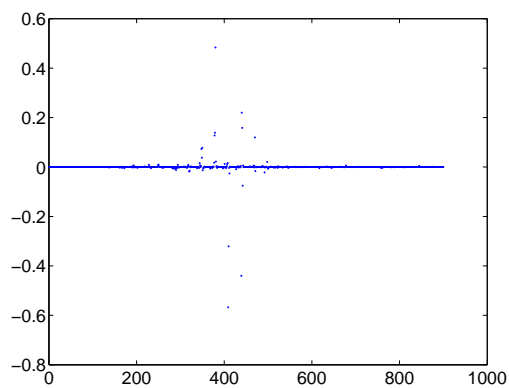
diagonalisiert wird. Die Eigenvektoren stehen spaltenweise in der Matrix \mathbf{U} und Eigenwerte in der Diagonalmatrix $\mathbf{\Lambda}$. Die Eigenwerte und einige Eigenvektoren wurden vielfach geplottet. Eine geeignete Gegenüberstellung von Eigenwerten und Eigenvektoren des Differenzmodells und des Gesamtmodells mit jeweils stochastisch komplexem Modell ist in Abbildung 6.1 zu sehen. Die Eigenwerte



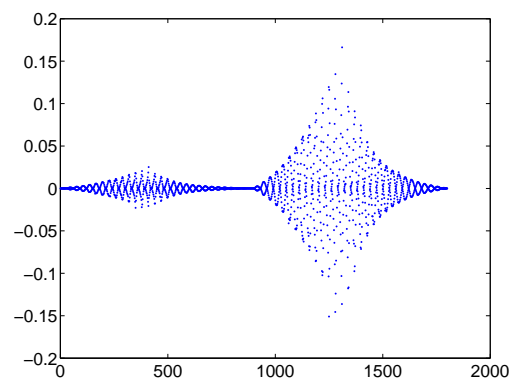
(a) Eigenwerte des Differenzmodells



(b) Eigenwerte des Gesamtmodells mit Geschwindigkeiten



(c) 2. Eigenvektor des Differenzmodells



(d) 2. Eigenvektor des Gesamtmodells mit Geschwindigkeiten

Abbildung 6.1: stochastisch komplexes Differenz- und Gesamtmodell: Eigenwerte und jeweils der 2. Eigenvektor zum 2. kleinsten Eigenwert bei 30 x 30 Gitter

sind sortiert und auf einer semilogarithmischen Skala aufgetragen. Es ist zu erkennen, dass die Eigenwerte beim Differenzmodell in einer gleichmäßigen Kurve verlaufen, im Gegensatz zum Gesamtmodell, wo die Eigenwerte etwa ab der Hälfte abknicken. Die Größenordnung der Eigenwerte liegt beim Differenzmodell zwischen 10^{-5} und 10^1 , beim Gesamtmodell zwischen 10^{-9} und 10^{-2} . Hierbei ist die Spanne zwischen größtem und kleinstem Eigenwert interessant, weil sich aus diesen

beiden Werten die sog. Kondition berechnet, auf die in diesem Abschnitt noch eingegangen wird. Es fand weiterhin eine Untersuchung der Einflüsse kleiner Eigenwerte auf die Parameter statt. Die Inverse der Normalgleichungsmatrix

$$\overline{\mathbf{N}}^{-1} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{U}^T \quad \text{mit } \mathbf{\Lambda}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_{min}} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{\lambda_{max}} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

lässt sich aus der Spektralzerlegung aus Gleichung (6.10) berechnen. Folglich wird der kleinste Eigenwert bei der Inversion am größten, besitzt den größten Einfluss auf die Lösung und kann daher zu numerischen Problemen führen. Bei den Eigenvektoren des Gesamtmodells fielen regelmäßige Schwingungen und damit Abhängigkeiten durch hohe Korrelationen zwischen benachbarten Punkten auf, welche typisch für Nivellementsnetze sind (vgl. Abb. 6.1(d)). Die Einträge der Eigenvektoren zu den kleinsten Eigenwerten des Differenzmodells sind dagegen überwiegend bei null mit wenig verstreuten Ausreißern. Es ist zu erwähnen, dass die Eigenvektoren jeweils normiert sind, also die Länge 1 besitzen.

Die Kondition

$$\text{cond}(\mathbf{N}) = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \quad (6.12)$$

beschreibt die Empfindlichkeit der Lösung der Matrix \mathbf{N} bei der Matrixinversion oder bei linearen Gleichungssystemen. Diese wurde für die oben beschriebenen Eigenwertzerlegungen berechnet, allerdings zeigten sich keine auffallend schlechten Ergebnisse, die die auftauchenden Fehler rechtfertigten. Die Konditionen lagen zwischen 10^5 und 10^8 . Dies bedeutet einen Verlust von 5 bzw. 8 Stellen. Die Double Precision ermöglicht in MATLAB 16 Ziffern zu speichern. Für z.B. eine Höhe $> 100\text{m}$ werden 6 Stellen benötigt, um diese mit einer Millimetergenauigkeit darzustellen.

Um die Kondition zu verbessern, wurde eine Tikhonov Regularisierung angebracht. Hierbei wird eine Einheitsmatrix mit bestimmter Gewichtung in diesem Fall auf den Block der Geschwindigkeiten in der Normalgleichungsmatrix $\overline{\mathbf{N}}$ addiert. Dies ist gleichbedeutend mit Pseudobeobachtungen, die besagen, dass an jedem Gitterpunkt die Geschwindigkeit null ist. Die Gewichtung ist als Maß zu verstehen, mit der die Parameter von null abweichen können. Durch diese Maßnahme wurden die Schwingungen der Geschwindigkeiten kleiner und die Höhen stimmten besser mit den Beobachtungen überein. Trotzdem liefert das Modell mit dem stochastisch komplexen Modell keine brauchbaren Ergebnisse.

Abbildung 6.2 zeigt ein Beispiel für die grob fehlerhaften Geschwindigkeiten, durch das stochastisch komplexe Modell bedingt. Die maximalen Geschwindigkeiten liegen bei $20\text{m}/\text{Jahr}$. Die Geschwindigkeiten sind sowohl am Rand, in großräumigen Ausmaßen, als auch innerhalb von Nivellementschleifen, in kleineren Spitzen, falsch bestimmt.

Die Auswirkung von anderen Lagerungen des Höhennetzes wurde ebenfalls untersucht und somit eine eindeutige Lagerung am Kreuzungspunkt der Hauptpfarrkirche in Mönchengladbach, eine Zwangslagerung auf vier Randpunkten des Netzes sowie eine Auftransformation (auch wenn diese für Bewegungen zwischen Punkten nicht geeignet ist) ausprobiert. Es war dabei nur die Kovarianzmatrix von Bedeutung, mit der Frage, ob diese die auftretenden Schwingungen ebenfalls verursacht werden.

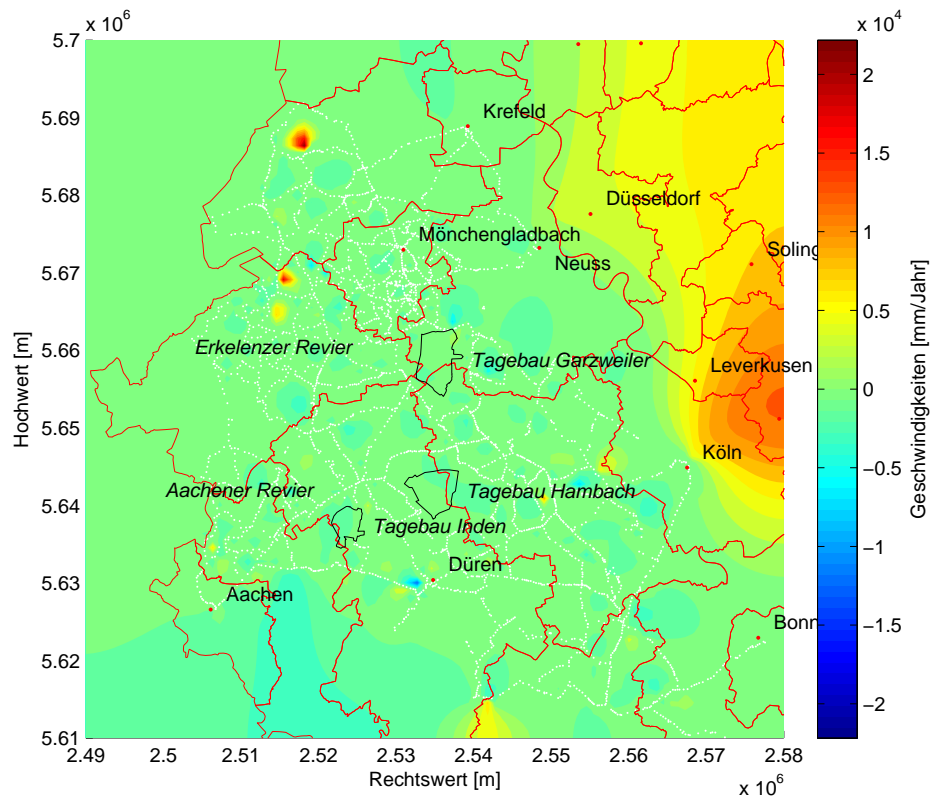


Abbildung 6.2: Grobe Fehler im Gesamtmodell mit Geschwindigkeiten: Geschwindigkeiten, stochastisch komplexes Modell, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

Die eindeutige Lagerung im etwas besser angeschlossenen Punkt der Hauptpfarrkirche in Mönchengladbach im Vergleich zur Bonner Kreuzkirche hatte kleinere Varianzen zur Folge, ebenfalls das Zwangsnetz, wobei hier wieder die Varianzen der Datumspunkte mit einem Wert > 0 versehen werden mussten, um die Invertierbarkeit zu gewährleisten.

Die Frage, was genau die Schwingungen der Parameter verursacht, kann nicht vollends geklärt werden. Es liegt nahe, dass die Schätzung von absoluten Höhen in dem kinematischen Modell mit voller Kovarianzinformation zu Problemen führt, da zwischen benachbarten Nivellementsweepunkten hohe Korrelationen auftreten. Die Beobachtungen in einem Nivellementsnetz stellen Höhendifferenzen dar, auch wenn nach dem Ausgleich durch die Lagerung absolute Höhen der Punkte vorliegen. Die Differenzbildung wird allerdings vollends in der Designmatrix sichtbar, welche in die Berechnung der Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Höhen eingeht.

Bei Verwendung der Einheitsmatrix wird diese Differenzbildung durch fehlende Korrelationen nicht berücksichtigt und das Modell liefert plausible Ergebnisse. Die Höhen werden als unabhängig voneinander betrachtet. Beim Differenzmodell wurden nur relative Höhenveränderungen geschätzt, was auch mit voller stochastischer Information erfolgreich war. Daher werden für das kinematische Gesamtmodell für die Darstellung der Ergebnisse die Beobachtungen als gleichgenau und unkorreliert angenommen und nachfolgend dargestellt.

6.2.3 Ergebnisse

Da es sich um ein kinematisches Modell handelt, können die Bodenbewegungen für einen beliebigen Zeitpunkt vorhergesagt werden. Nachfolgend wird hier das aktuelle Jahr 2010 genommen, um ein Beispiel für die Vorhersage zu geben.

Die absoluten Höhen, die das Modell ebenfalls liefert, entsprechen einer Art Geländemodell, auch

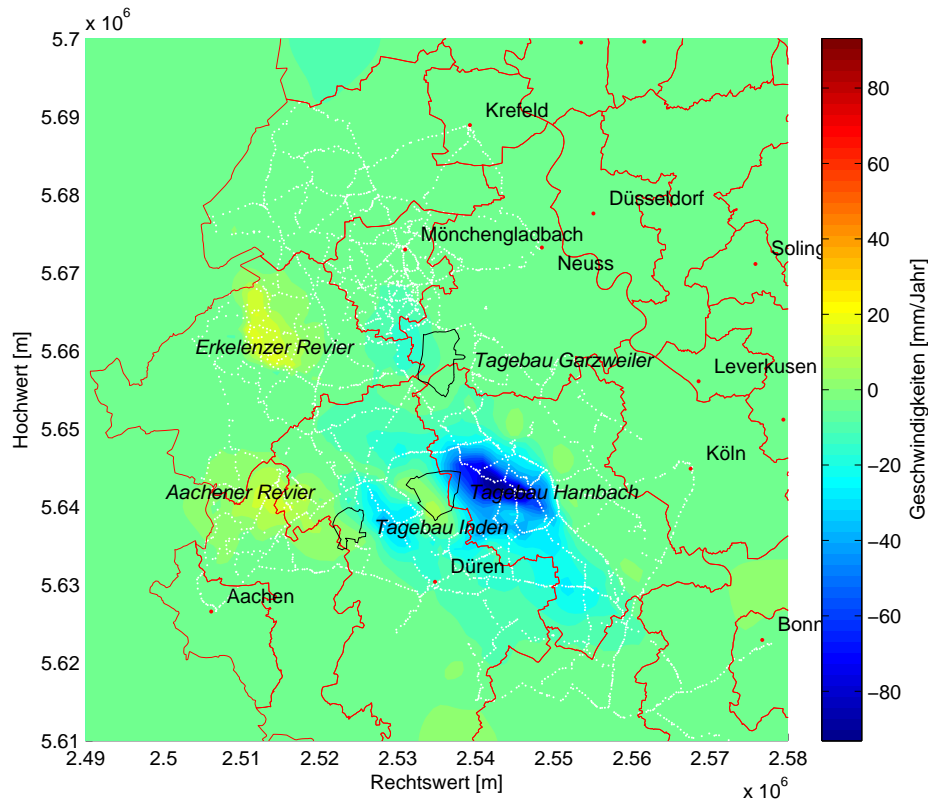


Abbildung 6.3: Gesamtmodell mit Geschwindigkeiten: Geschwindigkeiten, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

wenn strenggenommen keine physisch definierte Oberfläche vorliegt. Für die Bodenbewegungen sind die absoluten Höhen jedoch nicht relevant und werden daher erst in Kapitel 7 als Plot vorgestellt. Abbildung 6.3 zeigt die modellierten Geschwindigkeiten der niederrheinischen Bucht. Die Größenordnung und die Orte, an denen Bewegungen auftreten sind im Vergleich zum Differenzmodell fast identisch. Zu nennen sind hier wieder die drei Braunkohletagebaue mit Bodensenkungen und die zwei Steinkohlereviere mit Bodenhebungen. Die negativen Geschwindigkeiten östlich des Tagebaus Hambach liegen bei maximal 80mm/Jahr, östlich des Tagebaus Inden zwischen 10 und 35mm/Jahr und westlich des Tagebaus Garzweiler bei maximal 15mm/Jahr. Im Aachener Revier liegen die positiven Geschwindigkeiten zwischen 5 und 15mm/Jahr und im Erkelenzer Revier zwischen 8 und 21mm/Jahr.

Da ein Plot der Höhendifferenzen genau gleich aussähe wie der Plot der Geschwindigkeiten, weil die Größen sich nur um den Faktor Δt unterscheiden, wird an dieser Stelle darauf verzichtet. Die Gewichtung der Pseudobeobachtungen liegt wie beim Differenzmodell bei 1/100. Eine Regularisierung war nicht notwendig, weil diese nur einen Zwang auf die Parameter ausüben würde.

6.3 Kinematisches Modell mit Höhen, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen

6.3.1 Modellbildung

Im nächsten Schritt sollen die Beschleunigungen mitgeschätzt werden. Dazu müssen mindestens drei Epochen vorliegen. Das funktionale Gesamtmodell wird um $\ddot{\mathbf{a}}$ zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{l}^{(0)} \\ \mathbf{l}^{(1)} \\ \mathbf{l}^{(2)} \\ \mathbf{l}_{ps} \end{bmatrix}}_{\mathbf{l}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{v}^{(0)} \\ \mathbf{v}^{(1)} \\ \mathbf{v}^{(2)} \\ \mathbf{v}_{ps} \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_s & \Delta t^{(1)} \mathbf{A}_s & \frac{1}{2} (\Delta t^{(1)})^2 \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_s & \Delta t^{(2)} \mathbf{A}_s & \frac{1}{2} (\Delta t^{(2)})^2 \mathbf{A}_s \\ \mathbf{A}_{ps} & \Delta t \mathbf{A}_{ps} & \frac{1}{2} \Delta t^2 \mathbf{A}_{ps} \end{bmatrix}}_{\overline{\mathbf{A}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \dot{\mathbf{a}} \\ \ddot{\mathbf{a}} \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{a}}} \quad (6.13)$$

ergänzt. Die Designmatrix $\overline{\mathbf{A}}$ wird im Vergleich zu Gleichung (6.4) um eine Spalte erweitert, die Bezeichnung wird nicht geändert. Das stochastische Modell der Epoche (i) ergibt aus Gleichung (6.6). Die Blockzeile der Designmatrix der normalen Beobachtungen lässt sich durch

$$\mathbf{A}^{(i)} = \left[\mathbf{A}_s \quad \Delta t^{(i)} \mathbf{A}_s \quad \frac{1}{2} (\Delta t^{(i)})^2 \mathbf{A}_s \right] \quad (6.14)$$

beschreiben. Damit lassen sich die epochenweise aufsummierten Normalgleichungen wieder aus Gleichung (6.8) berechnen. Die Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} setzt sich diesmal aus einem System mit 3 x 3 Blockmatrizen zusammen, die ausgeglichenen Parameter $\widetilde{\mathbf{a}}$ lassen sich wieder durch die Lösung von $\overline{\mathbf{N}} \overline{\mathbf{a}} = \overline{\mathbf{n}}$ berechnen.

6.3.2 Umsetzung

Bei der Umsetzung des Modells gelten die gleichen Besonderheiten wie im Modell mit Geschwindigkeiten im Abschnitt 6.2.2. Das stochastisch komplexe Modell kann nicht verwendet werden und somit wird das stochastisch einfache Modell verwendet. In diesem Fall war ein leichtes flächenhaftes Schwingen der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen in Bereichen von Datenlöchern sowie an den Rändern erkennbar. Deshalb wurde die Gewichtung der Pseudobeobachtungen auf 1/10 gesetzt und die Tikhonov Regularisierung für die Beschleunigungsparameter durchgeführt und somit auf den entsprechenden Block der Normalgleichungsmatrix $\overline{\mathbf{N}}$ eine Einheitsmatrix mit bestimmtem Gewichtungsfaktor addiert. Die Ergebnisse werden nachfolgend präsentiert.

6.3.3 Ergebnisse

Berechnet wird eine Vorhersage des Modells für das Jahr 2010, um einen Vergleich zu Abschnitt 6.2.3 zu ermöglichen. Abbildung 6.4 zeigt die geschätzten Geschwindigkeiten des Modellgebietes. Diese weichen in der Größenordnung leicht von denen aus Abbildung 6.3 ab, da ein Teil der Bewegungen auf die Beschleunigungen entfällt. Zudem sind Gebiete vorhanden, wie z.B. einige Kilometer östlich

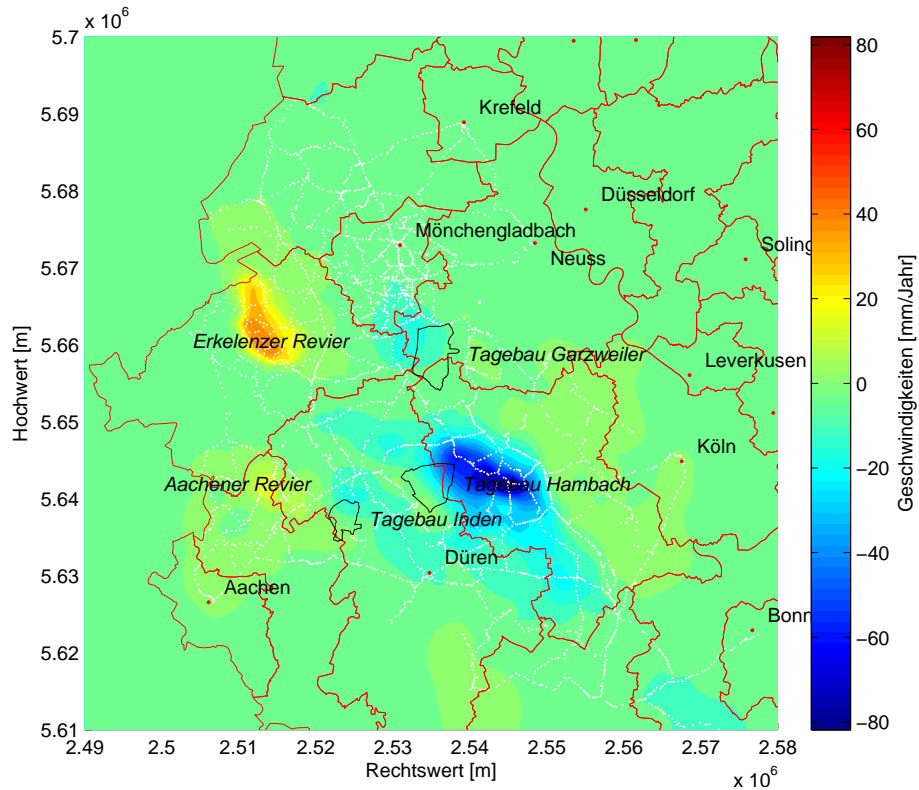


Abbildung 6.4: Gesamtmodell mit Beschleunigungen: Geschwindigkeiten, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

vom Tagebau Hambach bis nach Köln, wo nun leichte positive Geschwindigkeiten zu verzeichnen sind.

In Abbildung 6.5 sind die Beschleunigungen des Gebietes dargestellt. Auffällig ist, dass ein sehr großer Teil des modellierten Gebietes negative Beschleunigungen erfährt. Außerdem verlangsamen sich im Erkelenzer Revier die Bodenhebungen, weil auch dort eine negative Beschleunigung wirkt. Die Beschleunigungen im Einzugsgebiet der Tagebaue Hambach und Inden sowie im Erkelenzer Revier stellen die stärksten negativen Beschleunigungen bis zu etwa 7 mm/Jahr^2 dar. Im Aachener Revier und an der nördlichen Rändern der Tagebaue Inden und Garzweiler sind leichte positive Beschleunigungen in der maximalen Größenordnung von 2 mm/Jahr^2 zu verzeichnen.

Abbildung 6.6 zeigt die Höhendifferenzen zwischen der Nullepoche 2001 und dem Jahr 2010. Hier kann man die Summe der Bewegungsanteile von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen entnehmen. Es zeigt sich, dass die Bewegungsanteile von positiven Geschwindigkeiten und negativen Beschleunigungen sich für das Vorhersagejahr in einigen Bereichen die Waage halten und somit keine Bodenbewegungen stattfinden. Es ist teilweise nicht ganz schlüssig, wie diese Aufteilung zu Stande kommt und ob sie, vor allem in den Gebieten, in denen letztendlich keine Bodenbewegungen vorhanden sind, sinnvoll ist. Da nur drei Epochen für die Modellbildung zur Verfügung standen, ist dieses Modell nicht sehr aussagekräftig, was die Beschleunigungen anbelangt.

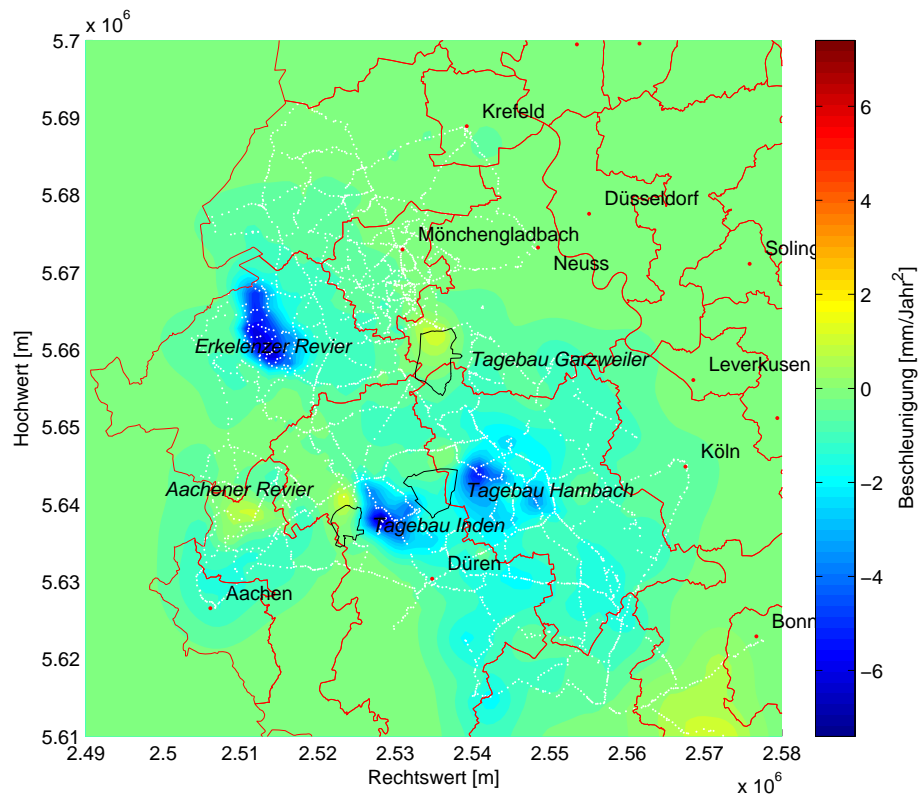


Abbildung 6.5: Gesamtmodell mit Beschleunigungen: Beschleunigungen, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

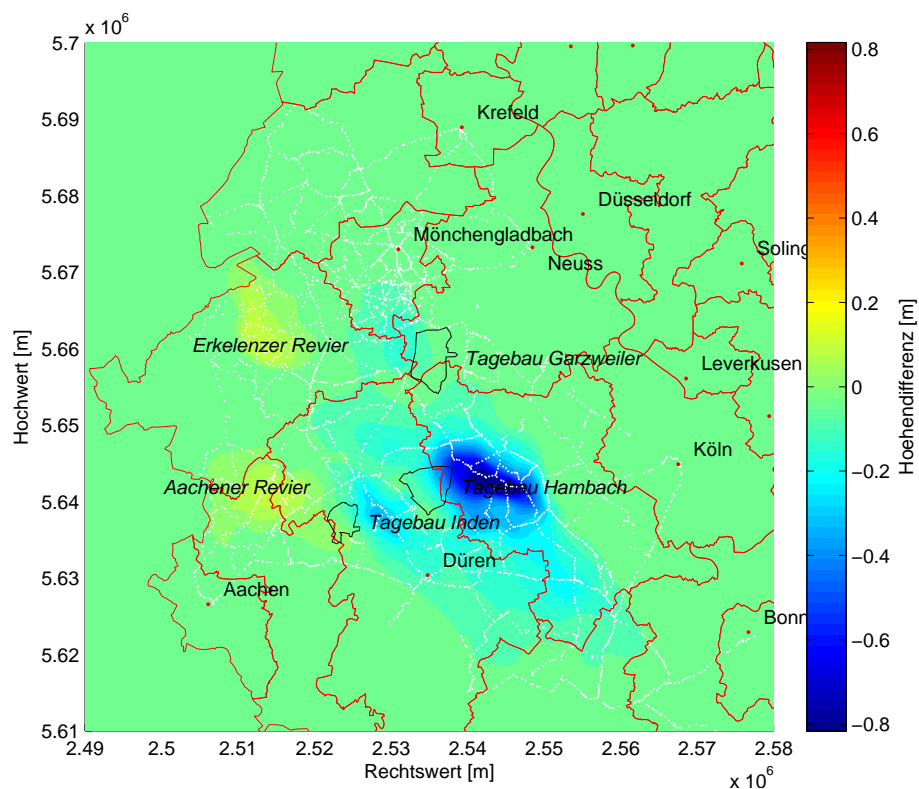


Abbildung 6.6: Gesamtmodell mit Beschleunigungen: Höhendifferenzen, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

7. Schätzung eines Höhenmodells aus einer Epoche

7.1 Modellbildung und Umsetzung

Zu Testzwecken wird der Versuch unternommen, ein Modell mit absoluten Höhen aus einer Epoche zu schätzen. Hier sollen die zwei bisher diskutierten stochastischen Modelle verwendet und die Ergebnisse einander gegenübergestellt werden. Wie im kinematischen Gesamtmodell stellt die Epoche 2001 die Nullepoche dar und nur die identischen Punkte aus allen Epochen ergeben die Beobachtungen. Für das funktionale Modell ergibt sich analog zu Gleichung (5.1)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{l}_{ps} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{v}_h \\ \mathbf{v}_{ps} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_h \\ \mathbf{A}_{ps} \end{bmatrix} \mathbf{a}. \quad (7.1)$$

Für das stochastische Modell wird im ersten Fall für die Kovarianzmatrix der normalen Beobachtungen $\Sigma\{\mathcal{L}\} = \mathbf{I}$, im zweiten Fall $\Sigma\{\mathcal{L}\} = \Sigma\{\hat{\mathcal{X}}\}^{(2001)}$ gewählt. Die ausgeglichenen Parameter lassen sich wieder nach Gleichung (4.10) bestimmen. Für die Umsetzung wurde als Vorlage das Gesamtmodell mit Geschwindigkeiten verwendet und das funktionale Modell entsprechend Gleichung (7.1) angepasst. Die Addition der Normalgleichungen erfolgt wie beim Differenzmodell.

7.2 Ergebnisse

Nachfolgend sind die Ergebnisse des Tests dargestellt. Die Modellhöhen sind keine physischen Höhen der Erdoberfläche, weil eine bestanpassendste Fläche durch alle Nivellementsunkte geschätzt wird. Außerdem liefert das Modell wegen der gewählten Gitterauflösung von 100 x 100 Punkten eine begrenzte räumliche Auflösung. In Regionen wie der Eifel oder dem Bergischen Land, wo keine Beobachtungen (weiße Punkte) liegen, ist das Modell nicht repräsentativ, weil keine Informationen vorliegen. Dort greifen nur die Krümmungsbedingungen, wodurch eine minimale Krümmung und Geländehöhenänderung vorhanden ist.

Abbildung 7.1 zeigt das Höhenmodell mit dem stochastisch einfachen Modell. In Abbildung 7.2 ist das Höhenmodell mit dem stochastisch komplexen Modell dargestellt. Die Farbskala der Höhen wurde gleich gehalten, sodass ein direkter Vergleich möglich ist. Die Abweichungen sind mit einer Größenordnung von 40m sehr groß. Zur besseren Verdeutlichung wurden auch noch die Differenzen zwischen den beiden Höhenmodellen berechnet und in Abbildung 7.3 dargestellt. Die größten Abweichungen treten in den Bereichen auf, in denen keine Daten liegen, haben aber aufgrund ihres Schwingverhaltens auch negative Einflüsse auf die anderen Gebiete. Trotz Krümmungsbedingungen treten dort Abweichungen mit einer Größenordnung von bis zu 20 m auf. Die Abweichungen an Stellen, wo Daten vorhanden sind liegen immernoch in der Größenordnung von 15 bis 20m, was

enorm viel ist. Im Bonner Raum, wo das Datum festgelegt wurde, sind die Abweichungen kleiner. Es wurde die einheitslose empirische Varianz des Modells aus

$$s_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - m} \quad (7.2)$$

in beiden Fällen bestimmt. Für das stochastisch einfache Modell wird $s_0^2 = 6.1521$ erhalten, für das stochastische komplexe Modell $s_0^2 = 19.5602$. Die Größenunterschiede verdeutlichen das unterschiedliche Streuungsmaß in beiden Modellen. Durch die Krümmungsbedingungen ist s_0^2 auch beim stochastisch einfachen Modell recht hoch. Erfolgt hier eine geringere Gewichtung, so wird s_0^2 kleiner, die Höhenveränderungen im Bereich von Datenlücke aber größer, was jedoch nicht in dieser Varianz enthalten ist.

Daraus erklärt sich ansatzweise, wieso die Schätzung der Geschwindigkeiten beim kinematischen Modell nicht möglich ist. Die Geschwindigkeiten beruhen auf einer Referenzfläche und wenn diese um 40m abweicht, wird diese Abweichung von den Geschwindigkeiten aufgenommen. Damit liegen diese auch in falschen Größenordnungen.

Dieser Test ist ein weiteres Indiz, dass die Modellierung von absoluten Höhen mit Nivellementsdaten nicht funktioniert, wenn die Korrelationen zwischen den Punkten aus dem Vorausgleich des Netzes berücksichtigt werden. Außerdem wird verdeutlicht, dass eine sinnvolle Schätzung von Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen gar nicht möglich ist, wenn allein der Teil der absoluten Höhen so stark mit groben Fehlern behaftet ist.

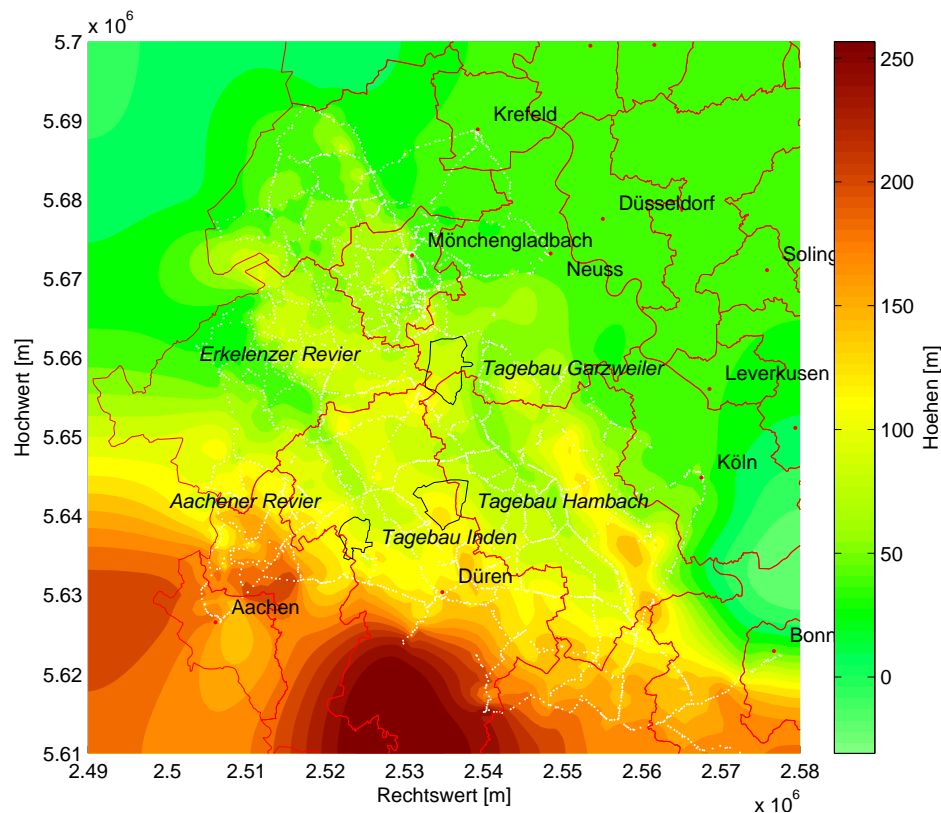


Abbildung 7.1: absolute Höhen 2001, stochastisch einfaches Modell, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

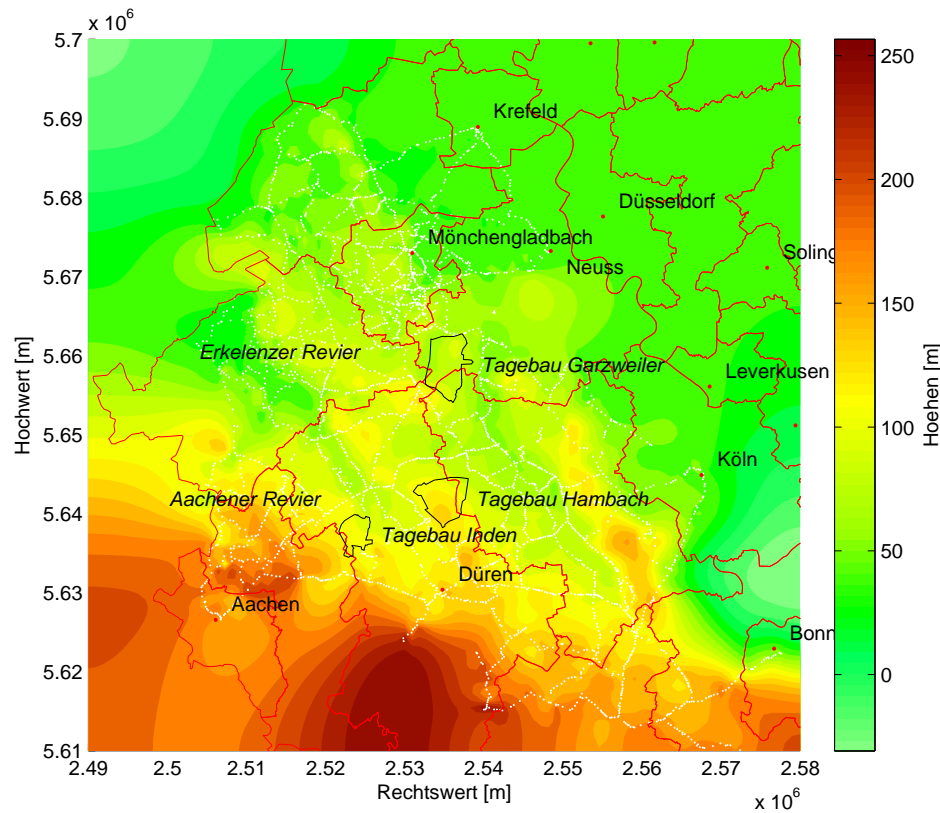


Abbildung 7.2: absolute Höhen 2001, stochastisch komplexes Modell, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

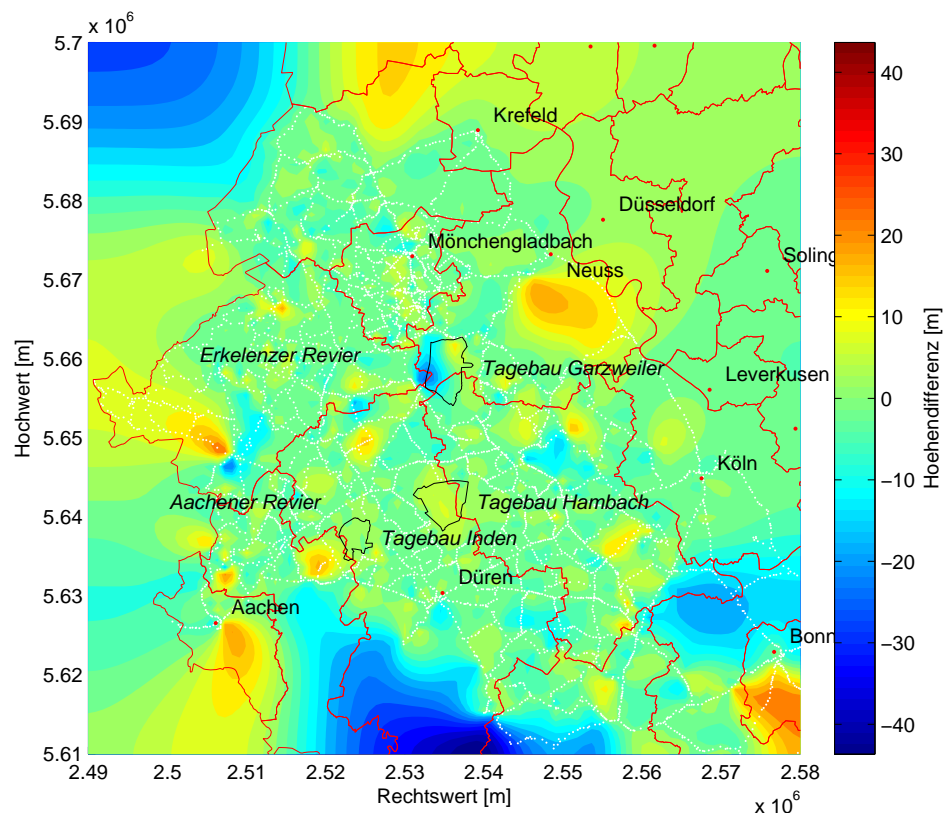


Abbildung 7.3: Differenz der Höhen der unterschiedlichen stochastischen Modelle, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen

8. Zusammenfassung und Ausblick

8.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Bodenbewegungen in der niederrheinischen Bucht aufgedeckt und modelliert. Diese tauchen in den Regionen des Bergbaus auf, wo Braunkohle im Tagebau abgebaut und bis vor wenigen Jahren Steinkohle in Bergwerken gewonnen wurde. Hierbei sind die Tagebaue Garzweiler, Hambach und Inden sowie das Aachener- und Erkelenzer Revier zu nennen. Die Bodenbewegungen wurden zunächst durch epochenweise Differenzbildung lokalisiert, danach in einem Differenz- und kinematischen Gesamtmodell flächenhaft modelliert und die Ergebnisse interpretiert.

In Kapitel 2 wurde auf die Geologie, Hydrologie und Tektonik der niederrheinischen Bucht eingegangen, die Ursache der Bodenbewegung ermittelt und einen Einstieg in die Deformationsanalyse gegeben. Hierbei sind als wichtigste Informationen die Grundwasserabsenkung für die Braunkohlegewinnung, die tektonische Teilung der Region in Schollen sowie die Notwendigkeit der Leitnivelements zu nennen.

Kapitel 3 stellte den Einzelepochenausgleich vor und gab einen ersten Überblick über die Nivellementsnetze. Zudem wurden über zwei Zeiträume die Differenzen zwischen zwei nachfolgenden Epochen gebildet und punkthaft dargestellt.

Das Verfahren der flächenhaften Modellierung mit Splines wurde in Kapitel 4 vorgestellt, eine Lösung für das Problem der Datenlücken durch die Einführung von Krümmungsbedingungen gegeben und ein kombiniertes Modell daraus entwickelt.

Kapitel 5 stellte die Modellierung der Höhendifferenzen für zwei verschiedene Zeiträume vor. Dieses Verfahren lieferte sehr aufschlussreiche Ergebnisse und ist sehr gut für die flächenhafte Modellierung von Differenzen mit voller Kovarianzinformation der Beobachtungen geeignet. Die Bodenbewegungen konnten sehr gut lokalisiert und den einzelnen Förderungsgebieten zugeordnet werden.

Das Verfahren des kinematischen Gesamtmodells in Kapitel 6 hat sich als ungeeignet für die Modellierung von absoluten Höhen mittels Nivellementsdaten erwiesen, wenn die Korrelationen zwischen den als Beobachtungen eingehenden und vorher ausgeglichenen Höhen berücksichtigt wurden. Somit musste für geeignete Ergebnisse des Modells ein einfaches stochastisches Modell in Form der Einheitsmatrix verwendet werden. Es wurde eine Vielzahl von möglichen Fehlerquellen aufgezeigt und diskutiert. Neben den absoluten Höhen fand in verschiedenen Varianten eine Bestimmung von Geschwindigkeiten und zusätzlich auch Beschleunigungen statt.

In Kapitel 7 wurde ein Test für die Modellierung absoluter Höhen aus einer Epoche bei zwei verschiedenen stochastischen Modellen vorgenommen. Dieser Test fiel beim stochastisch komplexen Modell negativ aus, was ebenfalls die These unterstützte, dass die Korrelationen von Nivellementsnetzen keine absolute Bestimmung von Höhen zulassen.

8.2 Ausblick

Für die Bestimmung von Bodenbewegungen hat sich das Differenzmodell als geeignetes Verfahren herausgestellt, um aus Nivellementsnetzen Bodenbewegungen unter Berücksichtigung der Korrelationen, die aus dem Nivellement herrühren, flächenhaft zu modellieren. Hierbei wäre es ebenfalls interessant, die Bodenbewegungen in eine gleichförmige Bewegung und eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung aufzuteilen. Es könnte ein kinematisches Modell für Höhendifferenzen entwickelt werden, welches bezogen auf eine Nullepoche, Geschwindigkeiten und Beschleunigungen flächenhaft schätzt. Dadurch könnten sehr wahrscheinlich die Probleme des kinematischen Gesamtmodells aus Kapitel 6 gelöst werden. Die absoluten Höhen sind, wie bereits erwähnt, für die Bestimmung von Bodenbewegungen ansich nicht wichtig, weshalb die Differenzbildung der Höhen einen guten Ansatz darstellen würde. Generell wäre es gut, weitere Epochen für die Modellbildung miteinzubeziehen, vor allem, damit Beschleunigungen sicherer bestimmt werden können.

Falls trotzdem der Wunsch besteht, dass absolute Höhen geschätzt werden sollen, wären GNSS-Höhen eine geeignete Wahl. Für den Gebrauch von GNSS-Beobachtungen wären allerdings Punkte, auf denen über viele Stunden Messungen durchgeführt werden müssten, erforderlich.

Wie in GÖRRES et al. (2006) könnte weiterführend zu dieser Arbeit die Bruchschollentektonik der niederrheinischen Bucht mit den festgestellten Bodenbewegungen verknüpft werden. Dadurch könnten z.B. Bewegungsänderungen aufgrund von tektonischen Störungen im Bereich von Schollenübergängen erklärt werden.

Im kinematischen Gesamtmodell unter Verwendung der Einheitsmatrix wurden auch Beschleunigungen geschätzt. Neben den Geschwindigkeitsparametern könnten vor allem die Beschleunigungsparameter auf Signifikanz hin überprüft werden. Wird der Test bestanden, so können keine signifikanten Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen nachgewiesen werden. Alternativ könnte der Test auch nur in bestimmten Bereichen auf bestimmte Parameter angewendet werden.

Die Bodenbewegungen könnten mit weiteren Daten kombiniert werden. Vorstellbar ist die Analyse der Grundwasserentnahme in den Brunnen der angrenzenden Tagebaue. Dabei könnte die Abhängigkeit von Grundwasserspiegelabsenkungen und Bodensenkungen untersucht werden.

Bodenbewegungen könnten auch mittels Fernerkundung mit Radarinterferometrie untersucht werden. Mit diesem Verfahren werden flächenhafte Beobachtungen gemacht und es ist möglich, aus Aufnahmen zweier Epochen, Bewegungen festzustellen.

Wie ersichtlich wird, gibt es viele Ansatzmöglichkeiten für weitere Untersuchungen, die dieses Thema bietet, um die komplexen Abläufe der Bodenbewegungen zu analysieren, zu beschreiben und zu modellieren.

Bezeichnungen

Allgemeines

Abkürzung für Anzahl

$\tilde{\mathbf{x}}$ Optimaler Schätzwert für die Parameter \mathbf{x}

Zufallszahlen

\mathcal{A} Zufallsvektoren

$\Sigma\{\mathcal{A}\}$ Kovarianzmatrix eines Zufallsvektors

Operatoren

$\mathbf{x} = \mathbf{N} \backslash \mathbf{n}$ Gleichungslöser in MATLAB von $\mathbf{N}\mathbf{x} = \mathbf{n}$

$\text{cond}(\mathbf{N})$ Kondition der Matrix \mathbf{N} in MATLAB

Matrizen und Vektoren

x Skalar

\mathbf{a} Vektor

\mathbf{A} Matrix

$a_{i,j}, \mathbf{A}(i,j)$ Element in der Zeile i und der Spalte j der Matrix \mathbf{A}

$\mathbf{A}_{[b \times u]}$ Matrix der Dimension $b \times u$

$\mathbf{A}(:, c)$ Spalte c der Matrix \mathbf{A}

$\mathbf{A}(a, :)$ Zeile r der Matrix \mathbf{A}

\mathbf{A}^T Transponierte der Matrix \mathbf{A}

Abbildungsverzeichnis

3.1	Scatterplot des ausgeglichenen Höhennetzes 2009 mit Kreisgrenzen(rot) und Städten	6
3.2	Höhendifferenzen zwischen 2005 und 2009, Rheinbraunnivellement, Scatterplot mit Kreisgrenzen(rot), Städten und Kohleabbaugebieten	7
3.3	Höhendifferenzen zwischen 2005 und 2009, Rheinbraunnivellement, Differenzvektoren und Kreisgrenzen(grün) und Städten	7
3.4	Höhendifferenzen zwischen 2001 und 2005, Rheinbraunnivellement, Scatterplot mit Kreisgrenzen(rot), Städten und Kohleabbaugebieten , 2D Plot mit Isoflächen	8
4.1	Gitter für die anzusetzenden Splines mit Gewichtungen für die Pseudobeobachtungen	11
4.2	Beispiel für ein Gitter und dazugehörige Designmatrix der Pseudobeobachtungen. (a): Gitter (b): Designmatrix in Farbdarstellung	12
5.1	flächenhafte Höhendifferenzen und Beobachtungen zwischen den Epochen 2005 und 2009, 3D Plot	16
5.2	flächenhafte Höhendifferenzen zwischen den Epochen 2005 und 2009 mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	17
5.3	flächenhafte Höhendifferenzen und Beobachtungen zwischen den Epochen 2001 und 2005, 3D Plot	19
5.4	flächenhafte Höhendifferenzen zwischen den Epochen 2001 und 2005 mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	19
6.1	stochastisch komplexes Differenz- und Gesamtmodell: Eigenwerte und jeweils der 2. Eigenvektor zum 2. kleinsten Eigenwert bei 30 x 30 Gitter	23
6.2	Grobe Fehler im Gesamtmodell mit Geschwindigkeiten: Geschwindigkeiten, stochastisch komplexes Modell, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	25
6.3	Gesamtmodell mit Geschwindigkeiten: Geschwindigkeiten, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	26

6.4	Gesamtmodell mit Beschleunigungen: Geschwindigkeiten, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	28
6.5	Gesamtmodell mit Beschleunigungen: Beschleunigungen, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	29
6.6	Gesamtmodell mit Beschleunigungen: Höhendifferenzen, stochastisches Modell: Einheitsmatrix, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	29
7.1	absolute Höhen 2001, stochastisch einfaches Modell, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	31
7.2	absolute Höhen 2001, stochastisch komplexes Modell, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	32
7.3	Differenz der Höhen der unterschiedlichen stochastischen Modelle, mit Kreisgrenzen(rot), Städten, Kohleabbaugebieten und Beobachtungspunkten(weiß), 2D Plot mit Isoflächen	32

Literatur

- BOJE, R., W. GSTIRNER, D. SCHULER und M. SPATA (2008) Leitnivellements in Bodenbewegungsgebieten des Bergbaus - eine langjährige Kernaufgabe der Landesvermessung in Nordrhein-Westfalen. *NÖV NRW*, 3:33–42.
- EBNER, H., B. HOFMAN-WELLENHOF, P. REISS und F. STEIDLER (1980) HIFI - Ein Minicomputer-Programmsystem für Höheninterpolation mit finiten Elementen. *ZfV*, 5/1980:215–225.
- ERNST, A. (2009) *Implementierung effizienter Algorithmen zur Umordnung, Auflösung und Inversion von dünn besetzten Normalgleichungen mit geodätischen Anwendungen*. Diplomarbeit. Institut für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn, Bonn.
- FRÖHLICH, H. und G. MÜLLER (1986) Leitnivellements und regionale Deformationsanalyse in Nordrhein-Westfalen. *VR 48*, Heft 1 +2:1–19.
- GÖRRES, B., B. SAGER und J. CAMPBELL (2006) Geodätische Bestimmung von Bodenbewegungen im Bereich des Erftsprungsystems. *ZfV*, 1/2006:16–24.
- KLOSTERMANN, J., J. KREMERS und R. RÖDER (1998) Rezente tektonische Bewegungen in der Niederrheinischen Bucht. *Fortschr. Geol. Rheinld. u. Westf.*, Bd. 37:557–571.
- KREMERS, J (1990) Deformationsanalyse der Erdoberfläche beim Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen. *NÖV NRW*, 23. Jg.:9–31.
- RATHSMANN, W. (1986) Bodenbewegung als Folge von Grundwassersenkung im rheinischen Braunkohlenrevier. *Braunkohle 38*, Heft 4:82–86.
- RWE. (2010) , Tagebaue. <http://www.rwe.com/web/cms/de/60082/rwe-power-ag/standorte/braunkohle/tagebaue/>, 2010. Stand: Juli 2010.
- SCHAEFER, W. (2004) Bodenbewegungen infolge Sümpfung des rheinischen Braunkohlebergbaus. *In: H. Kratzsch, Bergschadenkunde*, 4. Auflage:Anhang 25, 874–880.
- WELSCH, HEUNECKE und KUHLMANN (2000) *Handbuch Ingenieurgeodäsie, Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen*. Möser, Müller, Schlemmer, Werner.