

Institut für Geodäsie und Geoinformation

Professur für Theoretische Geodäsie

Identifikation von identen Punkten in Höhennetzen aus mehreren Epochen

Bachelorarbeit

im Bachelorstudiengang Geodäsie und Geoinformation

an der Hohen Landwirtschaftlichen Fakultät

der Rheinischen Friedrich–Wilhelms–Universität

zu Bonn

vorgelegt am 06. August 2010 von

Sebastian Halsig

aus Bad Münstereifel

Bonn 2010



Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Bonn, den 06. August 2010

Sebastian Halsig

Zusammenfassung

Deformationen der Erdoberfläche sind ein nicht selten auftretendes Phänomen. Die Ursache liegt häufig in Einflussfaktoren anthropogener Natur. Überwiegend in Bergbauregionen entstehen durch den Untertageabbau von Bodenschätzen Deformationen an der Erdoberfläche, die oftmals diskontinuierlicher, sprunghafter Natur sind. Zur regelmäßigen Kontrolle werden im Ruhrgebiet in regelmäßigen Abständen von zwei Jahren Überwachungsmessungen im Rahmen des Leitnivelements der GEOBasis NRW durchgeführt.

Ziel dieser Arbeit ist die auf Grundlage dieser Nivellementsergebnisse mehrerer Epochen basierende Detektion von unbewegten Punkten in einem vorgegebenen Zeitraum. Das dazu vorgestellte Verfahren führt in einer ersten Stufe eine freie Ausgleichung der Einzelepochen mit eindeutiger Lagerung, d.h. mit einer Transformation dieser Epochen auf einen Punkt einer Referenzeпоche durch. Dies erhält die Netzkonfiguration und ermöglicht eine vollständige Netzanalyse. In einer zweiten Stufe wird mit einem Algorithmus unter Hinzunahme und Elimination einzelner Punkte oder Punktgruppen iterativ ein Hypothesentest durchgeführt, um Höhendifferenzen zwischen verschiedenen Epochen auf Signifikanz zu überprüfen.

Auf diese Weise sind idente Punkte aus beliebig vielen Messepochen detektierbar und stabile Netzausgleichungen möglich, in denen durch die Festlegung identer Punkte sowohl eine Genauigkeitssteigerung, als auch eine verbesserte Netzkontrollierbarkeit erreicht wird. Des Weiteren kann das erhaltene Ergebnis in einem überregionalen Gesamtausgleich verwendet werden, bei dem die detektierten identen Punkte als Inputparameter angesehen werden können.

Summary

Subaerial deformation is a common phenomena, which is caused by anthropogenic determinants. Underground mining and accordingly the extraction of underground resources is the main reason for the appearance of subaerial deformation showing up in a discontinuous, fulminating way. The GEOBasis NRW is measuring and monitoring the structural shifting in the Ruhrgebiet in a constant period of two years.

The intention of this thesis is the location of certain points which are not shifting within a default period of time based on the results of the levelling of some epochs. The presented technique first of all accomplishes an adjustment with a transformation of all epochs to one epoch with a function as a reference to get the geodetic date. As a result the network configuration assimilates this information and allows an outright analysis of the network. Afterwards the vertical heights were tested in accretion and elimination of points or groups of points between the epochs for significance by using a hypothesis testing.

In this way identical points in several epochs are detectable. Besides, a stable adjustment of the network is possible and by determining points we get an increase of accuracy and a better controllability of the network. Advanced the archived results could be used in an adjustment of a full german hight network, in which the identical points could be deemed to be the input parameters.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Deformationsanalyse	2
2.1	Leitnivellement im Ruhrgebiet	4
3	Geodätische Höhennetze	5
3.1	Einführung	5
3.2	Höhenfestpunkte	5
3.3	Lagerung geodätischer Höhennetze	5
3.4	Höhensysteme	7
3.5	Physikalische Höhen	7
3.6	Schwerereduktion	12
4	Statistische Tests	15
4.1	Grundlagen	15
4.2	Lineare Hypothesentests	15
5	Anwendung: Detektionsverfahren	17
5.1	Ausgleichung: Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen	17
5.2	Hypothesentest zur Aufdeckung von Deformationen einzelner Punkte	22
5.3	Algorithmen zur deformationsanalytischen Untersuchung	23
5.4	Analyse der unterschiedlichen Algorithmen	26
6	Auswertung und Analyse	27
6.1	Einleitung	27
6.2	Darstellung der Ergebnisse	27
6.3	Ergebnisdiskussion und Analyse	36
6.4	Zusammenfassung	37
7	Schlussbemerkung	38
7.1	Fazit	38
7.2	Ausblick	38
A	Bezeichnungen	i
B	Verzeichnisse	ii
	Abbildungsverzeichnis	iii
	Tabellenverzeichnis	iv
	Literatur	v

1. Einleitung

Alleine in Nordrhein-Westfalen sind fast ein Viertel der Landesfläche von Boden- bzw. Bergsenkungen oder tektonischen Bewegungen betroffen. Überwiegend in Bergbauregionen entstehen durch den untertägigen Abbau von Bodenschätzen Deformationen an der Erdoberfläche, die teilweise diskontinuierlicher, sprunghafter Natur sind. Ziel dieser Arbeit ist die Suche nach örtlich unveränderten, zu diskreten Zeitpunkten (Epochen) gemessenen Punkten in einem großräumigen Gebiet, sowie die Aufdeckung kleinerer oder größerer Änderungen in den Punkthöhen aufgrund diverser Ursachen (z.B. Bodensenkung durch Kohleabbau, Änderung des Grundwasserspiegels, etc.).

Dazu erfolgt zunächst eine thematische Eingrenzung der „Deformation der Erdoberfläche“ inklusive verschiedener Analyseverfahren. Von diesen wird auf die Netzanalyse, insbesondere auf die Lagerung geodätischer Netze, geführt. In diesem Zusammenhang wird der Begriff des „geodätischen Datums“ erläutert. Zur Beurteilung von Punktbewegungen können u.a. Hypothesentests dienen, die anschließend in ihren Grundlagen hergeleitet werden. Da in dieser Arbeit ausschließlich Höhennetze betrachtet werden, soll eine kurze Einführung in die unterschiedlichen Höhen- und Bezugssysteme gegeben werden.

Zu beschriebenenem Zweck soll ein Detektionsverfahren vorgestellt werden, welches unter Verwendung von Nivellementsergebnissen unbewegte Punkte detektiert. Als Datengrundlage dient ein im Zweijahres-Turnus durchgeführtes Leitnivellement der GEOBasis NRW im Ruhrgebiet. Das Verfahren lässt sich in zwei Auswertestufen gliedern: Während in erster Stufe eine Einzelepochenauswertung der unabhängigen Epochen mit freier Netzausgleichung realisiert wird, beinhaltet die zweite Stufe einen Hypothesentest für die Detektion von Deformationen aus mehreren Epochen. Das Ergebnis dieses Verfahrens ist die maximale Anzahl von identen Punkten.

2. Deformationsanalyse

Die geläufige Definition der Geodäsie als die „Wissenschaft von der Ausmessung und Abbildung der Erdoberfläche“ nach Helmert (1880) ist aufgrund gesteigerter Messgenauigkeit, neuer Messmethoden und verfeinerter Analyseverfahren auf die Erfassung von Veränderungen der Erdoberfläche erweitert worden. Neben der Erdoberflächenbewegung treten auch Deformationen der Schichten im Erdinneren auf, deren Detektion jedoch hauptsächlich zum Aufgabenfeld der Fachbereiche Geotechnik oder Geologie gezählt wird.

Deformationen der Erdoberfläche sind ein nicht selten auftretendes Phänomen. Die Grundaufgabe einer Deformationsanalyse in der Geodäsie liegt darin, die tatsächliche Bewegung oder Stabilität von Punkten nachzuweisen. Diese Untersuchungen beruhen i.d.R. auf geodätischen Netzen, die in bestimmten Abständen mehrfach gemessen werden müssen. In der Landesvermessung werden beispielsweise in Bergbauregionen spezielle periodische Wiederholungsmessungen, die sog. Leitnivellements, zur Überwachung der Bodenbewegung eingerichtet. Die Unterscheidung zwischen kontinuierlicher und diskontinuierlicher Bodenbewegung, sowie die zeitlichen Bewegungsbeträge der Deformation entscheiden über die Notwendigkeit und zeitlichen Abstände der Wiederholungszeitspannen (BOJE et al. 2008).

Die Ursachen von Erdoberflächenbewegungen sind unterschiedlicher Natur und lassen sich nach KREMERS (1990) allgemein in zwei Kategorien klassifizieren. Die auf natürliche Deformationen zurückzuführenden Bewegungen sind i.A. geologisch-tektonischer Art und werden durch Inhomogenitäten und Verwerfungen im Deckgebirge, sowie durch geologische Untergrundbewegungen verursacht. Diese sind von Bewegungen zu differenzieren, die durch menschliche Einflüsse entstehen, also anthropogener Natur sind. Die fortgeschrittenste Verbreitung dieser Einflüsse sind Bergbaugebiete, bei denen die Entnahme von Bodenschätzen aus dem Untergrund, sowie die künstliche Manipulation des Grundwasserspiegels durch unterschiedliche Pumpmaßnahmen zu Erdoberflächenbewegungen führen.

Eine weitere Differenzierung des Deformationsbegriffs nach NIEMEIER (1985A) unterliegt den Anwendungsbereichen von Ingenieur- und Landesvermessung. Während die Ingenieurvermessung hauptsächlich Überwachungsaufgaben zur rechtzeitigen Gefahrenerkennung bei Objekten, wie beispielsweise Staudämmen und Brücken übernimmt, wird in der Landesvermessung das Ziel verfolgt, flächendeckende Aussagen über Deformationen von Gebieten der Erdoberfläche zu treffen und Festpunktfelder durch die Wahrnehmung von punktbezogenen Veränderungen auf aktuellem Stand zu halten. Die Deformationsanalyse trägt jedoch auch zur Schadensregulierung und Gewährleistung der Sicherheit bestimmter Standorte bei. Es wird i.A. von vermarkten, starren und physikalisch stabilen Punkten auf der Erdoberfläche (z.B. Höhenfestpunkte) ausgegangen, die nach hochgenauer Ausmessung eines Netzes in festgelegten Wiederholungszeitspannen daraufhin getestet werden, ob sie einer signifikanten Bewegung unterliegen. In den verschiedenen Epochen können dabei unterschiedliche Netzkonfigurationen sowie Netzverdichtungen auftreten.

Zusätzlich kann eine Deformation als Rutschungsprozess der Erdoberfläche nach Prozess- und Materialtyp unterschieden werden. Darunter fällt neben der Art und Geschwindigkeit einer Bewegung auch die Zusammensetzung der Boden- und Gesteinsschichten. Nach GLADE (2001) sind Rutschungsprozesse allgemein formuliert die aus gravitativ wirkenden Kräften resultierende Verlagerung von Fels- bzw. Lockergestein in fallender, kippender, gleitender, fließender, driftender oder komplexer Art. Während der eher bei Bergstürzen auftretende Typ Fallen eine schnelle der Gravitation zu Grunde liegende freie Bewegung definiert, handelt es sich bei der Kippung um eine vorwärts gerichtete Rotation von Gestein. Zu den i.d.R. kontinuierlich und langsam verlaufenden Rutschungstypen zählen das Gleiten, eine translational oder rotational stattfindende Gleitbewegung entlang einer Scherfläche, oder das Driften, welches durch eine Auseinanderbewegung von Gestein oder das Einsinken einer Gesteinsmasse in eine weichere tiefere Gesteinsschicht definiert ist. Eine Deformation kann jedoch auch immer in komplexer Art, d.h. als eine Zusammensetzung mehrerer Typen auftreten.

In dieser Arbeit werden im Folgenden ausschließlich Fragestellungen diskutiert, die in Zusammenhang mit Deformationen diskontinuierlicher Natur in der Landesvermessung stehen. Die i.d.R. kontinuierlichen geologisch-tektonischen Einflüsse sowie Aufgabenbereiche aus der Ingenieurgeodäsie werden nicht weiter ausgeführt. Auch auf die Ausführung gravitativer Massenbewegungen in Form von beispielsweise Berg- oder Felsstürzen wird verzichtet.

Für die Anwendung deformationsanalytischer Untersuchungen stehen allgemein mehrere Analyseverfahren zur Verfügung, die jedoch Ergebnisse unterschiedlicher Qualität liefern. Bei allen Verfahren sei eine ausreichende Anzahl identischer Punkte gegeben. Punktidentitäten sind Punkte, die Mehrfachmessungen unterzogen werden und in diesen Wiederholungszeiträumen örtlich unverändert sind.

Das Hauptproblem deformationsanalytischer Untersuchungen ist die gegenseitige Lagerung der unabhängig voneinander beobachteten Messepochen. Eine Minderung dieses Problems liegt dann vor, wenn verfügbare geodätische und nichtgeodätische Messinformationen über die Höhenstabilität einzelner Punkte gegeben ist. Dadurch ist eine gegenseitige Lagerung der Netze gegeben, sofern diese Punkte als sog. Datumspunkte festgehalten werden können. Im Allgemeinen liegen solche Vorinformationen mit einer nicht ausreichenden Stabilität vor, sodass von einer gleichwertigen Betrachtung aller Punkte ausgegangen werden muss. Die angesprochenen Datumspunkte können dabei in einer iterativen Anwendung statistischer Ausgleichsmethoden und Tests ermittelt werden, bevor eine gegenseitige Lagerung der Netze gegeben ist. Diese Suche nach Punktidentitäten ist die zentrale Aufgabe des in Kapitel 5 vorgestellten Detektionsverfahrens. Weiterführende Erläuterungen zur Lagerung geodätischer Netze und der Datumsproblematik werden in Kapitel 3.3 beschrieben.

2.1 Leitnivellement im Ruhrgebiet

Das Ruhrgebiet gehört zum Bundesland Nordrhein-Westfalen und liegt mit dem Rheinischen Schiefergebirge im Süden, der Westfälischen Tieflandebene im Norden sowie der westlich gelegenen Niederrheinischen Bucht im Schnittpunkt dreier großer Naturräume. Geographische Eckpunkte sind Hamm im Nordosten und Wesel im Nordwesten sowie Duisburg im Südwesten und Hagen im Südosten. Das Gebiet umfasst eine Gesamtfläche von 4.435 Quadratkilometern und ist damit der größte Ballungsraum Deutschlands.

Zudem gehört das Ruhrgebiet zu den großen Bergbaugebieten in Nordrhein-Westfalen, in dem überwiegend unter Tage Steinkohle abgetragen wird. Durch diesen untertägigen Abbau entsteht im Erdinneren ein Hohlraum, der sich in den nachfolgenden Jahren durch die von den oberen Erdschichten wirkende Kraft sukzessive verringert und mit anderen Erdschichten aufgefüllt wird. Dieser Prozess wird bis an die Erdoberfläche fortgesetzt, wodurch diese einem Senkungstrog ausgesetzt ist. Die daraus resultierenden maximalen Deformationen können dabei nach BOJE et al. (2008) innerhalb mehrerer Jahre in Abhängigkeit der Tiefe gegenüber einem definierten Referenzpunkt auf der Oberfläche, der Dicke der Flöze und dem gewählten Abbauverfahren Dimensionen von 10-20 m annehmen. Der Deformationstyp lässt sich folglich in den in Kapitel 2 beschriebenen Klassifizierungsmöglichkeiten in eine hauptsächlich diskontinuierliche Bewegung anthropogener Natur einordnen.

Für den Nachweis der tatsächlichen Bewegung oder der Stabilität von Punkten, insbesondere der Höhenkomponente von Punkten, werden auch im Ruhrgebiet geodätische (Höhen-)netze erstellt. Zur regelmäßigen Kontrolle werden periodische Wiederholungsmessungen durchgeführt. Das Leitnivellement im Ruhrgebiet ist das älteste Leitnivellement in Nordrhein-Westfalen und wird seit 1948 in zweijährigen Intervallen durchgeführt (BOJE et al. 2008). Beispielsweise bestand das in der folgenden Abbildung dargestellte Leitnivellement für die Epoche 2006 aus 795 km Doppelnivellement zu 1370 Nivellementpunkten.

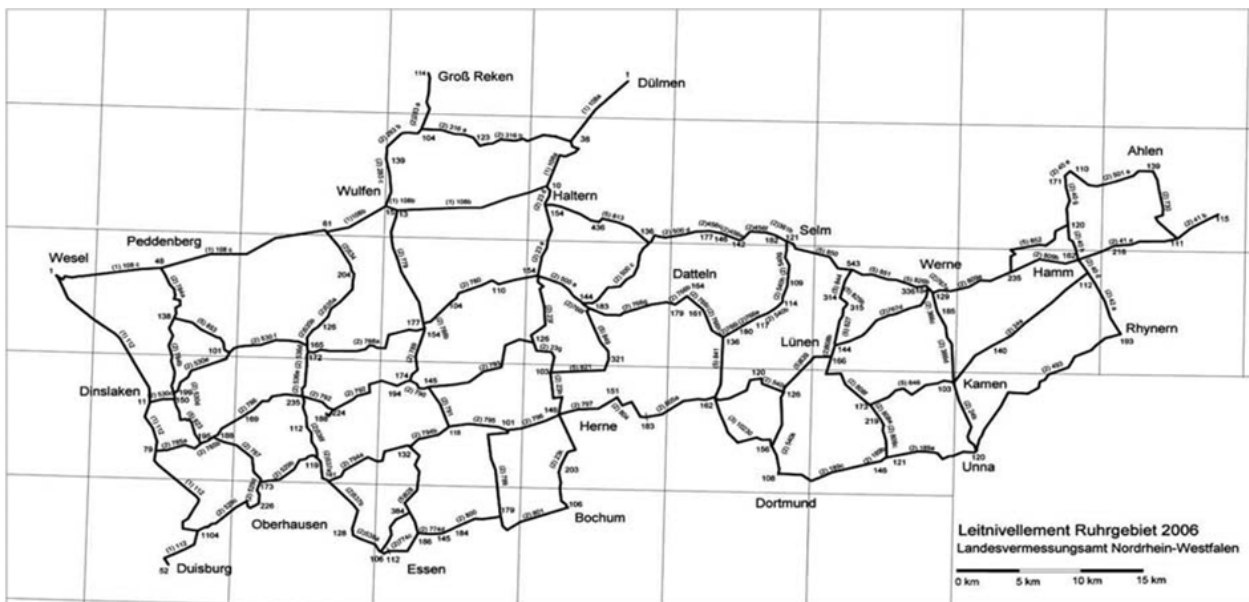


Abbildung 2.1: Leitnivellement im Ruhrgebiet, Epoche 2006

3. Geodätische Höhennetze

3.1 Einführung

Die grundlegende Aufgabe der Landesvermessung liegt im Aufbau und in der Erhaltung des Vermessungspunktfeldes. Dieses ist unterteilt in je ein Festpunktfeld für Lage, Höhe und Schwere. Die Umsetzung dieser Aufgabe gliedert sich in die Beobachtung, die Vermarkung und den amtlichen Nachweis von sog. Vermessungspunkten. Sie bilden die Grundlage sowohl für Katasterämter und topographische Kartenwerke, als auch für wissenschaftliche Zwecke.

In der folgenden Betrachtung zur Lagerungsproblematik werden ausschließlich Höhennetze diskutiert. Schwerenetze werden kurz in diesem Kapitel angeschnitten, für Lagenetze sei auf Grundlagenliteratur verwiesen (u.a. WITTE und SCHMIDT 2006).

3.2 Höhenfestpunkte

In der Theorie sollten alle Höhenmessungen auf eine bestimmte Bezugsfläche bezogen werden. Zu diesem Zweck wurde das Geoid definiert, eine Äquipotentialfläche in der Höhe des mittleren Meeresspiegels, auf der alle Lotlinien senkrecht stehen. In der Praxis ist diese Niveaufläche jedoch i.d.R. nicht realisierbar, weshalb in Deutschland die Bezugsfläche Normal Null (NN), abgeleitet vom Amsterdamer Pegel, definiert wurde, die dem Geoid grob angenähert ist. Durch eine Festlegung wurde ein Punkt, ursprünglich eine Strichmarke der Berliner Sternwarte, zum Normalhöhenpunkt erklärt, von welchem in Deutschland ein Netz von Nivellementpunkten durch Anwendung eines geometrischen Präzisionsnivelements bestimmt wurde. Diese Nivellementpunkte sind sog. Höhenfestpunkte und bilden gemeinsam das Nivellementpunkt-Feld (NivP-Feld), das wiederum in Nivellementnetze 1.-3. Ordnung gegliedert ist (WITTE und SCHMIDT 2006). Dadurch, dass die Bezugsflächen teilweise willkürlich definiert worden sind, gab es alleine in Deutschland vor der Wiedervereinigung unterschiedliche Höhensysteme. In Europa existiert selbst heute noch kein einheitliches Höhenbezugssystem. Eine Vertiefung der unterschiedlichen Höhensysteme mit ihren Eigenschaften wird in Kapitel 3.5 behandelt. Ab 1993 wurde von der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Bundesländer (AdV) beschlossen, ein einheitliches System des Deutschen Haupthöhennetz 1992 (DHHN 92) einzuführen. Als Bezugsfläche wurde das Quasigeoid durch den Höhenbezugspunkt des Amsterdamer Pegels definiert, um für jeden Punkt eine exakte Bezugsfläche zu gewährleisten. Die Bezeichnung der Höhen lautet Normalhöhe oder Höhe über Normalhöhennull (NHN). Nach einem Beschluss der AdV soll das deutsche Haupthöhennetz (DHHN), speziell das deutsche Haupthöhennetz 1. Ordnung, in den Jahren 2006-2011 erneuert werden. Der Grund dafür ist die nicht mehr ausreichende Aktualität der NHN-Höhen. Die Ursache dessen liegt in überwiegend durch den Bergbau verursachten Bodenbewegungen, sowie in kontinuierlichen geologischen oder seismischen Bewegungen. Da die Nivellementsbeobachtungen wie auch andere terrestrische Messmethoden in Abhängigkeit zur Schwere(-beschleunigung) stehen, müssen (bei Präzisionsnivelements) Schwerereduktionen angebracht werden, die aus Erdschweremessungen abgeleitet werden können (siehe Kapitel 3.5).

3.3 Lagerung geodätischer Höhennetze

Eine zentrale Aufgabe bei der Vermessung von Netzen ist die Bestimmung von Koordinaten bestimmter Punkte. Wird jedoch, wie bereits angesprochen, als Messverfahren das geodätische (Präzisions-)Nivellement verwendet, liegen alle Beobachtungen ausschließlich in relativer Form vor. Es können folglich nur Informationen über die sog. innere Geometrie (NIEMEIER 1985B) erhalten werden. Darunter versteht der Geodät die gegenseitige Lage von Punkten, auch Konfiguration des Netzes genannt, keineswegs aber absolute Höhen von Punkten. Das Ziel ist jedoch die Ermittlung dieser Höhen in absoluter Form in einem gewählten Referenzrahmen (i.A. ein Koordinatensystem). Die zusätzlich benötigte Information wird als „geodätisches Datum“ bezeichnet (WELSCH et al. 2000).

3.3.1 Das geodätische Datum

Der beschriebene Bezug zu einem Koordinatensystem erfolgt über eine zusätzliche Datumsfestlegung im Zusammenhang mit einer Ausgleichung. Dabei wird unterschieden zwischen einer zwangsfreien Ausgleichung, einer freien Ausgleichung und einer Ausgleichung unter Zwang. Im Folgenden wird exemplarisch die freie Netzausgleichung mit eindeutiger Lagerung beschrieben. Für andere Ausgleichungstypen sei auf weiterführende Literatur (u.a. WELSCH et al. 2000) verwiesen.

Die fehlende Information zwischen den Beobachtungen und den gewünschten Koordinaten drückt sich in folgendem linearisierten Modell in der Designmatrix \mathbf{A} aus, die in der Ausgleichungsrechnung den Zusammenhang zwischen den Beobachtungen und den Parametern ausdrückt:

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x}. \quad (3.1)$$

Dabei sind \mathbf{l} die Beobachtungen, \mathbf{v} die Verbesserungen und \mathbf{x} repräsentieren die Koordinaten im Parametervektor. Anschließend erfolgt eine Ausgleichung über die Methode der kleinsten Quadrate mit dem folgenden Normalgleichungssystem

$$\mathbf{N}\mathbf{x} = \mathbf{n} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{A} \quad (3.3)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{l}. \quad (3.4)$$

Die Kovarianzmatrix der Beobachtungen $\boldsymbol{\Sigma}$ enthält dabei das stochastische Modell. Die in Gleichung (3.2) enthaltene Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} hat dann einen Rangdefekt d , der sich aus der Differenz der Anzahl der Parameter m und dem Rang der Normalgleichungsmatrix r ergibt:

$$d = m - r. \quad (3.5)$$

Der Rangdefekt wird häufig auch als Datumsdefekt bezeichnet, da er die fehlende Information eines geodätischen Datums beschreibt (NIEMEIER 1985B). Je nach Art und Dimension des Netztypes variiert die Anzahl der Datumsdefekte d und die Anzahl der frei verfügbaren Datumsparameter, d.h. die Verfügungen, die zur Beseitigung des Datumsdefektes notwendig sind. Für ein Höhennetz wäre $d = 1$ und die freien Datumsparameter reduzieren sich auf eine Translation.

3.3.2 Freie Netzausgleichung

Die klassische Vorgehensweise für den Ausgleichungsansatz bzgl. der Datumsverfügung ist nach WELSCH et al. (2000) die freie Netzausgleichung. Es wird daher von einer „freien“ Ausgleichung des Netzes gesprochen, da die Datumsinformation durch eine entsprechende Anzahl datumsverfügender Referenzpunkte (sog. Datumspunkte) ersetzt wird und auf die innere Geometrie des Netzes keinen Zwang ausgeübt wird. Die grundlegende Idee dieses Verfahrens sei folglich eine ungestörte Netzkonfiguration unter Berücksichtigung der Datumsfestlegung sowie die ausschließliche Funktion der Datumsinformation zur Überwindung des Datumsdefektes. Unterschieden wird bei der freien Netzausgleichung zwischen einer eindeutigen Lagerung, bei der das geodätische Netz auf genau einen Datumspunkt gelagert ist, und der Auftransformation des Netzes auf ausgewählte Punkte.

3.4 Höhensysteme

Ein beliebiger Punkt im Raum der Erde kann zunächst als dreidimensionale Koordinate in einem geeignet definierten globalen Koordinatensystem beschrieben werden. Allerdings ist eine präzise Koordinatenbestimmung in drei Dimensionen erst mit der Einführung der Satellitengeodäsie möglich geworden. Die klassischen geodätischen Messmethoden basieren hingegen auf einer unabhängig voneinander durchführbaren Messung von Lage- und Höhenkomponente. Dabei wird überwiegend für die zweidimensionale Lage auf die Messung von Horizontalrichtungen, Zenitwinkeln und einer Strecke in horizontaler Lage zurückgegriffen, während die eindimensionale Höhenmessung meistens mit Hilfe von geometrischem Nivellement oder trigonometrischer Höhenübertragung realisiert wird. Durch die getrennte Erfassung von Lage- und Höhenkomponente müssen folglich auch unterschiedliche Bezugsflächen existieren, die für die Lage durch ein Rotationsellipsoid sowie für die Höhe durch eine Äquipotentialfläche gegeben sind. Der Nachteil dieser klassischen Methoden liegt in dem nicht existierenden strengen mathematischen Zusammenhang beider Komponenten, für den in der Praxis jedoch auch kein Bedarf gesehen wurde.

Im Folgenden wird im Zusammenhang dieser Arbeit nur die Höhenkomponente mit ihren Bezugsflächen betrachtet.

Allgemein werden Höhensysteme als Bezugssysteme zur mathematischen Lagebeschreibung von Punkten im Raum bzgl. einer zweidimensionalen Höhenbezugsfläche verstanden (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005). Dabei ist diese Beschreibung die Zusammenfügung der zweidimensionalen Lagebestimmung und der eindimensionalen Höhenangabe. Alle Höhensysteme lassen sich in zwei Klassen gliedern: geometrische Höhen und physikalisch definierte Höhen.

Geometrische Höhen beziehen sich nach HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005 auf eine rein geometrisch definierte Bezugsfläche, die trotz der Unabhängigkeit des Systems vom Schwerfeld die Äquipotentialflächen des Schwerfeldes approximieren. Die Koordinaten eines Punktes der Erdoberfläche werden dabei als geodätische Koordinaten (φ, λ, h) , d.h. in Form von Breite, Länge und Höhe bzgl. eines den Erdkörper approximierenden Ellipsoids, dargestellt. Höhen werden entlang von geradlinigen Ellipsoidloten auf eine definierte Bezugsfläche gemessen, weshalb sie auch „ellipsoidische Höhen“ genannt werden. Diese Höhendefinition ist zu unterscheiden von physikalisch definierten Höhensystemen (siehe Kapitel 3.5), die vom Schwerfeld der Erde abhängen.

Da das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Verfahren zur Detektion von identen Punkten aufgrund der Schwereabhängigkeit des geometrischen Nivellements auf physikalischen Höhensystemen basiert, werden geometrische Höhensysteme nicht weiter behandelt.

3.5 Physikalische Höhen

3.5.1 Schwerfeld und Geopotentielle Kote

Da viele in der Praxis heute verwendete Höhen auf physikalischen Definitionen basieren, wird zur Bestimmung der Höhenkomponente von einer alleinigen Realisierung geometrischer Verfahren, wie es beispielsweise bei GPS-Messungen umgesetzt wird, abgesehen. Daher sei neben der Darstellung geodätischer Koordinaten bei geometrisch definierten Höhensystemen auf die Form der natürlichen Koordinaten (Φ, Λ, H) mit den Richtungskomponenten Φ und Λ und einer physikalisch definierten Höhe H verwiesen, welche jedoch vom Schwerfeld der Erde abhängen.

Das Schwerfeld wird neben der Gravitation des Erdkörpers von der Rotation um die eigene Z-Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω erzeugt. Für einen Punkt P lässt sich dann ein Schwerepotential

$$W = V + Z \tag{3.6}$$

definieren, welches sich aus dem Gravitationspotential

$$V = G \int \int_{\Omega} \int \frac{1}{l} dm \tag{3.7}$$

mit dem Abstand l zwischen Punkt P und dem jeweiligen Integrationspunkt, der Gravitationskonstante G und dem Massenelement dm , sowie der Zentrifugalkraft

$$Z = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 (x_p^2 + y_p^2) \quad (3.8)$$

zusammensetzt, die durch die Rotation der Erde erzeugt wird. Daraus lässt sich nun mit dem Gradient des Schwerepotentials, d.h. der Richtung mit der größten Potentialänderung, die auf einen Körper im Erdschwerefeld wirkende Beschleunigung wie folgt definieren:

$$\mathbf{g} = \nabla W = -g \begin{bmatrix} \cos\Phi \cos\Lambda \\ \cos\Phi \sin\Lambda \\ \sin\Phi \end{bmatrix}$$

Die Schwerebeschleunigung oder Schwere ist dann durch den Betrag g des Vektors \mathbf{g} gegeben. Nach WITTE und SCHMIDT (2006) ist die Richtung des Vektors \mathbf{g} die Lotlinie und gibt die Richtung der Niveaulinie in einem Punkt P an, da eine Niveaulinie immer orthogonal zur Lotlinie definiert ist. Ist das Schwerepotential W für eine gewählte Fläche konstant, wird diese als sog. Äquipotentialfläche bezeichnet. Auf dieser wirkt eine konstante vertikale Beschleunigung, wodurch Punkte gleicher Höhe auf genau einer Äquipotentialfläche des Schwerewertes liegen, was wiederum zu einer menschlichen Wahrnehmung in der Interpretation der physikalischen Höhendefinition führt. Bildlich gesprochen darf folglich bei zwei Punkten gleicher Höhe kein Wasser fließen. Dadurch folgt weiter, dass der Äquipotentialwert eines Punktes bzgl. einer Referenzfläche als physikalisch definiertes Höhenmaß geeignet ist (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005). Diese Referenz- oder Bezugsfläche wird auch Vertikaldatum genannt und wird i.d.R. am Meeresspiegel orientiert und durch Pegelmessungen (z.B. Amsterdamer Pegel) realisiert.

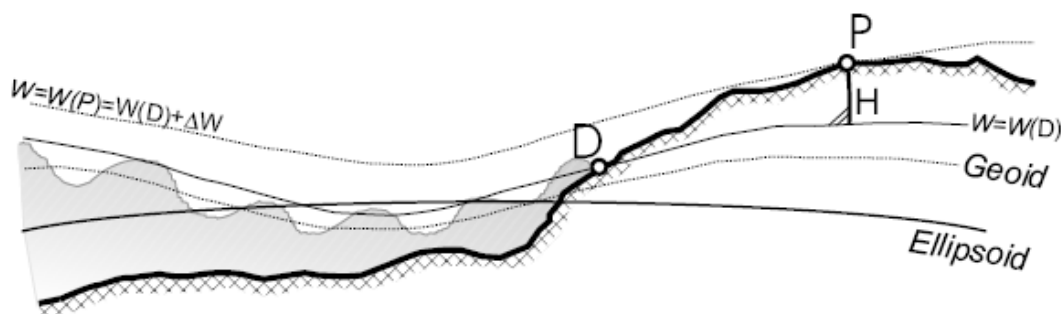


Abbildung 3.1: Geoid in mittlerer Meereshöhe durch den Datumspunkt D

Durch dieses Vertikaldatum verläuft nun eine Äquipotentialfläche, von der die Länge der Lotlinie bis zu einem Punkt an der Erdoberfläche P die Höhe H definiert (siehe Abbildung 3.1). Die in der Höhe des weltweiten mittleren Meeresspiegels verlaufende Äquipotentialfläche wird als Geoid bezeichnet. Diese Höhendefinition kann auch durch die Potentialdifferenz

$$\Delta W = - \int_D^P \mathbf{g} dn \quad (3.9)$$

mit dem Abstand dn zweier benachbarter Äquipotentialflächen zwischen P und dem Datumspunkt D beschrieben werden. Diese Potentialdifferenz wird häufig auch als Potentielle Kote C bezeichnet, für die gilt:

$$C = W_D - W_P. \quad (3.10)$$

Die Richtungskomponenten Φ und Λ der normalen Koordinaten werden ergänzend aus astronomischen Messungen bestimmt.

Die Verwendung von geopotentiellen Koten als Höhenmaß ist in der Praxis jedoch ungeeignet, da neben der notwendigen und aufwändigen Schweremessungen, die gleichzeitig zur Messung von Potentialdifferenzen erfolgen muss, die Vorstellung einer Höhe durch die geopotentielle Kote bei den meisten Anwendern nicht gegeben ist. Vielmehr werden Höhensysteme mit einem metrischen Höhenmaß vorgezogen.

3.5.2 Physikalisch definierte metrische Höhensysteme

Der Übergang zu einem metrischen Maß für die Höhe, die sog. potentialtheoretisch definierte metrische Höhe, kann aus der geopotentiellen Kote und einem streng gewählten Schwerewert g zu

$$H = \frac{C}{g} \quad (3.11)$$

abgeleitet werden.

	Berechnung	Schwerewert
Dynamische Höhe	$\frac{D}{H} = \frac{C}{\gamma_0}$	Normalschwerewert (konstant)
Orthometrische Höhe	$\frac{O}{H} = \frac{C}{g}$	mittlerer Schwerewert entlang der Lotlinie vom Geoid zu einem Erdoberflächenpunkt
Normalhöhe	$\frac{N}{H} = \frac{C}{\gamma}$	mittlerer Normalschwerewert entlang der Lotlinie

Tabelle 3.1: Klassifikation physikalisch definierter metrischer Höhen

Abhängig von der Wahl des Schwerewertes lassen sich unterschiedliche Höhensysteme klassifizieren, die in Tabelle 3.1 zusammengefasst vorgestellt werden. Im einfachsten Modell, nämlich dem der dynamischen Höhen, werden die örtlichen Veränderungen des Schwerefeldes vernachlässigt und die Festlegung des Schwerewertes durch einen konstanten aus dem Normalschwerefeld berechneten Normalschwerewert γ_0 realisiert. Die Vorteile der geopotentiellen Kote, nämlich die mögliche Aussage über die Fließrichtung von Wasser anhand des Höhenunterschiedes und die Tatsache derselben metrischen Höhenwerte für Punkte einer Äquipotentialfläche bleiben erhalten. Auch die Bezugsfläche ist durch Festlegung des Vertikaldatums die gleiche. Nachteilig ist die nicht eindeutig definierte geometrische Bezugsfläche. Problematisch ist vor allem bei großen Flächen auf der Erdoberfläche auch die teilweise sehr starke Abweichung des tatsächlichen Schwerewertes von der Annahme in γ_0 . Aufgrund der daraus resultierenden großen Nivellementreduktionen bereits bei kleinen Gebieten ist dieses Höhensystem in der Praxis eher ungeeignet.

Eine alternative Lösung ist die des orthometrischen Systems, dessen Höhe allgemein als der gemessene Abstand eines Punktes an der Oberfläche zum Geoid entlang der Lotlinie beschrieben werden kann (HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005). Der Schwerewert wird hierbei auf einen mittleren Schwerewert entlang der Lotlinie vom Geoidpunkt bis zum Oberflächenpunkt festgesetzt. Zwischen der so definierten orthometrischen Höhe $\overset{O}{H}$, der Geoidhöhe N und der ellipsoidischen Höhe h gilt folgender Zusammenhang:

$$h = \overset{O}{H} + N. \quad (3.12)$$

Hier kann dann das Geoid als Äquipotentialfläche im Bereich des mittleren Meeresspiegels gleichzeitig als physikalische Bezugsfläche der orthometrischen Höhen und geometrische Bezugsfläche der Punkte auf der

Erdoberfläche angesehen werden. Nachteilig ist die fehlende Übereinstimmung der Fläche des Schwerepotentials W durch einen Punkt P mit der sog. äquiorthometrischen Fläche durch diesen Punkt. Eine äquiorthometrische Fläche ist eine Parallellfläche zum Geoid und enthält Punkte gleicher orthometrischer Höhe (siehe Abbildung 3.2). Problematisch ist dieses System dahingehend, dass zur Berechnung die mittlere Schwere entlang der Lotlinie notwendig ist, die nicht messbar ist und nur auf Basis von Hypothesen über den Dichteaufbau innerhalb der Massen bestimmbar ist.

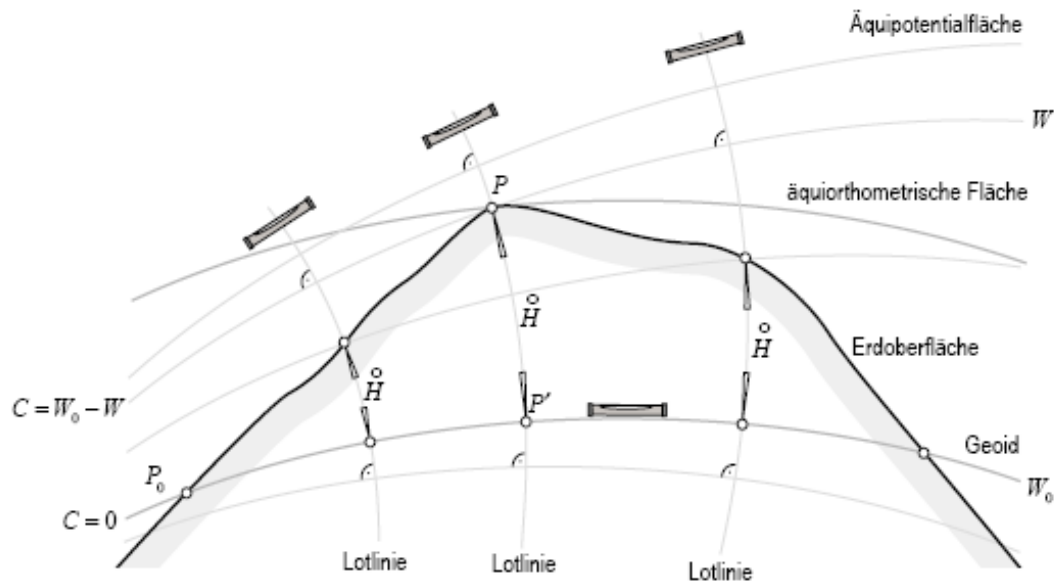


Abbildung 3.2: Orthometrisches Höhensystem

Da die für orthometrische Höhensysteme benötigten Schweremessungen erst in den letzten Jahrzehnten wirtschaftlich realisiert werden konnten, wurde durch Verwendung der Normalschwere an Stelle von Schwerewerten und die Definition von normalorthometrischen Höhen Abhilfe geschaffen. Dadurch waren folgende Vereinbarungen zwangsläufig: die Einführung eines Normalschwerfeldes und einer Gebrauchshöhe statt der ellipsoidischen Höhe, die zur Berechnung eines Normalschwerwertes bzgl. der Höhe benötigt wurde. Analog zu Formel (3.9) wird dazu eine sog. normale geopotentielle Kote

$$\overset{S}{C} = - \int_D^P \gamma dn \quad (3.13)$$

berechnet, mit der dann die normalorthometrische oder sphäroidische Höhe zu

$$\overset{S}{H} = \frac{\overset{S}{C}}{\bar{\gamma}} \quad (3.14)$$

bestimmt werden kann. Der Nachteil dieses Systems ist die nicht vollständig bereinigte Wegabhängigkeit durch Verwendung des Normalschwerwertes.

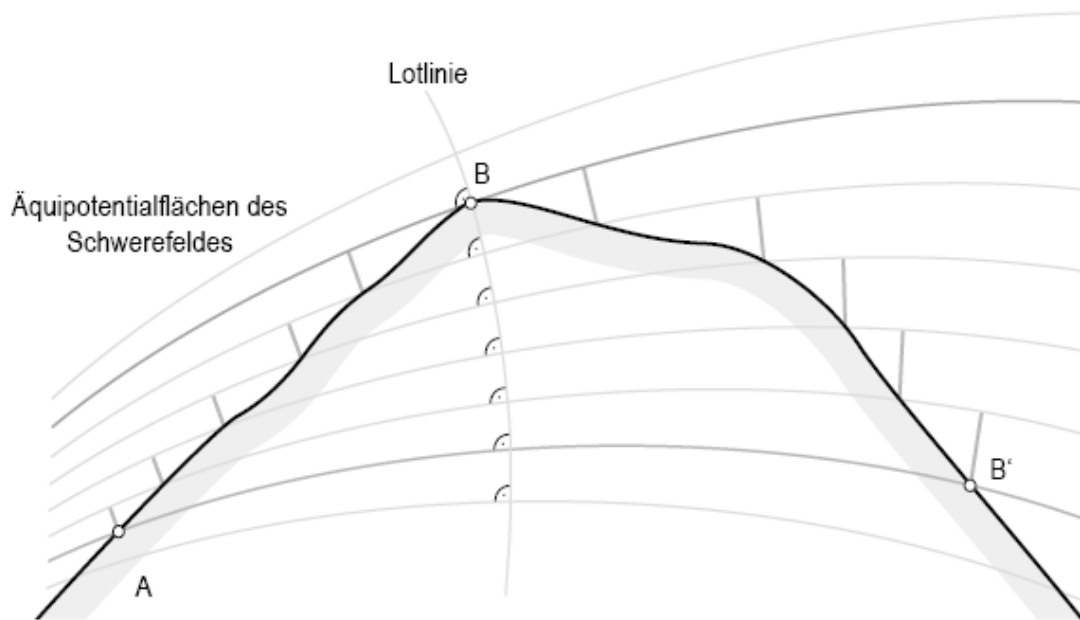


Abbildung 3.3: Wegabhängigkeit des geometrischen Nivellements aufgrund nicht-paralleler Äquipotentialflächen

Wegabhängigkeit bedeutet, dass die Summe der nivellierten Inkremente zwischen zwei Punkten A und B nicht das gleiche Ergebnis liefert als das längs der Profile von A nach B' und anschließend von B' nach B (siehe Abbildung 3.3).

Zudem ist die geometrische Bezugsfläche keine Äquipotentialfläche des Normalschwerfeldes und ist streng betrachtet über die normalorthometrischen Höhen eines Höhenfestpunktfeldes definiert. Die Höhen dieses Systems werden auch als „Höhen über Normalnull (NN)“ bezeichnet und waren bis 1992 das amtliche Höhennetz, bevor eine Umstellung auf Normalhöhen folgte (siehe Kapitel 3.2 und WITTE und SCHMIDT 2006).

Die Normalhöhe ist der metrische Abstand eines Punktes P auf der Erdoberfläche und einem Punkt P' auf dem Quasigeoid, welches als Bezugsfläche fungiert (vgl. HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005). Der Schwerwert wird als mittlerer Normalschwerwert entlang der Lotlinie des Normalfeldes vom Niveauellipsoidpunkt bis zum Telluroidpunkt definiert. Dabei sind das Telluroid eine Näherung für die Erdoberfläche und die das Normalschwerfeld eine Näherung an das Erdschwerfeld, welches durch Äquipotentialflächen dargestellt werden. Die Äquipotentialfläche W_0 durch einen Bezugspunkt P_0 definiert wieder ein Vertikaldatum, welches i.A. mit dem Geoid übereinstimmt. Der Abstand zwischen Telluroidpunkt Q und Erdoberflächenpunkt P wird als Höhenanomalie ξ bezeichnet.

Anhand von Abbildung 3.4 wird deutlich, dass nach vorzeichengerechtem Abtragen der Normalhöhe $\overset{N}{H}$ entlang der Lotlinie des Normalschwerfeldes von Punkt P ein Punkt P' auf dem Quasigeoid entsteht. Damit ist eine Deutung des Quasigeoids als geometrische Bezugsfläche zulässig.

Nachteilig sind die nicht konstanten Normalhöhen für die Äquipotentialflächen des Schwerepotentials, was die bildliche Vorstellung von der Fließrichtung des Wassers für dieses Höhensystem nicht erlaubt. Das Quasigeoid als geometrische Bezugsfläche ist folglich keine Äquipotentialfläche des Schwerfeldes, es stimmt jedoch im Meeresbereich annähernd mit dem Geoid überein.

Die Ausführungen bzgl. der unterschiedlichen Höhensysteme zeigen, dass kein Höhensystem existiert, welches allen Anforderungen genügen kann. Dies erklärt auch die parallele Verwendung verschiedener Systeme in Europa. Wissenschaftlich betrachtet stellt das Höhensystem der orthometrischen Höhen die beste Lösung dar,

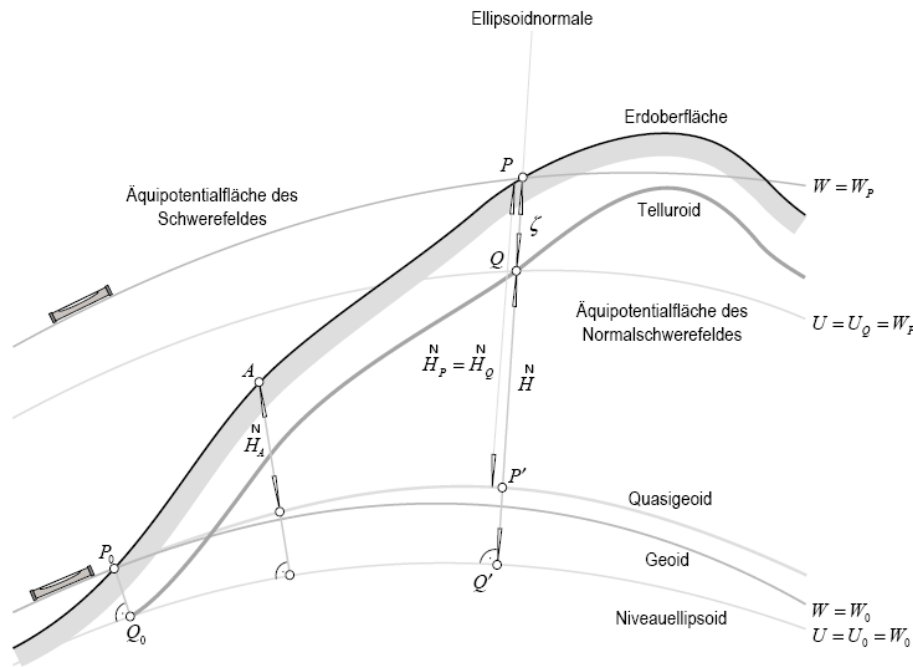


Abbildung 3.4: Normalhöhen

jedoch soll ein zugleich praktikables Höhensystem für diverse Anforderungen geschaffen werden. Physikalisch definierte Höhen stellen folglich nur einen Kompromiss zwischen theoretischer Strenge bei der Nutzung der geopotentiellen Kote und praktischen Erfordernissen und Befürfnissen dar. In Deutschland wurde das deutsche Haupthöhennetz im Zuge der Wiedervereinigung auf Normalhöhen umgestellt. Die Bezugsfläche entspricht dem Quasigeoid, welches mit den Parametern des Geodätischen Referenzsystems 1980 (GRS80) berechnet ist und durch den Pegel Amsterdam verläuft (WITTE und SCHMIDT (2006)). Bodenbewegungen und Deformationen geologischer Natur führten seitdem zu abnehmender Konsistenz und Aktualität, weshalb das Haupthöhennetz 1. Ordnung in den Jahren 2006-2011 erneuert werden soll.

3.6 Schwerereduktion

In der Praxis werden anstelle der direkten Ableitung der metrischen Höhen aus den geopotentiellen Koten i.d.R. Reduktionen R an die gemessenen Nivellementbeobachtungen angebracht. In diesem Kapitel wird diese für die Normalhöhen explizit nach TORGE 1989 sowie HOFMANN-WELLENHOF und MORITZ 2005 erläutert. Dabei gilt folgender Zusammenhang:

$$\Delta H_{AE}^N = H_E^N - H_A^N = \Delta l_{AE} + R_{AE}. \quad (3.15)$$

Darin sei Δl_{AE} die Summe aus allen nivellierten Inkrementen zwischen Ausgangspunkt A und Endpunkt E und R_{AE} die entsprechende aufsummierte Normalhöhenreduktion. Diese ist für eine Nivellemententfernung zwischen zwei Punkten $i-1$ und i gegeben durch

$$R_i = \frac{\bar{g}_{i-1,i} - \gamma_0}{\gamma_0} \Delta l_i + \frac{\bar{\gamma}_{i-1} - \gamma_0}{\gamma_0} H_{i-1}^N - \frac{\bar{\gamma}_i - \gamma_0}{\gamma_0} H_i^N \quad (3.16)$$

mit der Beobachtung Δl_i zwischen den Punkten H_{i-1}^N und H_i^N , der mittleren Oberflächenschwere $\bar{g}_{i-1,i}$, welche den Ergebnissen des Leitnivellements der GEOBasis NRW entnommen werden kann, den Mittelwerten der Normalschwere $\bar{\gamma}_{i-1}$ und $\bar{\gamma}_i$ an den jeweiligen Punkten $i-1$ und i , sowie einem konstanten genährten Schwerewert γ_0 .

Da sowohl γ_0 , als auch $\bar{\gamma}_i$ eine Abhängigkeit von der geographischen Breite B aufweisen, muss aus den Gauß-Krüger-Koordinaten die geographische Breite abgeleitet werden. Die verwendete Transformation bezieht sich dabei auf die in folgender Tabelle dargestellten Parameter des Bessel-Ellipsoids.

große Halbachse	a	6377397,155 m
kleine Halbachse	b	6356078,962 m
erste numerische Exzentrizität	e^2	0,00667437
Abplattung	f	0,00334277

Tabelle 3.2: Parameter des Bessel-Ellipsoids

Zunächst wird die Breite des Fußpunkts B_f berechnet. B_f ist der Punkt, in dem eine durch einen in Gauß-Krüger-Koordinaten (mit Hochwert HW und Rechtswert RW) gegebenen Punkt P gehende Normale den aktuellen Hauptmeridian schneidet. Eine erste Näherung sei gegeben durch

$$B_{f_0} = HW \left(\frac{1+n}{a \left(1 + \frac{n^2}{4} + \frac{n^4}{64} \right)} \right) \quad (3.17)$$

mit der Hilfsgröße

$$n = \frac{a-b}{a+b}. \quad (3.18)$$

Damit setzt sich die Fußpunktsbreite wie folgt zusammen:

$$B_f = B_{f_0} + \frac{3}{2} \left(n - \frac{9}{16}n^3 \right) \cdot \sin(2B_{f_0}) + \frac{21}{16}n^2 \cdot \sin(4B_{f_0}) + \frac{151}{96}n^3 \cdot \sin(6B_{f_0}). \quad (3.19)$$

Mit Hilfe des sog. Querkrümmungsradius N

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1-e^2 \cdot \sin^2(B_f))}} \quad (3.20)$$

und den weiteren Hilfsgrößen

$$t = \tan(B_f) \quad (3.21)$$

und

$$\eta^2 = \frac{e^2}{1-e^2} \cdot \cos^2(B_f) \quad (3.22)$$

lässt sich abschließend die geographische Breite nach

$$B = B_f - \frac{t}{2}(1+\eta^2) \frac{RW^2}{N^2} + \frac{t}{24}(5+3t^2+6\eta^2-6t^2\eta^2) \frac{RW^4}{N^4} + \frac{t}{720}(61+90t^2+45t^4) \frac{RW^6}{N^6} \quad (3.23)$$

berechnen. Der ursprünglich gegebene Rechtswert RW muss gemäß der Definition der Gauß-Krüger-Koordinaten jedoch noch um einen konstanten Wert von 500.000 reduziert werden. Zudem wird ein sog. Datumshift zum Wechsel vom deutschen Kartendatum DHDN90 (Bessel-Ellipsoid) ins ETRS89 (GRS80-Ellipsoid) angebracht. Darunter ist der Übergang von georeferenzierten Objekten von einem Bezugssystem in ein anderes zu verstehen. Der Begriff Datumshift oder Datumsübergang ruht daher, dass bei Bezugssystemen häufig auch vom geodätischen Datum gesprochen wird. Mathematisch entspricht dies einer Addition des berechneten Breitengrades B und einem Zuschlag ΔB , der nach Angabe der GEOBasis NRW durch einen Wert von -4,7 Bogensekunden gegeben ist.

Nun kann, mit Hilfe zweier Konstanten $\beta = 5.3024 \cdot 10^{-3}$ und $\beta_1 = -5.8 \cdot 10^{-6}$, der breitenabhängige genährte konstante Schwerewert zu

$$\gamma_0 = g(1 + \beta \sin^2(B) + \beta_1 \sin^4(B)) \quad (3.24)$$

bestimmt werden. Die darin verwendete Schwerebeschleunigung g sei am Äquator mit $9.78032 \frac{m}{s^2}$ gegeben. Die Berechnung der höhenabhängigen mittleren Normalschwere folgt anschließend ausgehend von dem für den Ellipsoidpunkt gültigen Normalschwerewert $\gamma_0(B)$ und nach Einführung einer Hilfsgröße

$$m = \frac{\omega^2 a^2 b^2}{GM}, \quad (3.25)$$

worin $\omega = 0.7292115 \cdot 10^{-4}$ [rad] die Winkelgeschwindigkeit der Erde und $GM = 398600.5 \cdot 10^9 \frac{m^2}{s^2}$ die allgemeine Gravitationskonstante angeben, nach folgender Berechnungsvorschrift

$$\bar{\gamma}^{\frac{D}{H}}(H) = \gamma_0(B) \left(1 - \frac{1}{2}(1 + f + m - 2f \sin^2(B)) \right) \frac{D}{a} + \frac{D^2}{a^2}. \quad (3.26)$$

Die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse können in Formel (3.16) eingesetzt und nach Formel (3.15) an die Nivellementergebnisse angebracht werden.

4. Statistische Tests

4.1 Grundlagen

Die Aufgabe statistischer Tests ist allgemein formuliert die Überprüfung auf Übereinstimmung von Schätzwerten mit theoretischen Vergleichswerten oder anderen, unabhängigen Schätzwerten (NIEMEIER 2002). Folglich sollen Ergebnisse aus Messbeobachtungen auf Annahmen (Hypothesen) über gezielte Merkmale getestet werden. Das Ergebnis eines jeden statistischen Tests ist in Abhängigkeit eines gewählten Signifikanzniveaus stochastisch zu bewerten.

Vor der Anwendung eines statistischen Tests wird die sog. Nullhypothese H_0 aufgestellt, welche das explizite Vergleichsmodell des Tests, abgeleitet aus der jeweiligen Problemstellung repräsentiert. Sie beinhaltet die Annahme, dass die oben beschriebenen zur Überprüfung herangezogenen Merkmale gleich sind.

Für den Ablauf des Tests wird die sog. Testgröße benötigt. Sie ist eine Zufallsvariable und wird mit \mathcal{T} gekennzeichnet. Für die aus den zufälligen Beobachtungen abgeleitete Realisierung t wird eine Zuordnung zu einer bestimmten Wahrscheinlichkeitsverteilung verlangt. Die Testgröße wird mit den zuvor bestimmten Quantilen bei einem gewählten Wahrscheinlichkeitsniveau $\gamma = 1 - \alpha$ verglichen. Nach diesem Vergleichsergebnis wird entschieden, ob die Hypothese einer Ablehnung oder Annahme unterzogen wird.

Wird der Test angenommen, bedeutet dies für die Auswertung, dass die Hypothese bzgl. ihrer Überprüfung nicht verworfen werden kann. Eine Ablehnung entsteht genau dann, wenn eine Abweichung von der Nullhypothese vorliegt. Dieser Fall führt zwangsläufig zur Annahme der sog. Alternativhypothese H_A .

4.2 Lineare Hypothesentests

Das Ausgleichungsmodell im Gauß-Markov-Modell ist gegeben durch

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (4.1)$$

mit dem Beobachtungsvektor \mathbf{l} , den Verbesserungen \mathbf{v} , dem Parametervektor \mathbf{x} und der Designmatrix \mathbf{A} , die einen Zusammenhang zwischen den Beobachtungen und den Parametern darstellt.

Es sei die dieser Arbeit angepasste problembezogene Annahme einer zweistufigen Ausgleichung gegeben. Spezieller handelt es sich dabei um ein Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen. Während in erster Stufe eine Einzelepochenauswertung mit freier Netzausgleichung und eindeutiger Lagerung realisiert wird, beinhaltet die zweite Stufe eine Rückführung auf eine Ausgleichung nach Bedingungen und einen Algorithmus, der in Abhängigkeit der Restriktionsgleichungen an die Parameter auf Basis von Hypothesentests die Deformationen aus mehreren Epochen detektieren soll. Die Nullhypothese sei dadurch definiert, dass die Punkte der unterschiedlichen Epochen sich nicht bewegt haben.

Es sei der a-priori Varianzfaktor σ_0 nicht bekannt, der hier aber auch keine entscheidende Rolle spielt, da die zweite Stufe gegen die erste Stufe getestet werden soll. Der geschätzte Varianzfaktor der ersten Stufe s_1^2 sei gegeben durch

$$s_1^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{n - m + b}. \quad (4.2)$$

Darin definieren \mathbf{P} die Gewichtsmatrix und $\hat{\mathbf{v}}$ die Verbesserungen der ersten Stufe, die gemeinsam die Verbesserungsquadratsumme $\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}$ ergeben. Diese wird dividiert durch die Anzahl der Freiheitsgrade f_1 in

erster Stufe, die aus der Differenz der Anzahl aus Parametern m , Beobachtungen n und Datumsrestriktionen b resultiert. Die Datumsrestriktionen dienen der Behebung des Datumsdefektes im Normalgleichungssystem

$$N\mathbf{x} = \mathbf{n} \quad (4.3)$$

$$N = \mathbf{A}^T \Sigma^{-1} \mathbf{A} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \Sigma^{-1} \mathbf{l} \quad (4.5)$$

in erster Stufe und werden durch den Status einer Zusatzinformation gewissermaßen als Beobachtung ohne stochastische Information angenommen und müssen daher zu den Freiheitsgraden addiert werden. Ihre Dimension entspricht i.d.R. der Anzahl der verwendeten Beobachtungsepochen.

Analog dazu setzt sich der Varianzfaktor der zweiten Stufe wie folgt zusammen:

$$\Sigma\{\hat{\mathbf{x}}\} = \sigma_0^2 \mathbf{Q} \hat{\mathbf{x}} \hat{\mathbf{x}} \quad (4.6)$$

$$s_2^2 = \frac{\mathbf{r}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{r}}{p}. \quad (4.7)$$

Darin sind \mathbf{r} die Zuschläge in zweiter Stufe und $\Sigma\{\hat{\mathbf{x}}\}$ die Kovarianzmatrix der ausgeglichenen Parameter der ersten Stufe. Die Freiheitsgrade f_2 entsprechen der Anzahl der in zweiter Stufe angesetzten Restriktionsgleichungen p .

Damit ist die Testgröße t gegeben durch

$$t = \frac{\frac{\mathbf{r}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{r}}{p}}{\frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{n-m+b}} = \frac{s_2^2}{s_1^2} \sim \mathcal{F}_{p, n-m+b}. \quad (4.8)$$

Die Varianzfaktoren beider Stufen unterliegen der χ^2 -Verteilung. Damit ist die Testgröße, die aus dem Quotienten beider Varianzfaktoren besteht, Fisher-verteilt. Für diese müssen sog. Quantilwerte k entsprechend den jeweiligen Freiheitsgrade $f_1 = n - m + b$ und $f_2 = p$ der beiden vorliegenden Ausgleichungsstufen aufgestellt werden, die anschließend gegen die Testgröße t auf Signifikanz getestet werden.

Für den Test der linearen Hypothese gilt damit die Wahrscheinlichkeitsbeziehung

$$P(t > \mathcal{F}_{p, n-m+b, 1-\alpha} \| H_0) = \alpha. \quad (4.9)$$

Die Nullhypothese ist genau dann zu verwerfen, wenn die Realisierung der Testgröße das Quantil der Fisher-Verteilung für ein definiertes Wahrscheinlichkeitsniveau $1 - \alpha$ überschreitet. Dieses kann z.B. als 95% festgesetzt werden.

Die Überprüfung auf Signifikanz mit linearen Hypothesentests kann für jede Modifikation des Modells durchgeführt werden, sofern diese in Form von linearen Hypothesen formuliert werden können (ausführlich in SEARLE 1971). In der Praxis muss folglich jedes Problem in diese Form gebracht werden. Als Anwendungsbeispiele dazu können die Reduktion, bzw. die Erweiterung des Modells um einzelne Parameter zur Prüfung des Modellansatzes oder die Prüfung einzelner Punkte auf Identität gezählt werden, wobei in der Nullhypothese die Annahme gleicher Punkte für verschiedene unabhängige und zufällig beobachtete Epochen getroffen wird.

5. Anwendung: Detektionsverfahren

Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Detektionsverfahrens, welches aus den Beobachtungsergebnissen eines Leitnivellements über mehrere Epochen idente Punkte detektiert. Dadurch sollen überwiegend diskontinuierliche Erdbewegungen sichtbar werden. Das Verfahren ist in zwei Auswertestufen gegliedert, wobei in erster Stufe eine Ausgleichung der unterschiedlichen Epochen vorgesehen ist und in zweiter Stufe eine auf Hypothesentests basierende deformationsanalytische Untersuchung zwischen den Epochen erfolgt. Im Folgenden sei das Konzept der einzelnen Verfahrensschritte dargestellt.

5.1 Ausgleichung: Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen

Für die Ausgleichung wird ein zweistufiges Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen angesetzt. Das vorgestellte Verfahren führt dazu in einer ersten Stufe eine freie Ausgleichung der Einzelepochen mit eindeutiger Lagerung durch, um die Netzkonfiguration zu erhalten. In der zweiten Ausgleichungsstufe erfolgt anschließend eine Rückführung des Gauß-Markov-Modells auf einen Ausgleich nach Bedingungen.

5.1.1 1. Stufe: Einzelepochenausgleich

Ziel des Verfahrens ist die Aufdeckung von Deformationen an der Erdoberfläche. Das Modell sei zunächst gegeben durch

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (5.1)$$

mit den im Beobachtungsvektor \mathbf{l} enthaltenen Höhenunterschieden zwischen zwei Punkten aus dem Leitnivellement der GEOBasis NRW, den Verbesserungen \mathbf{v} zu den Beobachtungen und dem Parametervektor \mathbf{x} mit den ausgeglichenen absoluten Höhen. Der Zusammenhang zwischen Parametern und Beobachtungen ist durch die Designmatrix \mathbf{A} gegeben, deren Koeffizienten durch die partiellen Ableitungen der Beobachtungsgleichungen nach den Parametern repräsentiert werden. Der funktionale Zusammenhang lässt sich bei Höhenunterschieden zwischen zwei Punkten formulieren als

$$\Delta h_{ij} = H_j - H_i. \quad (5.2)$$

Nach Differenzierung der Beobachtungen nach den Parametern entsteht folglich eine dünnbesetzte Designmatrix mit Einträgen, die aus „-1“ und „1“ bestehen.

		4109900001	4109900058	4109900059	4109900056	4109900041	4109900023
4109900001	4109900058	-1	1	0	0	0	
4109900058	4109900059	0	-1	1	0	0	
4109900059	4109900056	0	0	-1	1	0	...
4109900056	4109900058	0	1	0	-1	0	
4109900056	4109900001	1	0	0	-1	0	
4109900001	4109900041	-1	0	0	0	1	
				...			

Tabelle 5.1: Ausschnitt aus der Designmatrix \mathbf{A}

In Tabelle 5.1 ist beispielhaft für frei gewählte Punkte die Struktur der Designmatrix aufgeführt. Dabei kennzeichnen die ersten beiden Spalten jeweils den Start- bzw. Endpunkt einer Nivellementbeobachtung. Eine

Lösung dieses Modells kann beispielsweise über eine Kleinste-Quadrate-Schätzung erfolgen. Das vorliegende funktionale Modell wird durch die Aufteilung von Parametern und Beobachtungen in jeweils einen Zuschlag und einen Näherungswert abgeändert. So setzen sich die ausgeglichenen Parameter $\widehat{\mathbf{x}}$ aus den Näherungswerten \mathbf{x}_0 und den stochastischen Parameterzuschlägen $\widehat{\Delta\mathbf{x}}$ zusammen:

$$\widehat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + \widehat{\Delta\mathbf{x}}. \quad (5.3)$$

Als Näherungswerte \mathbf{x}_0 werden in diesem Verfahren die Absoluthöhen von Punkten einer beliebig ausgewählten Referenzepoche angesehen. Für den Zusammenhang der Näherungshöhen $H_j^{(0)}$ und den Zuschlägen $\Delta H_j^{(p)}$ zur Referenzhöhe zu den Absoluthöhen $H_j^{(p)}$ einer Epochen $p = 1 \dots P$ lässt sich explizit folgender Ausdruck formulieren:

$$H_j^{(p)} = H_j^{(0)} + \Delta H_j^{(p)}. \quad (5.4)$$

Die Beobachtungen werden in entsprechender Form zu den Parametern dargestellt, wobei der in der Ausgleichung als Beobachtungsvektor eingeführte Vektor $\widehat{\Delta\mathbf{l}}$ als verkürzter Beobachtungsvektor bezeichnet wird. Die genäherten Beobachtungen \mathbf{l}_0 werden im funktionalen Modell an den Näherungsstellen \mathbf{x}_0 berechnet

$$\mathbf{l}_0 = \mathbf{A}\mathbf{x}_0, \quad (5.5)$$

sodass für die ausgeglichenen Beobachtungen gilt:

$$\widehat{\Delta\mathbf{l}} = \mathbf{A}\widehat{\Delta\mathbf{x}} \quad (5.6)$$

$$\widehat{\mathbf{l}} = \mathbf{l}_0 + \widehat{\Delta\mathbf{l}}. \quad (5.7)$$

Das abgeleitete Modell sei damit zusammengefasst gegeben als

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}) \quad (5.9)$$

$$\mathbf{l} - \mathbf{A}\mathbf{x}_0 + \mathbf{v} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x} \quad (5.10)$$

$$\Delta\mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A}\Delta\mathbf{x}. \quad (5.11)$$

Neben dem funktionalen Modell wird auch das stochastische Modell benötigt, welches allgemein Abschätzungen zur Genauigkeit für die Beobachtungen beinhaltet. Eine vollständige Genauigkeitsaussage ist gegeben durch die Kovarianzmatrix $\Sigma\{\mathcal{L}\}$ der Beobachtungen, die auf der Hauptdiagonalen die Varianzen σ_i^2 der einzelnen Beobachtungen \mathcal{L}_i und auf der Nebendiagonale Kovarianzen σ_{ij} zur Angabe der Korrelation zwischen den Beobachtungen \mathcal{L}_i und \mathcal{L}_j enthält. Da aus den Beobachtungen des Leitnivelement der GEOBasis NRW keine a-priori Information vorliegen oder gewonnen werden können, werden bei der Ausgleichung Gewichtsmatrizen \mathbf{P} der einzelnen Epochen verwendet. Eine vereinfachende Annahme ist dabei der Verzicht auf Korrelationen, wodurch eine Diagonalmatrix entsteht. Auf der Diagonalen werden Gewichte p_i umgekehrt proportional zur Distanz $s[\text{km}]$ zwischen den Punkten definiert:

$$p_i = \frac{1}{s_i[\text{km}]}. \quad (5.12)$$

Um neben der sog. inneren Geometrie (siehe Kapitel 3.3) oder Konfiguration des Netzes auch Informationen der Punkthöhen in einem globalen Referenzrahmen zu erhalten, muss an dieser Stelle eine Datumsfestlegung erfolgen. Diese Lagerungsproblematik im vorliegenden Höhennetz wird durch eine freie Ausgleichung mit eindeutige Lagerung realisiert. Diese ist für alle einzelnen Epochen stets in gleicher Form einzuhalten. D.h. jede Epoche hat jeweils immer den gleichen Datumspunkt, der folglich in jeder Messepoche gemessen wurde. Die Lösung des Rangdefekts erfolgt dann durch Anbringung von Bedingungen. Diese stellen in diesem Detektionsverfahren die Anforderung, dass die Parameterzuschläge des Datumspunktes zu Null gesetzt werden müssen. Dies erfolgt über eine Differenzbildung des Punktindizes des Datumspunktes in der Referenzepeche (i.d.R. die zuerst gemessene Epoche) vom entsprechenden Datumspunktindex in jeder anderen Epoche. Abgespeichert werden diese Bedingungen in der Matrix \mathbf{B} als Blöcke $\mathbf{B}_1 \dots \mathbf{B}_p$ zu den einzelnen Epochen $p = 1 \dots P$. Diese einzelnen epochialen Blöcke seien in der folgenden ausschnittshaften Darstellung der Matrix \mathbf{B} für $p = 3$ Epochen durch vertikale Abtrennungen gekennzeichnet.

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

Tabelle 5.2: Ausschnitt aus der mit Bedingungen zur Behebung des Datumsdefektes gefüllten Matrix \mathbf{B}

Anders formuliert setzt die Bedingung fest, dass die Parameterzuschläge zu einer Referenzepeche für den Datumspunkt in jeder Epoche gleich sein müssen. Eine explizierte Darstellung kann durch

$$\Delta x_i^{(1)} = \Delta x_i^{(2)} = \dots = \Delta x_i^{(p)} \quad (5.13)$$

gegeben werden.

Die einzelnen Epochen werden nun unabhängig voneinander ausgeglichen. Dazu gilt folgendes Normalgleichungssystem mit der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} , dem Normalgliedvektor \mathbf{n} und dem Parametervektor $\widehat{\Delta \mathbf{x}}$ in erster Stufe:

$$\mathbf{N} \widehat{\Delta \mathbf{x}} = \mathbf{n} \quad (5.14)$$

oder explizit formuliert

$$\left[\begin{array}{cccc|cc} \mathbf{A}_1^T \boldsymbol{\Sigma}_{11}^{-1} \mathbf{A}_1 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_1 & \\ 0 & \mathbf{A}_2^T \boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1} \mathbf{A}_2 & 0 & 0 & \mathbf{B}_2 & \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \vdots & \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_p^T \boldsymbol{\Sigma}_{pp}^{-1} \mathbf{A}_p & \mathbf{B}_p & \\ \mathbf{B}_1^T & \mathbf{B}_2^T & \dots & \mathbf{B}_p^T & 0 & \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} \widehat{\Delta x}_1 \\ \widehat{\Delta x}_2 \\ \vdots \\ \widehat{\Delta x}_p \\ \mathbf{k} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{A}_1^T \boldsymbol{\Sigma}_{11}^{-1} \Delta \mathbf{l}_1 \\ \mathbf{A}_2^T \boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1} \Delta \mathbf{l}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_p^T \boldsymbol{\Sigma}_{pp}^{-1} \Delta \mathbf{l}_p \\ \mathbf{b} \end{array} \right]$$

Dieses Gleichungssystem ist genau dann lösbar, wenn keine linear abhängigen Restriktionen auftreten, d.h. wenn

$$\text{Rang}(\mathbf{B}^T) = p \quad (5.15)$$

gilt. Zudem muss zur Existenz der Inversen der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N} gelten:

$$\text{Rang} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^T \boldsymbol{\Sigma}_{11}^{-1} \mathbf{A}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2^T \boldsymbol{\Sigma}_{22}^{-1} \mathbf{A}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_p^T \boldsymbol{\Sigma}_{pp}^{-1} \mathbf{A}_p \\ \mathbf{B}_1^T & \mathbf{B}_2^T & \dots & \mathbf{B}_p^T \end{bmatrix} \right) = m$$

Die ausgeglichenen Parameter sind, wie bereits erläutert, die Zuschläge zu den Näherungswerten, die für alle Epochen jeweils gleich anzusetzen sind. Sie beinhalten die Höhenzuschläge der Höhenpunkte. Der Parametervektor $\widehat{\mathbf{x}}$ mit den absoluten Höhen ergibt sich folglich aus der Summe aus Näherungswerten und ausgeglichenen Parameterzuschlägen $\widehat{\Delta \mathbf{x}}$

$$\widehat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_0 + \widehat{\Delta \mathbf{x}}. \quad (5.16)$$

Die entsprechende Kovarianzmatrix der Parameter lässt sich unmittelbar aus dem oberen Block $\overline{\mathbf{N}}$ der Gesamtinversen der Normalgleichungsmatrix \mathbf{N}

$$\Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\} = \overline{\mathbf{N}}^{(-1)} \quad (5.17)$$

ableiten. Die Größe dieses Blockes entspricht dabei der Anzahl der Punkte aller verwendeten Epochen auf der Hauptdiagonalen. Daraus lassen sich der Vektor der verkürzten Beobachtungen $\widehat{\Delta \mathbf{l}}$ und der Beobachtungsvektor $\widehat{\mathbf{l}}$ berechnen (siehe Gleichung (5.7)). Die Näherungswerte für die Beobachtungen \mathbf{l}_0 werden dazu nach Gleichung (5.5) aus den Näherungswerten der Parameter \mathbf{x}_0 bestimmt.

Aus den vorliegenden Informationen ergeben sich dann die Verbesserungen $\widehat{\mathbf{v}}$ sowie mit Hilfe der vorliegenden Redundanz der empirische Varianzfaktor s_1^2 . Die Redundanz f_1 sei dabei durch die Differenz der Anzahl an Beobachtungen n , Anzahl an Parametern m , sowie der Anzahl der Datumsrestriktionen b gegeben (siehe Kapitel 4.2):

$$f_1 = n - m + b. \quad (5.18)$$

Damit folgt:

$$\widehat{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\widehat{\mathbf{x}} - \mathbf{l} \quad (5.19)$$

$$s_1^2 = \frac{\widehat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \widehat{\mathbf{v}}}{n - m + b}. \quad (5.20)$$

5.1.2 2. Stufe: Rückführung auf einen Ausgleich nach Bedingungen

Da mit diesem Verfahren Deformationen an der Erdoberfläche detektiert werden sollen, müssen an dieser Stelle Bedingungen an die Parameter gestellt werden, die anschließend auf der Basis von Hypothesentests überprüft werden müssen. Bedingungen an die Parameter müssen von diesen streng erfüllt werden und werden allgemein als Restriktionen bezeichnet. Die Anzahl der unabhängigen Restriktionsgleichungen muss dabei kleiner sein, als die Anzahl der Parameter, da letztere ansonsten durch die Restriktionen vollständig festgesetzt würden.

Das Modell in Formel (5.1) wird durch diese Bedingungen wie folgt erweitert

$$\Delta \mathbf{l} + \mathbf{v} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} \quad (5.21)$$

$$\mathbf{C}^T \Delta \mathbf{x} = \mathbf{c}. \quad (5.22)$$

In der Matrix \mathbf{C} und dem Vektor \mathbf{c} werden die Annahme getroffen, dass sich die untersuchten Punkte nicht bewegt haben. Dies geschieht mathematisch durch die Formulierung der Bedingung, dass die Differenz zwischen einem Punkt in jeder Epoche zur Referenzepeche gleich Null sei. Demnach ist \mathbf{C} eine dünnbesetzte Matrix bestehend aus Einträgen von „-1“, „0“ und „1“ und \mathbf{c} ein Vektor mit Nullen. Die Dimension der \mathbf{C} -Matrix ergibt sich für die Zeilen aus der Anzahl von Punkten, die in jeder Epoche beobachtet sind, multipliziert mit der um Eins verminderten Anzahl verwendeter Epochen, während die Anzahl der Spalten aus einer epochenweise erfolgenden Aneinanderreihung der in jeder Epoche vorkommenden Punktnummern resultiert. Die Darstellung in Tabelle 5.3 zeigt einen Ausschnitt der Matrix \mathbf{C} für $p = 2$ Epochen. Die vertikale Begrenzung soll den Übergang dieser Epochen aufzeigen.

41099000	01	...	41	...	42	01	...	41	...	42
4109900001	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4109900041	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
4109900042	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0

Tabelle 5.3: Ausschnitt der vorläufigen Matrix \mathbf{C} mit Restriktionsgleichungen

Ein Problem dieser Matrix liegt in einer bisweilen noch ungelösten Festlegung des Datums in zweiter Stufe. D.h. durch die Matrix \mathbf{C} ist zwar eine innere Konfiguration gegeben, keineswegs wird jedoch ein Zwang auf bestimmte Punkte ausgeübt. Zur Abhilfe dessen könnte das Datum aus der ersten Stufe übernommen werden, was eine Lagerung auf diesen Datumspunkt mit sich ziehen würde. Die bessere Alternative liegt jedoch in der Auftransformation auf alle Punkte, die für den Hypothesentest als ident angenommen sind. Das Datum wird hierbei dadurch festgelegt, dass der Mittelwert aller als identisch angenommenen Punkte festgesetzt wird und die Referenzepeche auf das Mittel der anderen Epochen gelagert wird. Umgesetzt werden diese theoretischen Ideen in einer separaten Zeile unter der in Tabelle 5.3 dargestellten Variante. Diese enthält für alle als identisch angenommenen Punkte in der Referenzepeche eine Eins, für alle anderen Einträge zusätzlich derer der übrigen Epochen eine Null. Das gezeigte Beispiel sei im Folgenden um diese Zeile ergänzt.

41099000	01	...	41	...	42	01	...	41	...	42
4109900001	-1	0	0	0	0	1	0	0	0	0
4109900041	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	1
4109900042	0	0	-1	0	0	0	0	1	0	0
-----	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0

Tabelle 5.4: Ausschnitt der Matrix \mathbf{C} mit Restriktionsgleichungen

Das in Formel (5.22) vorgestellte Modell kann durch eine Rückführung des Gauß-Markov-Modells mit Restriktionen auf eine Ausgleichung nach Bedingungen gelöst werden. Dieses Modell besteht aus einem zweistufigen Ausgleich, wobei die erste Stufe einen Vorausgleich von Gleichung (5.1) ohne die Restriktionen beinhaltet, wie er nach obiger Erläuterung bereits durchgeführt wurde. Die zweite Stufe sieht einen Ausgleich nach Bedingungen bzgl. der Restriktionen vor, bei dem die ausgeglichenen Parameter $\widehat{\Delta \mathbf{x}}$ der ersten Stufe als Beobachtungen der zweiten Stufe eingehen. Entsprechend werden auch die stochastischen Informationen, wie die Kovarianzmatrizen, überführt.

Zunächst werden die Zuschläge \mathbf{r} in zweiter Stufe berechnet, die gegeben sind durch

$$\mathbf{r} = -\Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T \Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\} \mathbf{C})^{-1} (\mathbf{C}^T \widehat{\mathbf{x}} - \mathbf{c}). \quad (5.23)$$

Die entgültigen Parameter inklusive stochastischer Information lassen sich wiederum analog zur ersten Stufe ableiten

$$\widehat{\Delta \mathbf{x}} = \widehat{\Delta \mathbf{x}} + \mathbf{r} \quad (5.24)$$

$$\Sigma\{\widetilde{\boldsymbol{\chi}}\} = \Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\} - \Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\} \mathbf{C} (\mathbf{C}^T \Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T \Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\}. \quad (5.25)$$

Der Varianzfaktor der zweiten Stufe s_2^2 ergibt sich dann aus

$$s_2^2 = \frac{1}{\sigma_0^2} \frac{\mathbf{r}^T \Sigma\{\widehat{\boldsymbol{\chi}}\}^{-1} \mathbf{r}}{p}, \quad (5.26)$$

wobei p die Anzahl der verwendeten Restriktionsgleichungen ist.

Falls $\Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\}^{-1}$ nicht existiert, kann zur Ermittlung der Verbesserungsquadratsumme in zweiter Stufe ein alternativer Lösungsweg eingeschlagen werden. Dazu wird ausgehend vom gegebenen Modell (siehe Gleichung (5.22)) ein Gesamtausgleich durchgeführt. Dazu wird z.B. durch eine Kleinste-Quadrate-Schätzung der ausgeglichene Parametervektor $\widetilde{\Delta\mathbf{x}}$ erhalten. Aus diesem ergeben sich die ausgeglichenen Beobachtungen $\widetilde{\Delta\mathbf{l}}$ zu

$$\widetilde{\Delta\mathbf{l}} = \mathbf{A}\widetilde{\Delta\mathbf{x}}. \quad (5.27)$$

Daraus können wiederum die Verbesserungen $\widetilde{\mathbf{v}}$ des Gesamtausgleiches bestimmt werden, welche nach

$$\widetilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{P}\widetilde{\mathbf{v}} \quad (5.28)$$

die gesuchte Verbesserungsquadratsumme ergeben. Der Zusammenhang zwischen der Verbesserungsquadratsumme des Gesamtausgleiches und denen aus erster und zweiter Stufe sei durch folgende Gleichung gegeben:

$$\widetilde{\mathbf{v}}^T \mathbf{P}\widetilde{\mathbf{v}} = \widehat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P}\widehat{\mathbf{v}} + \mathbf{r}^T \Sigma\{\widehat{\mathcal{X}}\}^{-1} \mathbf{r}. \quad (5.29)$$

Neben der Verbesserungsquadratsumme des Gesamtausgleiches ist auch die Verbesserungsquadratsumme der ersten Stufe bekannt (zur Berechnung vgl. Kapitel 5.1.1), sodass die gesuchte Quadratsumme der Verbesserungen in zweiter Stufe nach einer Umstellung von Gleichung (5.29) als bekannt angenommen werden kann. Den Beweis der stochastischen Unabhängigkeit der beiden Varianzfaktoren liefert KOCH 1976. Der Varianzfaktor lässt sich anschließend analog zu Gleichung (5.26) bestimmen.

5.2 Hypothesentest zur Aufdeckung von Deformationen einzelner Punkte

In einer zweiten Auswertestufe soll auf Basis eines Hypothesentests eine deformationsanalytische Untersuchung über mehrere Epochen durchgeführt werden. Das Ziel ist die Ausgabe von unbewegten, identen Punkten. Dazu wird in der Nullhypothese die Bedingung angenommen, dass sich ausgewählte Punkte nicht signifikant bewegt haben:

$$H_0 : \mathbf{C}^T \Delta\mathbf{x} = \mathbf{c} \quad H_A : \mathbf{C}^T \Delta\mathbf{x} \neq \mathbf{c}. \quad (5.30)$$

Die Testgröße t berechnet sich aus dem Quotient der empirischen Varianzfaktoren beider Stufen und unterliegt der Fisher-Verteilung mit entsprechend vorliegenden Freiheitsgraden:

$$t = \frac{s_2^2}{s_1^2} \sim \mathcal{F}_{p,n-m+b} \quad (5.31)$$

Getestet wird die Realisierung der Testgröße t gegen die Quantile der Fisher-Verteilung nach Festlegung eines Wahrscheinlichkeitsniveaus $1-\alpha$, für das in diesem Detektionsverfahren standardmäßig der Wert $1-\alpha = 95\%$ angenommen wird:

$$t > k_{1-\alpha}^{\mathcal{F}_{p,n-m+b}}. \quad (5.32)$$

Liegt der empirische Wert der Testgröße unterhalb dem des Quantils, so kann die Nullhypothese nicht widerlegt werden. Andernfalls wird sie verworfen und die Alternativhypothese H_A wird angenommen.

5.3 Algorithmen zur deformationsanalytischen Untersuchung

Das Detektionsverfahren soll unbewegte Punkte detektieren. Das Ergebnis des bisher vorgestellten Verfahrens lässt jedoch zunächst nur eine Aussage darüber zu, ob das Höhennetz in seiner Gesamtheit bzgl. der verwendeten Epochen ident ist. Da sich das vorliegende Gebiet aber über mehrere hundert Kilometer erstrecken kann, ist es sehr wahrscheinlich, dass sich nur einzelne Punktgruppen in einem bestimmten Teilgebiet oder gar nur einzelne Punkte bewegt haben. Folglich muss ein Algorithmus entwickelt werden, der sowohl Ausgleichung, als auch Hypothesentest nach ausgewählten Kriterien mehrfach durchläuft, wobei jeweils nur bestimmte Punkte oder Punktgruppen hinzugezogen werden. Dadurch lässt sich eine Deformation zusätzlich auch lokalisieren. Die Effizienz und die Qualität des Ergebnisses sollen für den Algorithmus anhand einer Simulation untersucht werden, die mit einer festen Anzahl von Punkten generiert wird.

In dieser wurde ein Höhennetz aus acht Punkten generiert, für welches zwei als unabhängig anzunehmende Epochen erzeugt wurden. Zur Vereinfachung ist die Annahme getroffen worden, dass das Netz in der Wiederholungszeitspanne beider Epochen die gleiche Konfiguration aufweist. In der Praxis ist diese Annahme nicht gegeben, da die Höheninformation an unterschiedlichen Stellen von Interesse ist und das Höhennetz somit flächenmäßig fortgeführt wird. Eine mögliche Ursache könnte sein, dass ein Bergbauegebiet ausgedehnt wird. Die in der Simulation verwendete Konfiguration ist inklusive Lagerung der folgenden Graphik zu entnehmen.

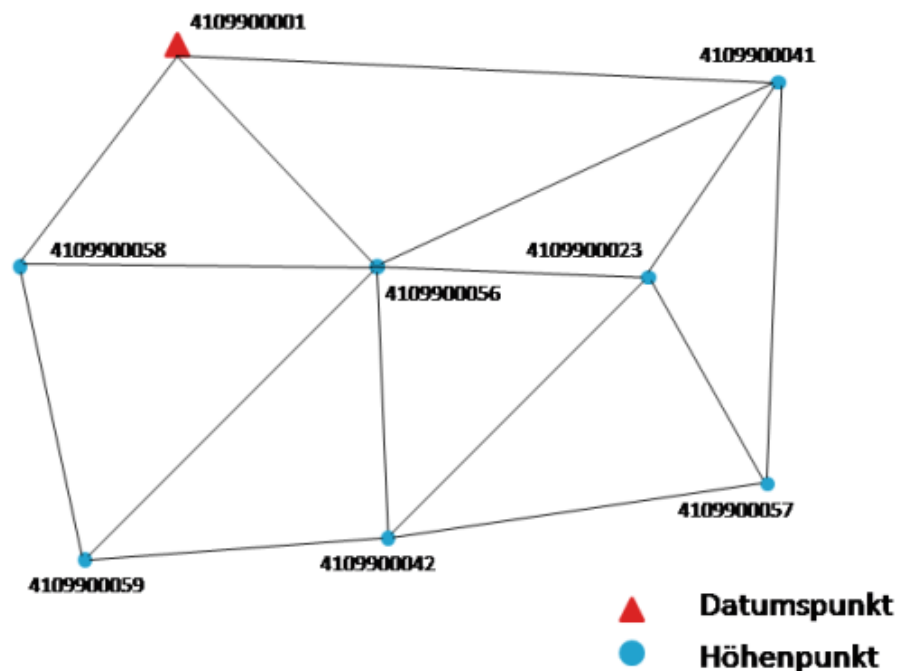


Abbildung 5.1: Höhennetz der Programmsimulation

Um zwei Messepochen zu generieren, werden Beobachtungen jeweils mit einem zufälligen Rauschen (engl. Noise) im Millimeterbereich versehen. Auf diese generierten Beobachtungen wird nun zunächst das beschriebene Verfahren ohne Abänderung angewandt. Dabei kann die zur Aussage der Deformationsuntersuchung herangezogene Nullhypothese im Test nicht widerlegt werden. Anschließend werden einzelne Beobachtungen mit Deformationen unterschiedlicher Größenordnung generiert, die sprunghafte Bewegungen der Erdoberfläche kennzeichnen sollen. Die Nullhypothese wird abgelehnt.

Der bisher beschriebene Testablauf liefert eine Aussage darüber, ob in dem getesteten Gebiet eine Deformation der Erdoberfläche stattgefunden hat. Zur Lokalisierung dieser Bewegungen müssen jeweils einzelne Beobachtungen, bzw. Beobachtungsgruppen eliminiert, bzw. zugefügt werden. Dies darf jedoch nicht in einer beliebigen Reihenfolge geschehen, sondern ist vielmehr an ausgewählte strenge Kriterien gebunden. Ein solches Kriterium kann beispielsweise durch den jeweils größten Eintrag in einem Vektor, bestehend aus dem Betrag der Parameterzuschläge $\widehat{\Delta \mathbf{x}}$ oder der Residuen \mathbf{r} , definiert sein. Besser wären sogar noch die mit der Standardabweichung normierten Residuen $\frac{\mathbf{r}}{\sigma_r}$. Diese Skalierung der Residuen ist deshalb sinnvoll, da die Residuen auch durch die Netzkonfiguration schlecht bestimmt sein können und der Algorithmus ohne die Skalierung möglicherweise die falschen Punkte aus der Testmenge entfernt.

Bei einer Datenmenge, wie sie bei einem Leitnivellement gegeben ist, könnte ein solches Verfahren im Bezug auf die Rechenzeit an Effektivität verlieren, da eine deutlich zu hohe asymptotische Komplexität erwartet wird. Gleichzeitig soll eine möglichst gute Qualität der Ergebnisse gewährleistet sein, d.h. die maximale Anzahl bewegter Punkte soll auch tatsächlich gefunden werden. Eine Abhilfe dieser Problematik soll durch mögliche Variationen der angewendeten Szenarien gegeben werden. Diese sind im Folgenden zusammengefasst.

Basisalgorithmus:

Ausgangspunkt bei diesem Verfahren ist ein Hypothesentest unter Berücksichtigung nur eines Einzelpunktes. Anschließend werden dann nacheinander einzelne Punkte hinzugefügt und ein erneuter Test durchgeführt. Dieser Ablauf wird rekursiv fortgesetzt. Sind alle Punkte berücksichtigt, erfolgt analog zu diesem Szenario eine weitere Testreihe, bei der jedoch von einem anderen Ausgangspunkt gestartet wird. Folglich wird insgesamt jede denkbare Kombination von Punkten und Punktgruppen jeweils getestet. Dadurch kann analysiert werden, bei welchen Punkten oder Punktgruppen überhaupt Deformationen auftreten, bzw. welche Punkte sich nicht bewegt haben. Das Problem dieses Verfahrens ist neben der langen Laufzeit des Programms die Gewährleistung einer übersichtigen Darstellungsform.

Algorithmus 2:

Dieser Algorithmus basiert auf der Idee, dass zunächst ein Hypothesentest unter Berücksichtigung aller Punkte durchgeführt wird und von diesem ausgehend immer jeweils ein Punkt eliminiert wird, bevor erneut getestet wird. Der Algorithmus ist solange fortzusetzen, bis der Hypothesentest nicht mehr widerlegt werden kann. Dabei muss die Elimination der Punkte jedoch nach einem ausgewählten Kriterium erfolgen und darf keineswegs beliebig praktiziert werden. Die identen Punkte wären hierbei die Punkte, die sich bei Annahme der Nullhypothese in der Liste der verwendeten Punkte befinden.

Algorithmus 3:

Diese Variante sei der Umkehrfall des im zweiten Algorithmus beschriebenen Vorgangs. Ausgehend von einem einzelnen Punkt wird nacheinander je ein Punkt der „Testmenge“ zugefügt, bis die Alternativhypothese angenommen wird. Die Hinzunahme von Punkten soll dabei zunächst in beliebiger Reihenfolge stattfinden. Kann die Nullhypothese nicht angenommen werden, wird ein nach einem festgelegten Kriterium ausgewählter Punkt wieder aus der „Testmenge“ entfernt. Die größte Punktmenge, deren Nullhypothese nach dem Durchlaufen aller Punkte nicht widerlegt werden kann, beinhaltet dann die Punktidentitäten.

Algorithmus 4:

Algorithmus 2 wird insofern variiert, dass anstelle eines einzelnen Punktes jeweils eine Punktgruppe bis zur Annahme des Testes eliminiert wird. Der Vorteil liegt in der Möglichkeit, mehrere Punkte gemeinsam zu eliminieren und damit an Laufzeit einzusparen. Problematisch wird der Fall, wenn Punkte in einer bereits abgelehnten Gruppe eliminiert werden, obgleich sie nicht unmittelbar zur Deformation beitragen.

Eine Abhilfe könnte eine Rückverfolgbarkeit der eliminierten Punkte innerhalb einer Gruppe liefern, nach der einzelne Punkte dieser Gruppe nacheinander wieder zur „Testmenge“ hinzugefügt werden, bis eine Ablehnung der Nullhypothese erfolgt. Zur Hinzunahme von Einzelpunkten ist auch hier wieder ein ausgewähltes Kriterium notwendig. Im Vergleich mit der zu Beginn vorgestellten Variante bleibt das

Problem der Betrachtung einzelner Punkte zwar erhalten, wird aber „vom Großen ins Kleine“ reduziert.

Algorithmus 5:

Diese Methode ist eine Kombination mehrerer vorgestellter Algorithmen. Ausgehend von einer Punktgruppe mit festgelegter Punktanzahl wird ein Hypothesentest durchgeführt. Solange dieser nicht widerlegt werden kann, werden jeweils weitere Punktgruppen hinzugenommen und ein erneuter Test durchgeführt. Sobald die Nullhypothese abgelehnt und damit die Alternativhypothese angenommen wird, werden einzelne Punkte, analog zu Verfahren 3, wieder entfernt. Auch hier erfolgt die Auswahl nach strengen Kriterien. Dieser Vorgang wird solange fortgesetzt, bis die Nullhypothese nicht mehr widerlegt wird. Der Algorithmus ist dann beendet, wenn alle Punkte durchlaufen worden sind. Die größte Punktmenge, deren Nullhypothese nach dem Durchlaufen aller Punkte nicht widerlegt werden kann, beinhaltet analog zu Algorithmus 3 die identen Punkte.

Der sich hieraus zusätzlich ergebende Vorteil liegt in der Annahme, dass bei einer deformationsanalytischen Untersuchung die Überzahl der Punkte nicht bewegt sind und dieser Algorithmus folglich in effektiverer Form an die gewünschten Ergebnisse gelangen sollte.

5.4 Analyse der unterschiedlichen Algorithmen

In der Simulation wurden alle Algorithmen programmiert und mit allen Punkten durchlaufen. Dadurch soll das effektivste und gleichzeitig die brauchbarsten Ergebnisse liefernde Verfahren erkannt werden. Als Einfüge- oder Eliminationskriterium dient jeweils das betragliche Maximum der Residuen r . Zur Begründung dieser Entscheidung sei auf Kapitel 6.3 verwiesen.

Der Basisalgorithmus liefert die Erkenntnis, dass die Reihenfolge der Punktzufuhr, die wie oben beschrieben zunächst als beliebig anzunehmen ist, solange keine Auswirkungen auf das Ergebnis des Hypothesentests hat, bis ein deformierter Punkt sich in dieser Punktmenge befindet. Später stellte sich heraus, dass diese Erkenntnis bei dichteren Netzen und einer höheren Punktmenge insofern abgeändert werden musste, dass die Einfügereihenfolge der Punkte auch dann Auswirkungen auf den Testausgang hat, wenn bestimmte Punkte stark mit den deformierten Punkten korreliert sind. Jedoch kann von dieser Ausnahme abgesehen werden, da die betroffenen Punkte i.d.R. ohnehin nicht zu den identisch zählenden Punkten angenommen werden können. Trotz dieses Ergebnisses ist dieser Algorithmus für das Detektionsverfahren ungeeignet. Die Gründe dafür sind zum einen ein hoher Speicheraufwand sowie eine mit der Punktzahl zunehmend schlechter werdende Übersichtlichkeit in der Darstellung. Zum anderen ist die Laufzeit über die Fakultätsfunktion von der Anzahl der Kombinationen abhängig, wodurch es bei Datensätzen des gesamten Ruhrgebietes nicht mehr anwendbar ist. Dennoch kommt diesem Algorithmus neben der wichtigen Erkenntnis über die Einfügereihenfolge zusätzlich die Funktion als Referenz zu Gute, mit der die Ergebnisse der Hypothesentests aus anderen Verfahren mit der Kenntnis über die verwendeten Punkte kontrolliert werden können.

Nach Durchführung und Analyse der unterschiedlichen Algorithmen ist festzuhalten, dass sich die Szenarien aus Algorithmus 2 und vor allem Algorithmus 4, bei dem vergleichsweise auch die Laufzeit nicht optimal umgesetzt werden konnte, in den Ergebnissen an mancher Stelle als weniger geeignet erwiesen. Möglicherweise könnten beide Verfahren durch die Wahl eines anderen Einfüge- bzw. Eliminationskriteriums optimiert werden.

Die Algorithmen 3 und 5, bei denen der Testaufbau bis auf die Anzahl der gleichzeitig hinzugefügten Punkte ähnlich ist, liefern mit der Referenz- oder Prüfmethode übereinstimmende Ergebnisse. Durch zusätzliche überwiegend laufzeitbedingte Vorteile wird abschließend die dritte Methode in das Detektionsverfahren eingegliedert. Als eine pro Durchlauf zur Testmenge hinzugefügte geeignete Punktzahl stellte sich die Anzahl von zehn Punkten als sinnvoll heraus. Diese ist zwar variabel einsetzbar, spielt aber weniger für das Ergebnis der Hypothesentests, als vielmehr für die erwartete Laufzeit eine Rolle.

Damit erhalten wir ein Verfahren, welches nicht nur die Gesamtdeformation eines Netzes aufdeckt, sondern auch die bewegten Punkte und Punktidentitäten lokalisiert.

6. Auswertung und Analyse

6.1 Einleitung

Mit dem in Kapitel 5 beschriebenen Detektionsverfahren können nun die im Zweijahres-Turnus durchgeführten Leitnivellements der GEOBasis NRW im Ruhrgebiet analysiert werden. Untersucht werden im Folgenden aus vier Epochen entnommene Datensätze der Jahre 2002, 2004, 2006 und 2008. Das Ziel liegt in der Detektion von identen Punkten, die sich in diesem Zeitraum von sechs Jahren nicht bewegt haben. Da möglicherweise jedoch auch eine Auskunft über Punkte oder Punktgruppen, die sich in einem zeitlichen Intervall von mehreren Jahren nicht bewegt haben oder die sich zwar einmal signifikant bewegt haben, ansonsten jedoch vor und nach dieser Veränderung keine weitere Deformation aufweisen können, von Interesse sein können, werden einzelne Epochengruppen auch jeweils separat betrachtet.

6.2 Darstellung der Ergebnisse

Das Detektionsverfahren wird zunächst auf die Messergebnisse über das gesamte vorliegende Zeitintervall von sechs Jahren (2002 bis 2008) angewandt. Als Datumspunkt wird der bei Essen-Stoppenberg im südlichen Teil des Ruhrgebietes liegende Punkt mit der Kennziffer 4508900382 verwendet. Für die Entscheidung zur Wahl des Datumspunktes sei auf Kapitel 6.3 verwiesen. Des Weiteren sei das für den Hypothesentest benötigte Signifikanzniveau mit $1 - \alpha = 95\%$ festgelegt.

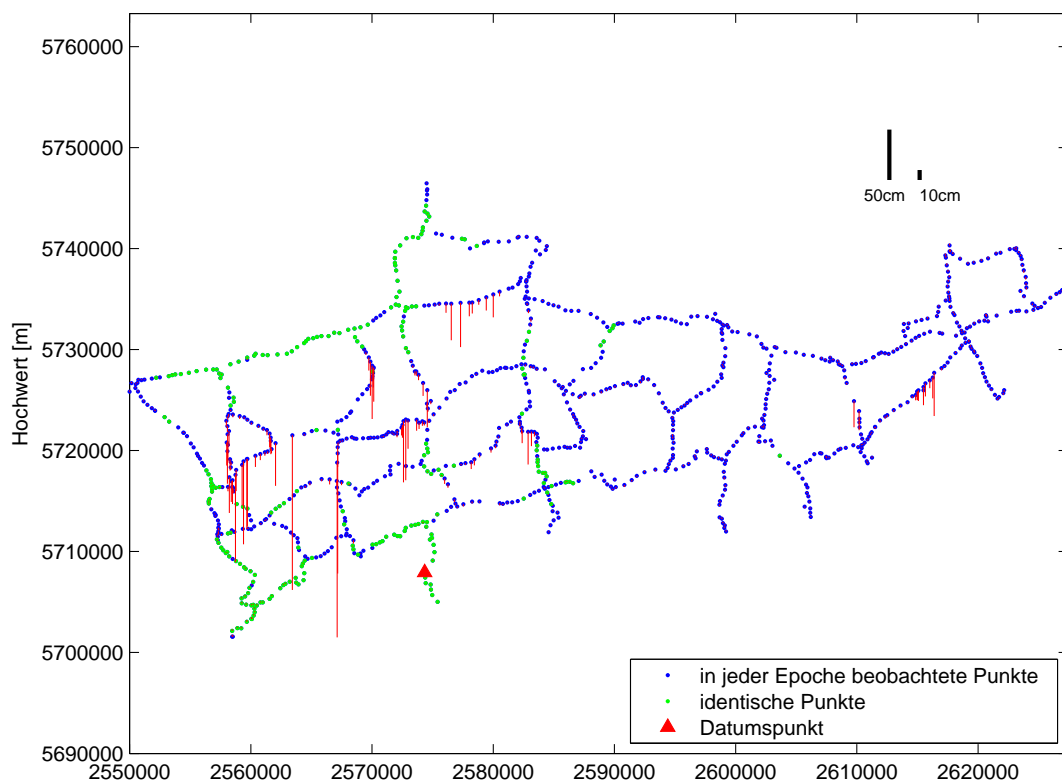


Abbildung 6.1: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
Epochen: 2002-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$,
Anzahl identischer Punkte: 238

Das Ergebnis des beschriebenen Szenarios ist in Grafik 6.1 dargestellt. Darin sind alle Punktnummern, die in jeder Epoche beobachtet wurden, blau abgebildet. Diese sind zu unterscheiden von den identischen Punkten

in grüner Darstellungsform und dem jeweils verwendeten Datumspunkt in der Ausführung als rot gefärbtes Dreieck. Daneben sind die Parameterzuschläge der Punktnummern zu der gewählten Referenzeпоchen in Form von rot hervorgehobenen Balken eingezeichnet. Die Länge der Balken sei durch das betragliche Maximum der Zuschläge jeder Epoche gegeben. Zur besseren grafischen Darlegung werden diese Höhenzuschläge mit einem konstanten Faktor 10.000 multipliziert.

Von den insgesamt 1060 Punkten, die in allen Epochen beobachtet wurden, konnten 238 identische Punkte auffindig gemacht werden. Wird in einem zweiten Suchdurchlauf das Signifikanzniveau $1 - \alpha$ von 95% auf 99% geändert, wird der Hypothesentest weniger sensitiv und es werden folglich 310 identische Punkte detektiert. Das Ergebnis ist in Grafik 6.2 dargestellt. Eine detaillierte Erläuterung zur Abhängigkeit des Ergebnisses vom gewählten Signifikanzniveau ist in Kapitel 6.3 gegeben.

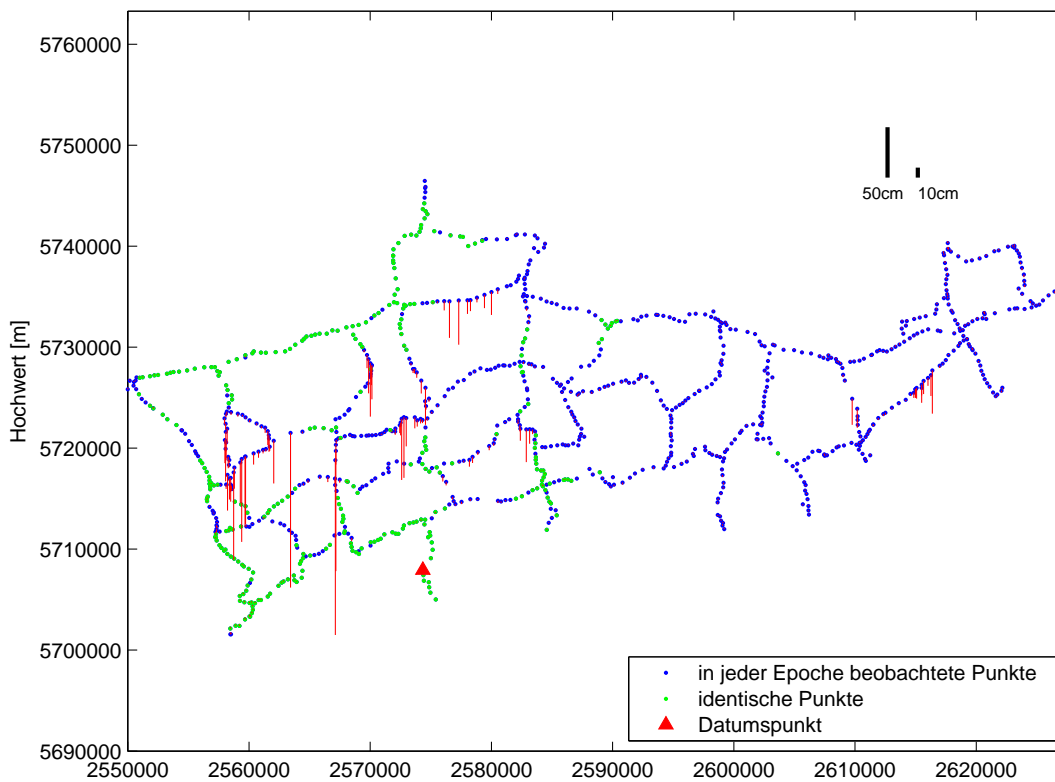


Abbildung 6.2: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
Epochen: 2002-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.99\%$,
Anzahl identischer Punkte: 310

Um anschließend eine Auskunft darüber zu erhalten, wann sich die nicht-identischen Punkte bewegt haben, werden im Folgenden die Epochenanzahl und damit das betrachtete Zeitintervall der Beobachtungen verkleinert. Dies sei explizit für die drei aktuellsten Nivellementergebnisse der Jahre 2004-2008 in Grafik 6.3 visualisiert. Es werden bei einem Signifikanzniveau $1 - \alpha = 95\%$ von 1205 gemeinsamen Punkten in allen Epochen 532 identische Punkte gefunden, was im Vergleich zur Betrachtung des vollständigen Zeitintervalls auf eine Deformation in bestimmten Gebieten zwischen den Jahren 2002 und 2004 schließen lässt. Das Verfahren liefert auch in dieser Anordnung bei einem Signifikanzniveau $1 - \alpha = 99\%$ mit 587 Punkten mehr Punktidentitäten als zuvor (vgl. Grafik 6.4).

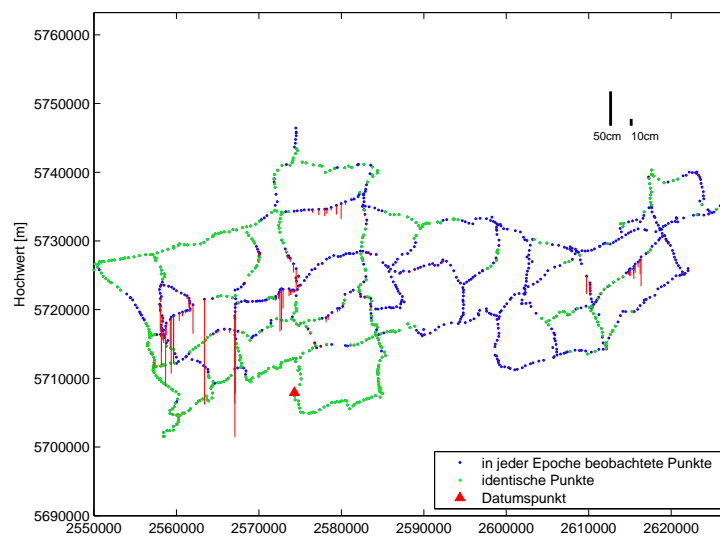


Abbildung 6.3: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
 Epochen: 2004-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$,
 Anzahl identischer Punkte: 532

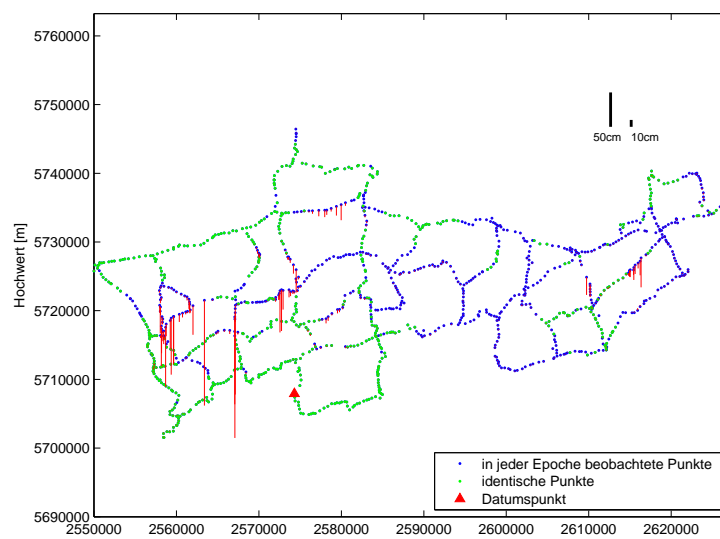


Abbildung 6.4: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
 Epochen: 2004-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.99\%$,
 Anzahl identischer Punkte: 587

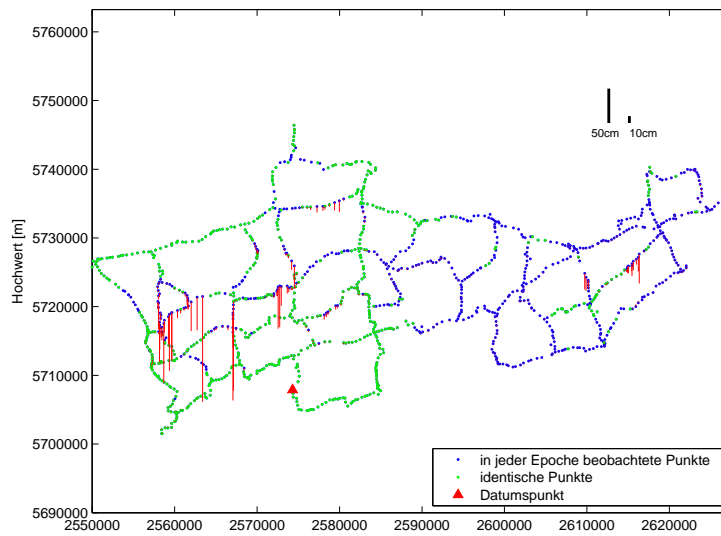


Abbildung 6.5: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
 Epochen: 2004-2006, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$,
 Anzahl identischer Punkte: 619

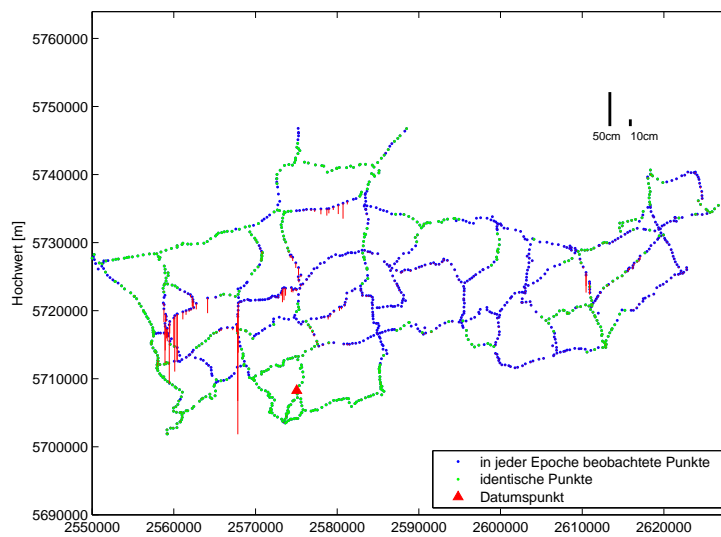


Abbildung 6.6: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
 Epochen: 2006-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$,
 Anzahl identischer Punkte: 599

Abschließend wird das zuletzt betrachtete Zeitintervall erneut so unterteilt, dass jeweils Zwei-Epochen-Gruppen der Jahre 2004-2006 und 2006-2008 untersucht werden. Für beide Gruppen werden jeweils ungefähr 600 identische Punkte detektiert (Gruppe 2004-2006: 619 Punkte, Gruppe 2006-2008: 599 Punkte).

Die Annahme, dass bei Verwendung von sensitiveren Hypothesentests mit Signifikanzniveau $1 - \alpha = 99\%$ die Zahl der identischen Punkte steigt, bestätigt sich auch für die Anwendung des Verfahrens auf kleinere Epochenanzahlen.

Zwischen diesen Zwei-Epochen-Gruppen sei zusätzlich eine Abbildung mit einer Kennzeichnung der hinzugekommenen deformierten Punkte, d.h. der Punkte, die zwischen 2004 und 2006 als identisch gefunden wurden, aber anschließend zwischen 2006 und 2008 einer Deformation unterlagen (vgl. Grafik 6.7), gegeben.

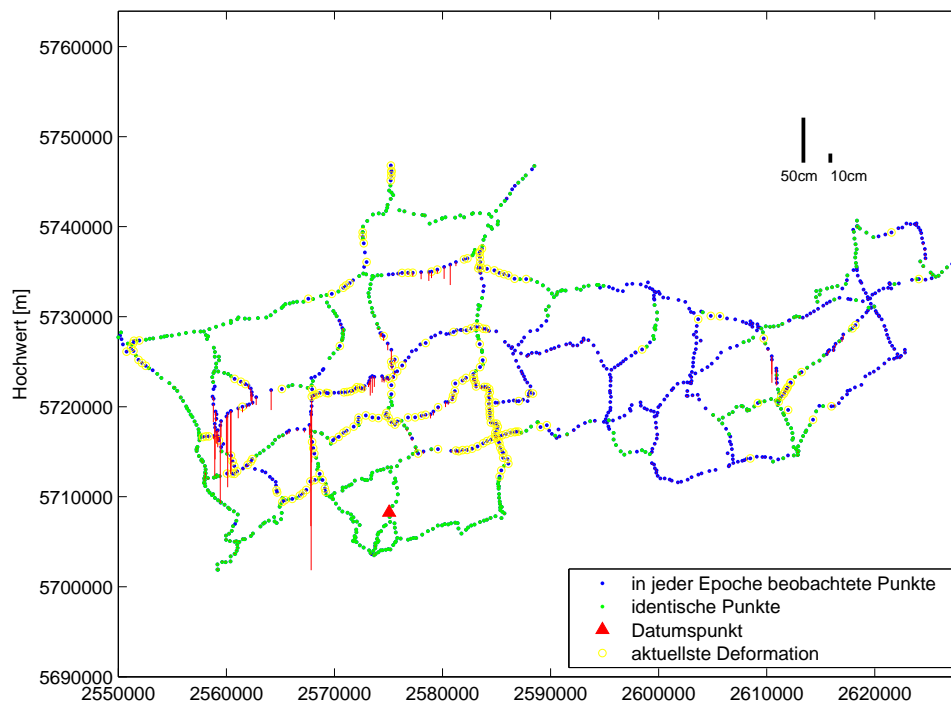


Abbildung 6.7: Darstellung von Veränderungen der Punktidentitäten und bewegten Punkte
Epochen 2006-2008 inkl. der aktuellsten deformierten Punkte, Datumspunkt: 4508900382,
Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 599

Aus den Abbildungen 6.3 bis 6.6 ist ersichtlich, dass die gekennzeichneten deformierten und identischen Punkte übereinstimmen. Dabei ist die Anzahl der identischen Punkte der Zwei-Epochen-Gruppen im Vergleich zur Untersuchung dieses Zeitintervalls en bloc nur unwesentlich größer (etwa 70-80 Punkte, vgl. Tabelle 6.1). Im Umkehrschluss lässt diese Erkenntnis darauf schließen, dass die bewegten Punkte in ihrer Anzahl auch nur um einen Wert ähnlicher Größenordnung gewachsen sind und vielmehr anhand der Höhenzuschläge ein Anstieg der Beträge der bereits deformierten Punkte ersichtlich wird. Des Weiteren erlauben diese Ergebnisse die Annahme, dass die flächenmäßig größten Deformationen zwischen 2002 und 2004 stattgefunden haben müssen. Dies folgt unmittelbar aus der stark sinkenden Anzahl der detektierten identischen Punkte für die deformationsanalytische Untersuchung im vorliegenden Gesamtintervall im Gegensatz zu den Ergebnissen der Epochen 2004, 2006 und 2008 (238 zu 532 identische Punkte für ein Signifikanzniveau von $1 - \alpha = 95\%$). Diese Annahmen werden im Folgenden genauer untersucht.

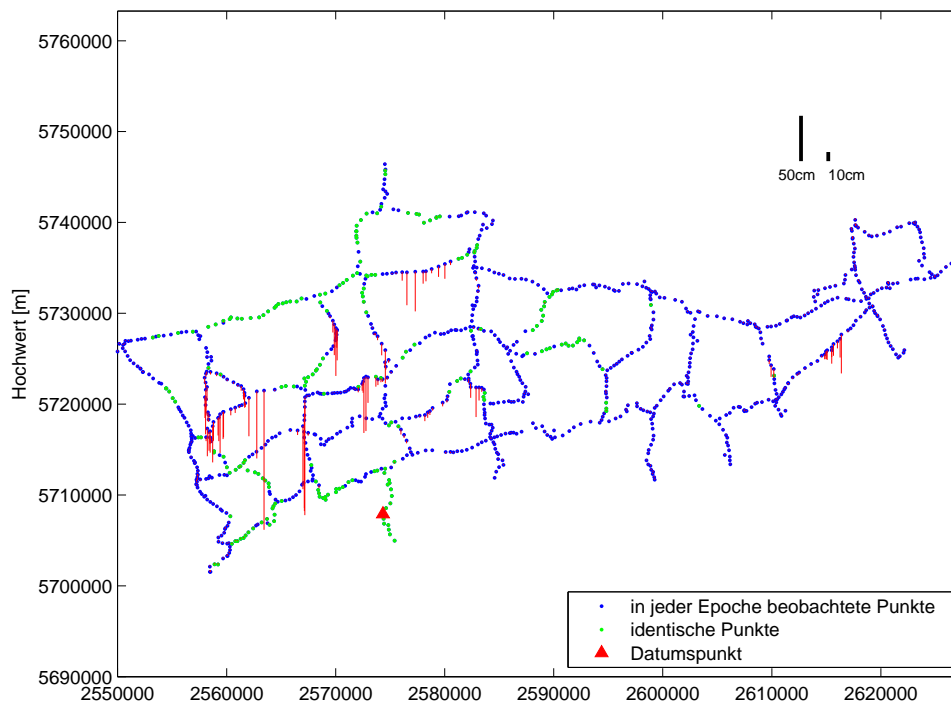


Abbildung 6.8: Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation
 Epochen: 2002-2004, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$,
 Anzahl identischer Punkte: 240

Die in Grafik 6.8 dargelegten Ergebnisse liefern lediglich 240 identische Punkte von 1100 in beiden Epochen vorliegenden Punkten. Die Zahl der hier gefundenen identischen Punkte ist hier kleiner, als die der Punktidentitäten im gesamten Betrachtungsraum. Eine Ursache könnte sein, dass die flächenmäßige Übereinstimmung des Netzes der gesamten sechs Jahre stark vom Netzaufbau dieser Epochen abhängt, da die gefundenen gemeinsamen Punkte aller Epochen bei Vernachlässigung des Zeitraums zwischen 2002 und 2004 stark zunehmen würden (1060 zu 1205 Punkte).

Für die Analyse der großen Unterschiede in der Anzahl der gefundenen Punktidentitäten zwischen 2002 und 2004 im Vergleich zum Zeitraum zwischen 2004 und 2008 sind in Grafik 6.9 zusätzlich die Deformationen von genau den Punkten in gelb gekennzeichnet, die zwischen 2002 und 2004 noch unbewegt waren und sich anschließend (in den Epochen 2004-2008) bewegt haben. Die Anzahl dieser Punkte beschränkt sich auf 241 Punkte.

Wird dieser Versuch theoretisch umgekehrt, d.h. werden die Punkt gekennzeichnet, die sich zwischen 2002 und 2004 bewegt haben, aber in den nachfolgenden Jahren keiner Deformation mehr unterlagen, ist die Anzahl der bewegten Punkte in der Grafik von Epoche 2002 und 2004 im Vergleich zu den nachfolgenden Epochen deutlich größer (vgl. Grafik 6.10).

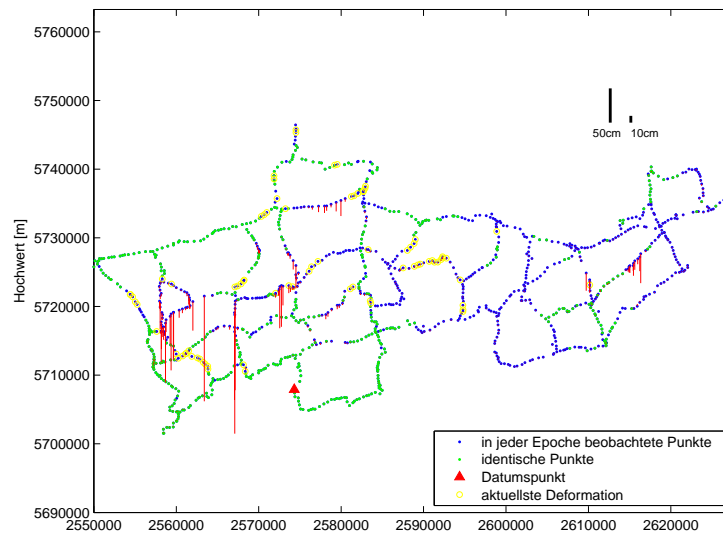


Abbildung 6.9: Darstellung von Veränderungen der Punktidentitäten und bewegten Punkte Epochen 2002-2004 im Vergleich zu den nachfolgenden Epochen 2004-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 532

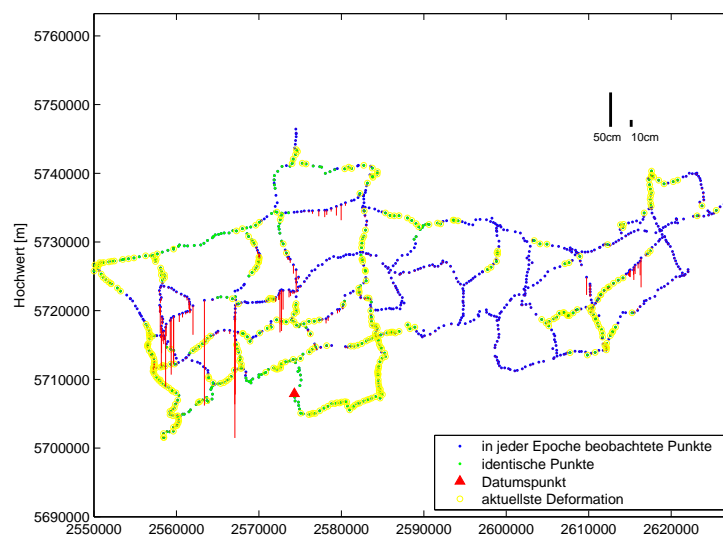


Abbildung 6.10: Darstellung von Veränderungen der Punktidentitäten und bewegten Punkte Epochen 2004-2008 im Vergleich zu den vorhergegangenen Epochen 2002-2004, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 240

Auch wenn die Deformationen teilweise betragslich klein sind, kann die Annahme der flächenmäßig auftretenden Deformation im gesamten Gebiet bestätigt werden. Die an dieser Stelle erhaltenen Ergebnisse spiegeln sowohl die Anzahl, als auch die Lokalisierung der detektierten identischen Punkte des Gesamtzeitintervalls wieder.

Das Detektionsverfahren ermöglicht demzufolge eine Aufdeckung bewegter Punkte und eine Abtrennung dieser von den Punktidentitäten, sowie eine auf analytischen Untersuchungen einzelner kürzerer Zeitintervalle basierende Aussage über den Zeitpunkt der Deformation.

Eine zusammenfassende Darstellung der Ergebnisse ist in folgender Tabelle aufgeführt.

Zeitraum	Datumspunkt	Signifikanzniveau	Gemeinsame Punkte aller Epochen	Anzahl identischer Punkte
2002-2008	4508900382	$1 - \alpha = 95\%$	1060	238
2002-2008	4508900382	$1 - \alpha = 99\%$	1060	310
2004-2008	4508900382	$1 - \alpha = 95\%$	1205	532
2004-2008	4508900382	$1 - \alpha = 99\%$	1205	587
2002-2004	4508900382	$1 - \alpha = 95\%$	1110	240
2004-2006	4508900382	$1 - \alpha = 95\%$	1235	619
2006-2008	4508900382	$1 - \alpha = 95\%$	1307	599
2006-2008	4508900382	$1 - \alpha = 99\%$	1307	617

Tabelle 6.1: Ergebnisse des Detektionsverfahrens

Neben der grafischen Darlegung liefert das Detektionsverfahren drei Dateien mit der Punktklassifizierung und den Ergebnissen der Hypothesentests.

```
01-Aug-2010 19:20:41 Ergebnis/Punktklassifizierung_0608_95_01Aug10_1920.txt
    Datumspunkt:    4508900382
    Signifikanzniveau: 95%
    Epochen:       2006-2008

Epochen mit Parameterzuschlägen

4208900022    -0.00749656    4208900003    -0.13241436
4208900024    -0.02179934    4208900004    -0.04502984
4208900003    -0.02352865    4208900029    -0.07059423
4208900004    -0.03026397    4208900005    -0.10016526
4208900029    -0.04999601    4208900006    -0.07103478
4208900005    -0.06447258    4208900031    -0.02668597
4208900006    -0.07917869    4208900025    -0.01289873
4208900031    -0.03801346    4208900008    -0.00623394
4208900025    -0.02243892    4208900028    -0.00395074
4208900008    -0.01319224    4208900009    -0.00147235
4208900028    -0.01148232    4208900021    -0.00135735
4208900009    -0.00794422    4208900033    +0.00173765
4208900021    -0.00669777    4208900019    -0.00007289
```

Abbildung 6.11: Ausschnitt der Ausgabedatei zur Punktklassifizierung: pro Epoche sind die Punktkennziffer sowie der Zuschlag zur Referenzepeche dargestellt

Die Punktklassifizierung gibt dabei Auskunft über die Kennzeichen der Punkte pro Epoche inklusive derer ebenfalls visualisierten Höhenzuschläge. Zusätzlich wird eine Datei mit den in allen Epochen vorliegenden Punkten und den Punktidentitäten ausgegeben. Die Grafiken 6.11 und 6.12 liefern ein Beispiel zum Aufbau dieser Dateien für ein Zeitintervall zwischen 2006 und 2008. Die zweite Datei gibt den Verlauf der Hypothesentests nach Hinzunahme oder Elimination von Punktgruppen oder Einzelpunkten inklusive der Testgröße, dem Quantil und dem p-Wert wieder. Im Folgenden sei ein Ausschnitt dieser Datei für zwei Epochen (2004 und 2006) unter Hinzunahme von jeweils 10 Punkten, sowie Elimination von jeweils einem Punkt bei Ablehnung der Nullhypothese dargestellt.

```

01-Aug-2010 19:20:41 Ergebnis/Punktklassifizierung_0608_95_01Aug10_1920.txt
      Datumspunkt:      4508900382
Signifikanzniveau:      95%
      Epochen:         2006-2008

gemeinsame Punkte idente Punkte

4208900009      4208900131
4208900011      4208900132
4208900013      4208900135
4208900015      4208900136
4208900019      4208900137
4208900021      4208900139
4208900022      4208900141
4208900024      4208900142
4208900025      4208900143
4208900026      4208900146
4208900027      4208900148

```

Abbildung 6.12: Ausschnitt der Ausgabedatei mit den gefundenen identen Punkten

```

01-Aug-2010 19:39:24 Ergebnis/Testergebnisse_0406_95_01Aug10_1939.txt
      Datumspunkt:      4508900382
Signifikanzniveau:      95%
      Epochen:         2004-2006

=====

Hinzugefügte Punktnummern
4207900004
4207900044
4207900047
4207900048
4207900049
4207900051
4207900054
4207900056
4207900061
4207900068

Testergebnis: >>> Nullhypothese kann nicht wiederlegt werden! <<<
      Testgröße Quantilwert      p-wert
0.7329718223 1.9898599642 0.7815285896

=====

Hinzugefügte Punktnummern
4208900003
4208900004
4208900005
4208900006
4208900008
4208900009
4208900011
4208900013
4208900015
4208900019

Testergebnis: >>> Nullhypothese verwerfen, Alternativhypothese angenommen <<<
      Testgröße Quantilwert      p-wert
7.3347126874 1.8451635402 0.0000767294

Entfernte Punktnummern
4208900005

Testergebnis: >>> Nullhypothese kann nicht wiederlegt werden! <<<
      Testgröße Quantilwert      p-wert
1.2571373575 1.8574150915 0.3298037468

=====

```

Abbildung 6.13: Ausschnitt der Ausgabedatei zu den Ergebnissen der Hypothesentests

6.3 Ergebnisdiskussion und Analyse

Mit dem vorgestellten Detektionsverfahren ist es möglich, Deformationen zu erkennen und in einem Zeitraum unveränderte Punkte von bewegten Punkten zu differenzieren. Das Verfahren liefert dabei die Anzahl der festen Punkte sowie eine Lokalisierung der Punktidentitäten. Zudem ist, wie in Kapitel 6.2 erläutert, bedingt eine Aussage über den Zeitpunkt der Deformation möglich. Die erhaltenen Ergebnisse (siehe u.a. Kapitel 6.2) lassen sich zum einen dadurch kontrollieren, dass die als unbewegt gekennzeichneteten Punktidentitäten sehr geringe Parameterzuschläge zur Referenzepoche aufweisen. Daneben konnte die Veränderung, vor allem die zwischen den Epochen 2006 und 2008, mit Ergebnissen der GEOBasis NRW verglichen werden. Problematisch war die unterschiedliche Datumsfestlegung, die in diesem Verfahren durch eine freie Ausgleichung mit eindeutiger Lagerung realisiert ist, während das Auswerteprogramm LINIV8 der GEOBasisNRW eine Auftransformierung auf mehrere ausgewählte Datumspunkte durchgeführt. Dennoch konnten die Ergebnisse mit der Unterscheidung in bewegte und feste Punkte und Gebiete bestätigt werden.

Mit Hilfe des vorliegenden Datenmaterials des Leitnivellements über einen Zeitraum von sechs Jahren wurden auf unterschiedlichen Annahmen basierende Szenarien getestet, die sich überwiegend in der Wahl von Datumspunkt und Referenzepoche sowie der Festlegung des Signifikanzniveaus unterschieden. Zunächst wird dazu die Suche nach einer geeigneten Referenzepoche diskutiert.

Dazu wurde bei gleichbleibenden Bedingungen, d.h. ein gleiches Signifikanzniveau und einen zur Deformationsanalyse herangezogenen Zeitraum, jeweils die Referenzepoche variiert. Unter diesen Umständen werden vom Detektionsverfahren jedoch jeweils die gleichen Punktidentitäten gefunden. Demnach ist auf eine Unabhängigkeit des Verfahrens zur Bezugsfläche zu schließen. Standardmäßig wird im Programm die zeitlich am weitesten zurückliegende Epoche als Bezugsepoche verwendet.

Als ein zweiter Parameter wird das Signifikanzniveau α verändert. Dazu werden jeweils die häufig verwendeten Werte $1 - \alpha = 95\%$ und $1 - \alpha = 99\%$ unterschieden. Die Ergebnisse zeigen unabhängig von der Anzahl der verwendeten Epochen bei $1 - \alpha = 99\%$ einen Anstieg der gefundenen Punktidentitäten im Vergleich zum standardmäßig im Programm festgelegten Signifikanzniveau $1 - \alpha = 95\%$. Diese Tatsache lässt sich damit erklären, dass sich die resultierende Irrtumswahrscheinlichkeit α verändert. Nach der Wahrscheinlichkeitsbeziehung

$$P(t > \mathcal{F}_{f_2, f_1, 1-\alpha} \| H_0) = \alpha \quad (6.1)$$

gilt, dass die maximal zulässige Wahrscheinlichkeit für irrtümliches Ablehnen einer eigentlich richtigen Nullhypothese $\alpha\%$ betragen darf (Fehler 1. Art). Anders formuliert gibt die Wahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ Auskunft über die Richtigkeit der Testaussage bei Gültigkeit der Nullhypothese.

Der Hypothesentest verliert durch die Wahl von $1 - \alpha = 99\%$ an Sensitivität, da der Annahmehereich zwangsläufig vergrößert wird und kleinere Abweichungen keine Rolle mehr spielen. Dadurch wächst die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art. Es wird genau dann von einem Fehler 2. Art gesprochen, wenn die Nullhypothese angenommen wird, obwohl sie falsch ist (vgl. NIEMEIER 2002). Dadurch kann eine unterschiedliche Anzahl der Punktidentitäten erklärt werden.

Das größte Problem stellt jedoch die Wahl des Datumspunktes dar. Das Detektionsverfahren soll zwar unabhängig von der Lagerung idente Punkte finden, jedoch lässt sich diese Abhängigkeit bei einer eindeutigen Lagerung nicht vollständig vermeiden. Es werden folglich genau dann falsche Ergebnisse erhalten, wenn das gesamte Höhennetz auf einen deformierten Punkt gelagert wird. Die Ursache dieser Abhängigkeit liegt in der Annahme von Messgenauigkeiten, die im Datumspunkt festgehalten werden. Damit sinkt die Punktgenauigkeit des betroffenen Punktes mit der Entfernung zum Datumspunkt. Eine Änderung in der Wahl der Lagerung ist jedoch nicht notwendig, da sich das Detektionsverfahren nur auf relative Referenzen und keinesfalls auf Absolutpunkthöhen bezieht.

Es sind also Vorinformationen über wahrscheinlich unveränderte Punktnummern notwendig. Um eine Abhilfe zu schaffen, werden beliebige Datumspunkte in unterschiedlicher Lage gewählt. Sinnvoll ist dabei beispielsweise je ein Datumspunkt in jeder Himmelsrichtung des Gebietes. Mit jedem dieser Punkte wird nun das Detektionsverfahren angewendet. Die Punkte, die bei allen Variationen als identisch gekennzeichnet werden, dienen als Grundlage für die tatsächliche Detektion von bewegten und festen Punkten. Der in Kapitel 6.2 ausgewählte Datumspunkt mit der Kennziffer 4508900382 wurde nach gleichem Prinzip ausfindig gemacht und

resultiert aus vorläufigen Detektionsmethoden mit den Datumspunkten 4108900114 im Norden, 4306900009 im Westen und 4313900193 in süd-östlicher Lage.

Die in Zusammenhang mit der Wahl des Datumspunktes behandelte Abhängigkeit des geodätischen Datums ist auch nicht unwesentlich für die Wahl des Kriteriums zur Elimination von Punkten nach Ablehnung des Hypothesentests. Die in Kapitel 5.3 vorgeschlagene Gewichtung eines Kriteriums (z.B. $\widehat{\Delta\mathbf{x}}$ oder \mathbf{r}) mit ihrer Standardabweichung erweist sich in der Anwendung als weniger geeignet. Die Standardabweichungen enthalten die Genauigkeiten, die gewissermaßen vom Datumspunkt abhängen können. Damit nimmt die Genauigkeit mit der Entfernung zwischen betrachtetem Punkt und Datumspunkt ab, wodurch ein Einfluss der Datumsinformation auf den Hypothesentest und damit auf das Ergebnis des Detektionsverfahrens deutlich wird. Zur Vermeidung dieser Problematik wurde auf die Wahl von \mathbf{r} als Auswahlkriterium zurückgegriffen. Die in Kapitel 6.2 dargelegten Ergebnisse unterliegen ebenfalls diesem Kriterium.

Durch die Kenntnis über identische Punkte verbessert sich zudem sowohl die Genauigkeit, als auch die Kontrollierbarkeit im Netz. Die Idee hinter dieser Aussage lässt sich bzgl. einer relativen Genauigkeitssteigerung damit begründen, dass die identen Punkte in einem Gesamtausgleich durch Mehrfachmessung häufiger beobachtet werden, als bei einem Einzelausgleich. Die Netzkontrollierbarkeit wird auch gesteigert, wenn mehrere Epochen beobachtet werden, während bestimmte Punkte identisch bleiben und damit besser kontrolliert sind.

6.4 Zusammenfassung

Die wichtigste aus den Ergebnissen ausgewählter Epochen ableitbare Erkenntnis liegt sicherlich darin, dass es durch das Detektionsverfahren ermöglicht wird, feste und bewegliche Punkte und Punktgruppen zu unterscheiden. Durch die grafische Unterstützung wird eine Lokalisierung nach Gauß-Krüger-Koordinaten ermöglicht, wodurch besonders kritische Gebiete sofort erkannt werden können. Zusätzlich ermöglicht das Detektionsverfahren eine bedingte Aussage darüber, in welchem Zeitintervall die Deformation tatsächlich stattgefunden hat. Die Entscheidung basiert dabei auf analytischen Untersuchungen einzelner kürzerer Zeitintervalle im Vergleich zum gesamten Betrachtungsraum.

7. Schlussbemerkung

7.1 Fazit

Die Notwendigkeit von Deformationsuntersuchungen ist speziell in Nordrhein-Westfalen aus Gründen der Berg- und Bodensenkung aufgrund anthropogener Einflussfaktoren unverkennbar. Diese Deformationen haben eine Auswirkung auf die Stabilität von Punkthöhen und fordern daher auch heute noch eine Durchführung von Leitnivellements innerhalb kurzer Zeitintervalle zum Aufbau und zur Erhaltung von Höhennetzen. Die Grundlagen geodätischer Höhennetze wurden ebenso wie die Bezugssysteme der unterschiedlichen Höhendefinitionen in Kapitel 3 ausführlich diskutiert. Eine bedeutende Rolle kommt in diesem Zusammenhang der Lagerungsproblematik (vgl. Kapitel 3.3) zu, da die Information von unbewegten Punkten für einen Anschluß an ein Höhennetz bei verschiedenen Messoperationen unverzichtbar sind.

Die Aufdeckung dieser identen Punkte ist Ziel dieser Arbeit, die zudem die Vorstellung eines Detektionsverfahrens (siehe Kapitel 5) beinhaltet. Dieses basiert auf einem Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen. Während in erster Stufe eine Einzelepochenauswertung mit freier Netzausgleichung und eindeutiger Lagerung realisiert wird, beinhaltet die zweite Stufe eine Rückführung auf eine Ausgleichung nach Bedingungen. In diesem Zusammenhang soll ein entwickelter Algorithmus in Abhängigkeit der Restriktionsgleichungen auf Basis von Hypothesentests (vgl. Kapitel 4.2) die Deformationen aus mehreren Epochen detektieren.

Das Verfahren wurde anhand von Nivellementbeobachtungen aus dem Leitnivellement der GEOBasis NRW getestet. Die erhaltenen Ergebnisse führen zur Erkenntnis, dass die vorgestellte Methode feste und bewegliche Punkte zu unterscheiden ermöglicht. Der dabei auftretenden Abhängigkeit vom Datumspunkt in eindeutiger Lagerung kann mit einer geschickten Strategie durch die vorläufige Anwendung des Verfahrens Abhilfe geschaffen werden (siehe Kapitel 6.3). Die detektierten Punkte können über ihre Gauß-Krüger-Koordinaten und einer unterstützenden grafischen Darstellungsform lokalisiert werden. Dies hat den Vorteil, dass stark deformierte Gebiete sofort ersichtlich werden. Zuletzt ermöglicht das vorgestellte Verfahren sowohl eine deformationsanalytische Untersuchung des vorliegenden gesamten Betrachtungszeitraums, als auch eine Auswahl bestimmter relevanter Epochen. Dadurch ist eine bedingte Aussage über ein Zeitintervall gegeben, in dem die Deformation stattgefunden hat. Daneben verbessern sich durch die Kenntnis über identische Punkte sowohl die Genauigkeit, als auch die Kontrollierbarkeit im Netz.

7.2 Ausblick

Mit den gewonnenen Ergebnissen des Detektionsverfahrens ist es möglich, durch die detektierten Punktidentitäten das bestmögliche Netz, in diesem Fall speziell das bestmögliche Festpunktnetz, über alle Punkte zu realisieren. Mögliche Varianten zur Umsetzung dieser Aussage können einerseits in der Auftransformation des Netzes auf die identen Punkte oder einem Zwangnetz liegen, bei dem der Zwang genau über die unbewegten Punkte erreicht wird. Andererseits wäre auch die Möglichkeit denkbar, die identischen Punkte, bzw. das Festpunktnetz, als Inputparameter für das Deutsche Gesamtnetz zu übergeben. Letzteres wäre sicherlich die sinnvollste Weiterentwicklung dieses Detektionsverfahrens.

A. Bezeichnungen

Realisierungen

\boldsymbol{x}	Realisierung der Parameter
$\Delta\boldsymbol{x}$	Realisierung der Parameterzuschläge
\boldsymbol{l}	Realisierung der Beobachtungen
$\Delta\boldsymbol{l}$	Realisierung der reduzierten Beobachtungen

Zufallsvariablen

$\boldsymbol{\mathcal{X}}$	Zufallsvektor der Parameter
$\Delta\boldsymbol{\mathcal{X}}$	Zufallsvektor der Parameterzuschläge
$\boldsymbol{\mathcal{L}}$	Zufallsvektor der Beobachtungen
$\Delta\boldsymbol{\mathcal{L}}$	Zufallsvektor der reduzierten Beobachtungen
$\boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\Sigma}\{\boldsymbol{\mathcal{L}}\}$	Kovarianzmatrix

Kennzeichnung von Schätzungen

$\tilde{\boldsymbol{x}}$	Kleinste Quadrate Schätzung
$\hat{\boldsymbol{x}}$	andere Schätzung

Matrizen und Vektoren

a	Skalar
\boldsymbol{a}	Vektor
\boldsymbol{A}	Matrix
\boldsymbol{A}^T	Transponierte einer Matrix

Wahrscheinlichkeitsverteilungen

χ_{f_1, f_2}^2	Chi-Quadrat-Verteilung für die Freiheitsgrade f_1 und f_2
F_{f_1, f_2}	Fisher-Verteilung für die Freiheitsgrade f_1 und f_2

Sonstiges

\boldsymbol{P}	Gewichtsmatrix
σ_0^2	a priori Varianzfaktor
s^2	Realisierung des Varianzfaktors

B. Verzeichnisse

Abbildungsverzeichnis

2.1	Leitnivellement im Ruhrgebiet, Epoche 2006	4
3.1	Geoid in mittlerer Meereshöhe durch den Datumspunkt D	8
3.2	Orthometrisches Höhensystem	10
3.3	Wegabhängigkeit des geometrischen Nivellements aufgrund nicht-paralleler Äquipotentialflächen	11
3.4	Normalhöhen	12
5.1	Höhennetz der Programmsimulation	23
6.1	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2002-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 238	27
6.2	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2002-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.99\%$, Anzahl identischer Punkte: 310	28
6.3	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2004-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 532	29
6.4	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2004-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.99\%$, Anzahl identischer Punkte: 587	29
6.5	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2004-2006, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 619	30
6.6	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2006-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 599	30
6.7	Darstellung von Veränderungen der Punktidentitäten und bewegten Punkte Epochen 2006-2008 inkl. der aktuellsten deformierten Punkte, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 599	31
6.8	Darstellung der Punktidentitäten und bewegten Punkte mit ihrem Betrag der Deformation Epochen: 2002-2004, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 240	32
6.9	Darstellung von Veränderungen der Punktidentitäten und bewegten Punkte Epochen 2002-2004 im Vergleich zu den nachfolgenden Epochen 2004-2008, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 532	33
6.10	Darstellung von Veränderungen der Punktidentitäten und bewegten Punkte Epochen 2004-2008 im Vergleich zu den vorhergegangenen Epochen 2002-2004, Datumspunkt: 4508900382, Signifikanzniveau: $\alpha = 0.95\%$, Anzahl identischer Punkte: 240	33
6.11	Ausschnitt der Ausgabedatei zur Punktclassifizierung: pro Epoche sind die Punktkennziffer sowie der Zuschlag zur Referenzepoche dargestellt	34
6.12	Ausschnitt der Ausgabedatei mit den gefundenen identen Punkten	35
6.13	Ausschnitt der Ausgabedatei zu den Ergebnissen der Hypothesentests	35

Tabellenverzeichnis

3.1	Klassifikation physikalisch definierter metrischer Höhen	9
3.2	Parameter des Bessel-Ellipsoids	13
5.1	Ausschnitt aus der Designmatrix \mathbf{A}	17
5.2	Ausschnitt aus der mit Bedingungen zur Behebung des Datumsdefektes gefüllten Matrix \mathbf{B} .	19
5.3	Ausschnitt der vorläufigen Matrix \mathbf{C} mit Restriktionsgleichungen	21
5.4	Ausschnitt der Matrix \mathbf{C} mit Restriktionsgleichungen	21
6.1	Ergebnisse des Detektionsverfahrens	34

Literatur

- BOJE, R., W. GSTIRNER, D. SCHULER und M. SPATA (2008) Leitnivellements in Bodenbewegungsgebieten des Bergbaus - eine langjährige Kernaufgabe der Landesvermessung in Nordrhein-Westfalen. *Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungswesen, Nordrhein-Westfalen*, 3:33–43.
- GLADE, T. & DIKAU, R. (2001) Gravitative Massenbewegung - vom Naturereignis zur Naturkatastrophe. *Petermanns Geographische Mitteilungen*, 145 (6):42–55.
- HOFMANN-WELLENHOF, B. und H. MORITZ (2005) *Physical Geodesy*. Springer Verlag.
- KOCH, K.R. (1976) Hypothesenprüfung für multivariable Ausgleichungen. *Mitteilung Institut für Theoretische Geodäsie, Universität Bonn*, 44.
- KREMERS, J. (1990) Deformationsanalyse der Erdoberfläche beim Landesvermessungsamt Nordrhein-Westfalen. *Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungswesen, Nordrhein-Westfalen*, 1:9–32.
- NIEMEIER, W. (1985A) Deformationsanalyse. *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*, 13:559–623.
- NIEMEIER, W. (1985B) Netzqualität und Optimierung. *Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung II*, 13:194–224.
- NIEMEIER, W. (2002) *Ausgleichsrechnung*. Walter de Gruyter, Berlin.
- SEARLE, S.R. (1971) *Linear models*. John Wiley and Sons, New York.
- TORGE, W. (1989) *Gravimetry*. de Gruyter, Berlin.
- WELSCH, W., O. HEUNECKE und H. KUHLMANN (2000) *Handbuch Ingenieurgeodäsie. Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.
- WITTE, B. und H. SCHMIDT (2006) *Vermessungskunde und Grundlagen der Statistik für das Bauwesen*. Herbert Wichmann Verlag, Heidelberg.