

Institut für Geodäsie und Geoinformation

---

Professur für Theoretische Geodäsie

3-D Phase Unwrapping Algorithmen zur Lösung  
der Phasenmehrdeutigkeiten  
in D-InSAR Stapeln

Masterarbeit

im Masterstudiengang Geodäsie und Geoinformation  
an der Hohen Landwirtschaftlichen Fakultät  
der Rheinischen Friedrich–Wilhelms–Universität  
zu Bonn

vorgelegt am 30. September 2014 von

Sebastian Walzog

aus Bad Driburg

Bonn 2014





Erster Prüfer: Prof. Dr. techn. W.-D. Schuh

Zweiter Prüfer: Dipl.-Ing. L. Roese-Koerner



**Masterarbeit Sebastian Walzog****Thema: 3-D Phase Unwrapping Algorithmen zur Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten in D-InSAR Stapeln**

Datenprodukte aus Radarmessungen mit synthetischer Apertur (SAR) finden heutzutage in vielen praktischen Bereichen, wie zum Beispiel bei der Entwicklung von digitalen Höhenmodellen, immer mehr Anwendung. Ein Grund hierfür ist die steigende Genauigkeit von satelliten- und flugzeuggestützten Radarsystemen, wodurch unter anderem Deformationen, wie Rutschhänge oder Bodenabsenkungen, in Tagebaugebieten detektiert werden können. Durch Stapel von differentiellen radarinterferometrischen Messungen (D-InSAR) können bei geeigneter Prozessierung Bewegungsgeschwindigkeiten für ein Gebiet abgeleitet werden. Ein maßgebender Prozessierungsschritt für die Genauigkeit und Richtigkeit dieser Datenprodukte, ist das Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten. Das Verfahren der Phasenabwicklung (Phase Unwrapping) ist ohne festzulegende Annahmen nicht eindeutig lösbar (Chen, 2001). In den letzten Jahren wurden eine Vielzahl von Algorithmen zur Lösung dieses Problems entwickelt, welche sich grundsätzlich in zwei-, drei- und mehrdimensionale Verfahren unterteilen. Hierbei ist das Ziel dieser Verfahren die Bestimmung eines zusammenhängenden Phasenfeldes, welches anschließend durch eine Höhenangabe in ein absolutes Phasenfeld ungerechnet werden kann.

In dieser Masterarbeit geht es um die Beschreibung und Implementierung von 3-D Phase Unwrapping Verfahren. Es soll speziell der dreidimensionale Edgelist Algorithmus (Shanker, 2010) in seinen Ansätzen beschrieben und erläutert werden. Das zugehörige primal-duale Minimierungsproblem soll dargestellt werden. Durch Abbildung des Minimierungsproblems auf ein Minimum Cost Flow Problem kann dieses durch lineare Programme gelöst werden. Diesen Ansatz gilt es darzustellen und durch möglichst effiziente Algorithmen zu lösen. Neben der theoretischen Darstellung soll der implementierte Algorithmus verifiziert werden. Hierfür können Daten simuliert sowie Realdaten verwendet werden.

Als Ziel der Arbeit soll ein funktionsfähiges und gut dokumentiertes Programm des Algorithmus zur Verfügung stehen sowie eine Aussage über die Anwendbarkeit des Verfahrens in der Praxis getroffen werden.

**Literatur**

Shanker, A. P. und Zebker, H. A. (2010). *Edgelist phase unwrapping algorithm for time series InSAR analysis*. JOSA-A, 27 (3): S.605-612.

Chen, C. W. und Zebker, H. A. (2001) *Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost functions in nonlinear optimization*. JOSA A 18(2): S. 338-351, Optical Society of America.

Aufgabensteller:	Prof. Dr. techn. Wolf-Dieter Schuh
Betreuer:	Dipl.-Ing. Lutz Roese-Koerner
Tag der Ausgabe:	07.04.2014
Dauer:	6 Monate
Tag der Abgabe:	

Bonn, den 3. April 2014

---

Wolf-Dieter Schuh



## Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Bonn, 30. September 2014

---

Sebastian Walzog





# 3-D Phase Unwrapping Algorithmen zur Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten in D-InSAR Stapeln

Sebastian Walzog  
s6sewalz@uni-bonn.de

## Zusammenfassung

Flugzeug- und satellitengestützte Radarsysteme, mit synthetischer Apertur (engl. Synthetic Aperture Radar, kurz SAR) liefern heutzutage eine Vielzahl von Datenprodukten, welche in einem weiten Spektrum an Forschungsbereichen, wie zum Beispiel der Meteorologie, Geologie und Fernerkundung zur Anwendung kommen. Dieses aktive, wetterunabhängige Messsystem misst mit Hilfe eines ausgestrahlten elektromagnetischen Impulses die Phase und Amplitude als ein komplexes Signal der zurückgestrahlten Energie. Die SAR-Interferometrie (engl. Interferometric SAR, kurz InSAR) ermöglicht hierbei, durch eine komplex konjugierte Multiplikation von zwei koregistrierten SAR-Aufnahmen, die Erzeugung eines digitalen Höhenmodells (engl. Digital Elevation Model, kurz DEM). Des Weiteren lassen sich Deformationskarten der Erdoberfläche, aus mindestens zwei interferometrischen Phasensignalen, durch die differentielle radarinterferometrische Prozessierung (engl. Differential-InSAR, kurz D-InSAR) herleiten. Diese können beispielsweise zur Detektion und Lokalisation von Rutschhängen oder Erdoberflächenbewegungen, wie sie im Gebiet der Niederrheinischen Bucht durch sogenannte Sümpfungseffekte beim Abbau von Kohle entstehen, genutzt werden. Die Grundlagen des allgemeinen Messprinzips sowie die Prozessierung der Datenprodukte werden im Verlauf der Arbeit erläutert und dargestellt, weil ein Stapel zeitlich angeordneter D-InSAR Aufnahmen die Grundlage für die Realdatenauswertung darstellt.

Einer der wichtigsten Prozessierungsschritte für die Genauigkeit dieser Datenprodukte ist das Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten (engl. Phase Unwrapping), wodurch der Hauptfokus dieser Arbeit auf diesem Teilschritt liegt. Aufgrund der Periodizität des ausgesendeten Signals ergibt sich für die Phasenmessung ein mehrdeutiger Charakter, wodurch die Beobachtungen im Wertebereich  $[-\pi, \pi)$  liegen. Da das Lösen dieser Mehrdeutigkeiten nicht als Information im Signal enthalten ist, müssen zusätzliche Annahmen über das Phasenfeld getroffen werden, um die absoluten Phasenwerte berechnen zu können. Infolgedessen haben sich in den vergangenen Jahren zwei-, drei-, und n-dimensionale Verfahren zur Lösung dieses Problems entwickelt. In dieser Arbeit wird der dreidimensionale Edgelist-Algorithmus von Shanker und Zebker (2010) verwendet. Die 3-D Verfahren können mehrere Aufnahmen verschiedener Aufnahmezeitpunkte bei der Abwicklung verwenden. Durch die zusätzliche Dimension der Zeit ist eine bessere Abwicklung und die direkte Lösung des gesamten Stapels möglich. Das Edgelist-Verfahren basiert auf der Verallgemeinerung der Übertragung des Phase Unwrapping Problems auf ein Problem mit Minimalkostenfluss (engl. Minimum Cost Flow, kurz MCF) von Costantini (1997). Hierbei werden räumliche und zeitliche Kanten zwischen benachbarten Pixeln der Aufnahme als Restriktion festgelegt und die Phasenmehrdeutigkeiten mit Hilfe eines linearen Programms gelöst.

Somit geht es in dieser Arbeit um die Beschreibung und Implementierung des Edgelist-Verfahrens. Dabei wird die Implementierung durch synthetisch erzeugte Datensätze verifiziert, um entstehende Implementierungsfehler bei der Anwendung auf Realdaten ausschließen zu können. Die Realdaten bestehen hierbei aus einem Stapel von insgesamt 32 koregistrierten D-InSAR Aufnahmen der ERS-1/2 Satelliten, welche den Bereich der Niederrheinischen Bucht zwischen den Jahren 1992 bis 1999 abbilden. Zur Überprüfen einer Verbesserung der Phasenabwicklung beim Edgelist-Verfahren, aufgrund der zusätzlichen Dimension, wird ein Vergleich mit einem iterativen zweidimensionalen Verfahren durchgeführt. Hierfür wird ein Teildatensatz der Stadt Köln und einer für den Tagebau Hambach erzeugt sowie die Anzahl der Szenen des Stapels auf 6 Bilder reduziert.



# 3-D Phase Unwrapping algorithms to solve phase ambiguities in D-InSAR stacks

Sebastian Walzog  
s6sewalz@uni-bonn.de

## Abstract

Near Earth satellites and airborne radar systems with synthetic aperture (SAR) supply a wide range of data products, which are used in a wide spectrum of research areas for example Meteorology, Geology and remote sensing. This active, weather-independent system emits an electromagnetic impulse and measures the amplitude and phase as a complex signal of the backscattering energy. The SAR Interferometry (InSAR) allows the generation of a Digital Elevation Model (DEM) by a complex conjugate multiplication of two coregistered SAR images. Furthermore the differential InSAR (D-InSAR) uses at least two interferometric measurements for generating deformation maps of the earth surface. These may be used for detection and localisation of sliding slopes or surface movements, which arise by draining of mines in the area of the Lower Rhine Embayment. The basics for the general principle of measurement and the process to generate these data products are explained because the database of this work contains a stack of D-InSAR images.

One of the most important steps for the accuracy of these data products is the recovering of the absolute phase, which is called Phase Unwrapping. So the main focus of the work lies on this processing step. Due to the periodicity of the emitted signal, the phase values are in the range of  $[-\pi \pi)$ . Because this information is missing in the signal, assumptions about the phase field must be made. Consequently 2-D, 3-D and n-D approaches have been developed in the last years.

In this work the 3-D Edgelist algorithm of Shanker and Zebker (2010) is used. 3-D approaches can use a stack of this data type, whereby the third axis is the time, to improve the solution of the ambiguities and to solve the stack in one step. The Edgelist algorithm is based upon the network programming formulation from Costantini (1997) to solve the Phase Unwrapping as a Minimal Cost Flow (MCF) problem. Within this network every spatial and temporal edge between neighboring pixels produces a restriction. The problem can be solved by linear programs.

Therefore, this work contains the description and implementation of the Edgelist algorithm. The implementation is verified with synthetic datasets to avoid misinterpretations during the analysis of real data. The real data consists of a stack with 32 coregistered D-InSAR images, which show the Lower Rhine Embayment between the years 1992 and 1999. The solution of the Edgelist algorithm is compared to one of an iterative 2-D MCF approach so that differences, due to the third dimension, can be determined. For this purpose the stack is reduced to 6 images and the area is divided into a section of Cologne and another of the open-cast mining Hambach.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Motivation . . . . .	1
1.2	Stand der Forschung . . . . .	2
1.3	Ziele der Arbeit . . . . .	3
1.4	Struktur und Inhalt . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Messsysteme der Radarfernerkundung</b>	<b>5</b>
2.1	Theoretische Grundlagen . . . . .	5
2.1.1	Aufnahmegeometrie . . . . .	6
2.1.2	Geometrische Auflösung . . . . .	7
2.2	Radar mit synthetischer Apertur (SAR) . . . . .	7
2.3	Radarinterferometrie . . . . .	8
2.3.1	Darstellungen des SAR-Signals . . . . .	10
2.3.2	Interferogramm . . . . .	10
2.3.3	Kohärenz . . . . .	12
2.4	Differentielle Radarinterferometrie . . . . .	13
2.5	Persistent Scatterer Interferometry . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Phase Unwrapping</b>	<b>15</b>
3.1	Allgemeine Problemstellung . . . . .	15
3.2	Mathematische Darstellung . . . . .	16
3.3	Gliederung vorhandener Lösungsverfahren . . . . .	19
3.3.1	Allgemeiner Überblick . . . . .	20
3.3.2	2-D - Lokale Verfahren . . . . .	21
3.3.3	2-D - Globale Verfahren . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Minimum Cost Flow Probleme</b>	<b>23</b>
4.1	Allgemeiner Ansatz . . . . .	23
4.1.1	Darstellung des Problems als Graph . . . . .	23
4.1.2	Formulierung des primalen und dualen Problems . . . . .	25
4.2	Übertragung auf das Phase Unwrapping . . . . .	27
<b>5</b>	<b>Edgelist-Algorithmus</b>	<b>31</b>
5.1	Ansatz des Verfahrens . . . . .	31
5.1.1	Grundlagen und Voraussetzungen des Ansatzes . . . . .	31
5.1.2	Aufstellung des Minimierungsproblems . . . . .	33
5.2	Vergleich zum MCF-Ansatz von Costantini . . . . .	36

<b>6</b>	<b>Statistische Kostenfunktionen</b>	<b>37</b>
6.1	Kostenfunktion des interferometrischen Phasensignals . . . . .	37
6.1.1	Die Kostenfunktion für topographische Messungen . . . . .	38
6.1.2	Die Kostenfunktion für Deformationsmessungen . . . . .	41
6.2	Kostenbestimmung bei PSI-Punkten . . . . .	42
<b>7</b>	<b>Implementierung</b>	<b>45</b>
7.1	Edgelist-Funktion . . . . .	45
7.2	Phase Unwrapping-Funktion . . . . .	48
7.3	Eigenschaften der verwendeten Lösungsalgorithmen . . . . .	48
7.3.1	Löser für lineare Programme . . . . .	49
7.3.2	Netzwerklösungsalgorithmen . . . . .	50
<b>8</b>	<b>Anwendung und Analyse auf synthetische Daten</b>	<b>51</b>
8.1	Erzeugung der synthetischen Daten . . . . .	51
8.1.1	Anforderungen und grundlegende Annahmen für die Daten . . . . .	52
8.1.2	Darstellung der synthetischen Daten . . . . .	55
8.2	Ergebnisse und Schwierigkeiten . . . . .	57
<b>9</b>	<b>Anwendung und Analyse auf Realdaten</b>	<b>61</b>
9.1	Beschreibung der Datengrundlage . . . . .	61
9.2	Vorverarbeitung und Anpassung der Datensätze . . . . .	62
9.3	Auswertung der Teildatensätze und Ergebnisdiskussion . . . . .	63
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>67</b>
10.1	Fazit . . . . .	67
10.2	Ausblick . . . . .	68
<b>11</b>	<b>Danksagung</b>	<b>69</b>
<b>A</b>	<b>Bezeichnungen</b>	<b>i</b>
<b>B</b>	<b>Abkürzungen</b>	<b>iii</b>
<b>Verzeichnisse</b>		<b>v</b>
	Abbildungsverzeichnis . . . . .	v
	Tabellenverzeichnis . . . . .	ix
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>xi</b>
<b>Englische Zusammenfassung</b>		<b>xv</b>
<b>Wissenschaftliches Poster</b>		<b>xxi</b>

# 1. Einleitung

## 1.1 Motivation

Die ersten experimentellen Untersuchungen zur Radartechnik wurden bereits Ende des 19. Jahrhunderts von Heinrich Rudolf Hertz durchgeführt. Dieser entdeckte, dass elektromagnetische Wellen von metallischen Gegenständen reflektiert werden und bestätigte damit die von Maxwell aufgestellte Theorie der Existenz von elektromagnetischen Wellen. Der deutsche Hochfrequenztechniker Christian Hülsmeier stellte im Jahr 1904 heraus, dass die reflektierten Signale auch zur Ortung oder Entfernungsmessung von metallischen Objekten genutzt werden konnten und ließ sich diese Entdeckung patentieren (s. Holpp, 2004, S. 3-5).

Während des zweiten Weltkrieges wurde die Entwicklung der Radartechnik durch ihr hohes militärisches Potential stark voran getrieben. Zu den militärischen Anwendungen zählten hierbei das Sonar, welches Schallwellen im Wasser, sowie die ersten terrestrischen Radarsysteme, die elektromagnetische Wellen zur Ortung benutzten. Sie ermöglichten zu dieser Zeit das Orten feindlicher Schiffe, U-Boote und Flugzeuge (Antébi, 1983). Nach dem zweiten Weltkrieg wurde die Radartechnik vor allem in den USA stark weiterentwickelt. Verbesserte Antennen sowie Mikrochips ermöglichten die Entwicklung der Pulskompressionstechnik und führten somit zur Dopplersignalverarbeitung, welche eine verbesserte Entfernungs- und Geschwindigkeitsbestimmung zuließ. Das 1951 entwickelte Synthetic Aperture Radar (SAR) zählt zu den Meilensteinen der Radartechnik, da dieses die geometrische Auflösung des Radars durch Bewegung der Trägerplattform erhöht (s. Kalkuhl, 2009, S. 13-16).

Heutzutage findet sich die Radarmesstechnik in einem breiten Spektrum an Forschungsbereichen, wie zum Beispiel der Meteorologie, Geologie, Fernerkundung, dem Katastrophenschutz und der Automobilindustrie wieder. Selbst in der zivilen Nutzung bei Geschwindigkeitskontrollen der Polizei oder bei Einparkhilfen in Autos wird diese Technik verwendet (s. Seifert und Zink, 1993, S. 29-32).

In der Fernerkundung ergänzt dieses aktive System die passiven Beobachtungsverfahren und wird meistens in Flugzeugen oder Satelliten verwendet. Hierbei bieten Radarsysteme den Vorteil, dass diese nicht von der Witterung abhängig oder auf die vom Boden zurück gestrahlte Sonnenstrahlung angewiesen sind, um Messungen durchzuführen. Neben der Witterungs- und Tageszeitunabhängigkeit bieten satellitengestützten Trägerplattformen aber auch den Vorteil, dass diese eine große Gebietsüberdeckung in sehr kurzer Zeit liefern (Gutjahr, 2007).

Der Satellit SEASAT war 1978 der erste Erdbeobachtungssatellit, welcher mit einem solchen SAR-System ausgerüstet wurde. Das mögliche Anwendungspotential solcher Daten wurde schnell deutlich, woraufhin weitere Satelliten, wie der European Remote Sensing Satellite 1 and 2 (ERS-1/2), der European Space Agency (ESA), die SAR-Technik verwendeten. Die im Jahr 2000 gestartete Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) der NASA war die erste Satellitenmission zur Bestimmung großräumiger Fernerkundungsdaten der Erde. Aus diesen Daten konnte das erste digitale Höhenmodell DEM, mit Hilfe der SAR-Interferometrie (InSAR), bestimmt werden (Farr et al., 2007).

Neben Höhenmodellen können durch die differentielle Radarinterferometrie (D-InSAR) Deformationen der Landoberfläche, welche zwischen den Aufnahmezeitpunkten der beiden Radarszenen entstanden sind, detektiert werden. Damit ist es möglich Rutschhänge oder Gebiete mit Senkungen bzw. Hebungen der Erdoberfläche zu lokalisieren. Wenn man einen Stapel von D-InSAR Aufnahmen benutzt, welche zu unterschiedlichen Zeitpunkten aufgenommen wurde, kann man mit Hilfe eines physikalischen Modells eine Bewegung schätzen (Hanssen et al., 2001). Dieses wird in den meisten Fällen durch die in der Persistent Scatterer Interferometry (PSI) gefundenen stabilen Punkte erzielt, um mögliche Rauschanteile zu minimieren. So kann man zum Beispiel, bezogen auf die Niederrheinische Bucht, Aussagen über die Senkungsrate des Gebietes, welches

durch Braun- und Steinkohletagebau geprägt ist, treffen. Durch die stetig steigende geometrische Auflösung, gerade für zukünftige Satellitenmissionen, wie den Sentinel Satelliten im Rahmen des Copernicus Programms der ESA, steigt das Interesse an der Radarinterferometrie schnell. Zudem ist das Messverfahren unabhängig von den klassisch, terrestrischen, Beobachtungsverfahren, wie zum Beispiel dem Nivellement (s. Halsig, 2012, S. 1-3).

Als Messgrößen von einem SAR-System erhält man nach Umformung des komplexen Signals, die Stärke der zurück gestrahlten elektromagnetischen Welle, sowie den Phasenwert, welcher im Bereich von  $[-\pi \pi]$  liegt. Eine der essentiellen Auswertungsschritte zur Erzeugung von SAR-Datenprodukten, wie Interferogramme oder DEM's, ist somit das Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten (Phase Unwrapping) und das damit einhergehende Suchen der "wahren" Phasenwerte. Der Schritt der Phasenabwicklung ist ein entscheidender Faktor für die Genauigkeit und Richtigkeit des resultierenden Datenproduktes, stellt aber auch ein mathematisch NP-schweres Problem dar, welches aber unter Berücksichtigung von diversen Annahmen lösbar ist (s. Chen, 2001, S. 33-34).

## 1.2 Stand der Forschung

Im Laufe der vergangenen Jahre haben sich eine Menge Ansätze sowie Algorithmen zur Lösung dieses Problems entwickelt, wobei es allerdings keinen allgemein gültigen Ansatz gibt. Unterschieden wird bei diesen Ansätzen zunächst zwischen der Anzahl der Dimension des Problems und ob es sich um ein lokales oder globales Verfahren handelt. Zu den ersteren gehören beispielsweise die "Path Following Verfahren" oder die "Quality Guided Verfahren", welche mit Hilfe der lokalen Eigenschaften in der Aufnahme mögliche Phasensprünge detektieren. Anschließend werden bei der Phasenintegration entlang eines Pfades diese Stellen gesondert behandelt. Die globalen Verfahren hingegen ermitteln eine Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten, welche die gesamte Szene unter einer vorher festgelegten Zielfunktion, wie zum Beispiel die L1-Norm, minimiert (s. Moll, 2007, Seite 44-47).

Die meisten dieser Lösungsverfahren sind für die Anwendung auf einer einzelnen 2-D Szene entwickelt worden, welche heutzutage immer noch einen Großteil der Anwendungsbeispiele bzw. Auswertesoftware voraussetzen. Allerdings gibt es auch dreidimensionale Verfahren, welche Stapel von SAR-Aufnahmen verarbeiten können und diese für alle Szenen in einem Schritt löst. Hierbei liefert die zeitliche Komponente die dritte Dimension und somit zusätzliche Informationen, welche die Lösung und das damit verbundene Phasenfeld in Bereichen mit höherem Rauschanteil konsistenter und robuster macht (s. Hooper und Zebker, 2007, Seite 1).

Costantini (1997) hat das zweidimensionale Phase Unwrapping Problem zunächst auf ein Minimum Cost Flow (MCF) Problem abgebildet, welches heutzutage zum Beispiel bei der SNAPHU Software zur Anwendung kommt (Chen und Zebker, 2001). Auf dessen Grundlage wurde der Edgelist-Algorithmus, als Übertragung dieses Ansatzes auf ein dreidimensionales Problem, entwickelt (Shanker und Zebker, 2010). Hierbei kann zur Lösung des MCF-Problems eine Kombination aus dem Inneren-Punkt-Verfahren von Karmarkar (1984) und dem Simplex Algorithmus von Dantzig (1966) mit Hilfe eines Crossover-Verfahrens verwendet werden. Diese Kombination bietet gerade bei großen Datenmengen, wie sie beim dreidimensionalen Phase Unwrapping vorkommen, deutliche Leistungs- und Kapazitätsvorteile. Neben der Lösung durch ein lineares Programm kann das MCF-Problem aber auch durch MCF-Löser, wie dem Netzwerk-Simplex Algorithmus oder dem Out-of-Kilter Algorithmus gelöst werden (Ahuja et al., 1993).

Die Bestimmung der Kosten spielt bei diesen Verfahren eine wichtige Rolle, da diese direkt die Zielfunktionswerte gewichten und somit einen entscheidenden Einfluss auf die Minimierung haben. Aus diesem Grund kann man statistische Kosten Funktionen in Form einer Maximum a posteriori probability (MAP) Schätzung bestimmen, welche die statistischen Eigenschaften, wie Korrelation der Szene, aber auch physikalischen Ei-



enschaften des Messverfahrens beinhaltet (s. Chen, 2001, S. 36-69).

Somit können Phasenmehrdeutigkeiten für große D-InSAR-Stapel, welche untereinander koregriert sind, in einem Schritt durch dreidimensionale Verfahren gelöst werden. Gerade diese dreidimensionalen Ansätze bieten eine Menge Potential für die Zukunft, da die Anzahl an Satelliten Missionen stetig steigt und weil dadurch große Gebiete zeitlich, mit einer immer besser werdenden räumlichen Auflösung, überwacht werden können (Shanker und Zebker, 2010, Moll, 2007, Kircher, 2004).

### 1.3 Ziele der Arbeit

Die Anzahl der Verfahren zur Phasenabwicklung stieg in den vergangenen Jahren aufgrund der stetigen Weiterentwicklung der Ansätze sowie durch die immer besser werdende Auflösung der Satellitenaufnahmen. Die Nutzung dieser Daten verlangt allerdings eine korrekte Rekonstruktion der absoluten Phasenwerte, wodurch die Anforderungen an diese Verfahren immer höher werden. Bei der Erweiterung der zweidimensionalen Datengrundlagen durch die zusätzliche Dimension der Zeit können mehr Informationen für die Abwicklung der mehrdeutigen Phasen genutzt werden.

Somit soll in dieser Arbeit der dreidimensionale Edgelist-Algorithmus von Shanker und Zebker (2010) in seinen Ansatz und die damit verbundene Übertragung des Phase Unwrappings auf ein Minimum Cost Flow (MCF) Problem beschrieben und erläutert werden. Die hierbei entstehende Darstellung des Minimierungsproblems gilt es als primales und duales Problem in den Kontext eines linearen Programms zu setzen. Während der Implementierung des Algorithmus sollen möglichst effiziente Verfahren für die Lösung des Phase Unwrapping Problems genutzt werden, da die Verwendung eines Bildstapels schnell zu Speicherplatzproblemen und langen Rechenzeiten führen kann. Um Implementierungsfehler bei der Anwendung auf Realdaten ausschließen zu können, soll der Algorithmus zunächst mit Hilfe von synthetischen Daten verifiziert werden.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Anwendung des implementierten Verfahrens auf einen D-InSAR Stapel der Niederrheinischen Bucht, welche durch die Satelliten ERS-1/2 vom Jahr 1992 bis 1999 in unregelmäßigen Abständen aufgezeichnet wurden. Hierbei gilt es die Eigenschaften, welche durch den dreidimensionalen Charakter des Verfahrens entstehen, zu beschreiben und mögliche Störeinflüsse auf das Verfahren darzustellen. Abschließend soll eine Aussage über die Anwendbarkeit des Verfahrens in der Praxis getroffen werden.

### 1.4 Struktur und Inhalt

In Kapitel 2 dieser Arbeit werden zu Beginn die allgemeinen Grundlagen der Radarmesstechnik durch das Messverfahren und die daraus resultierende Beobachtungsgleichung beschrieben. Diese werden benötigt, um auf die einzelnen Bestandteile und abgeleiteten Datenprodukte des Radarsignals einzugehen. Des Weiteren erfolgt die Darstellung, wie mit Hilfe des SAR Verfahren die geometrische Genauigkeit gesteigert werden kann und wie sich die Datenprodukte InSAR und D-InSAR aus den gemessenen Daten bestimmen lassen. Da das Phase Unwrapping auf PSI-Punkten, anstatt auf allen Punkten der Szene, ausgeführt wird erfolgt am Ende des Kapitels eine Erläuterung der Bestimmung und der Eigenschaften dieser Punkte. Im darauf folgenden Kapitel 3 liegt der Fokus auf dem Phase Unwrapping, wo zunächst das allgemeine Problem der Phasenmehrdeutigkeiten erläutert und die Veränderung in den Beobachtungen dargestellt wird. Da es, wie in der Einleitung bereits erwähnt, eine Vielzahl von Lösungsalgorithmen für diese Problemstellung gibt, wird anschließend eine grobe Übersicht über lokale und globale Verfahren dargestellt. Des Weiteren erfolgt eine kurze Gegenüberstellung zwischen lokalen und globalen Verfahren um deren Stärken und Schwächen

gegenüber zu stellen. Im Kapitel 4 dieser Masterarbeit wird, im Hinblick auf das zur Anwendung kommende Verfahren, das MCF-Problem in seinen Grundzügen dargestellt. Dieses dient dazu die anschließende Übertragung auf das Phase Unwrapping Problem anschaulicher erläutern zu können. Der anschließende Übergang auf ein dreidimensionales Verfahren wird auf Grundlage dieser Zielfunktion und den dazugehörigen Bedingungen im Kapitel 5 dargestellt. In diesem Kapitel liegt der Hauptaugenmerk auf der Beschreibung des Algorithmus, wobei dort auch der Vorteil der Total unimodulare Matrix (TUM) und die damit verbundene Ganzzahligkeit der Lösung beschrieben wird. Am Ende des Kapitels wird der Ausgangsansatz von Costantini (1997) dem gegenüber gestellt, um so die Unterschiede, wie Speicherbedarf und die Hinzunahme von zusätzlichen Daten, zwischen den beiden Algorithmen aufzuzeigen. Da die Bestimmung der Kosten eine entscheidende Rolle für die Lösbarkeit bzw. Eindeutigkeit eines Problems spielt, wird in Kapitel 6 die in dieser Arbeit verwendete Kostenfunktion für Deformationsmessungen in ihrer Herleitung und Verwendung beschrieben. Im darauf folgenden Kapitel 7 werden die in Matlab implementierten Funktionen in Form eines Flussdiagramms dargestellt. Damit wird ein besseren Überblick über die einzelnen Schnittstellen der Verfahren sowie die Auswahlmöglichkeiten der Lösungsalgorithmen gewährleistet. Um die implementierten Algorithmen nicht direkt auf den gesamten Datenstapel der D-InSAR-Daten anzuwenden, wird in Kapitel 8 zunächst die Erzeugung eines kleineren synthetischen Beispieldatensatzes erläutert. Die sich hierbei ergebenden Ergebnisse und Schwierigkeiten werden am Ende des Kapitels beschrieben. In Kapitel 9 wird das in den vorhergehenden Kapiteln beschriebene Vorgehen auf Realdaten angewendet. Hierzu wird zu Beginn des Kapitels die Datengrundlage und die Art der Daten, welche sich auf die Niederrheinische Bucht beziehen, dargestellt. Die Vorverarbeitung dieser Datensätze sowie eine Einteilung des Gesamtgebietes in einen Teildatensatz für den Bereich rund um Köln sowie einen für den Tagebau Hambach, wird vor der Auswertung beschrieben. Um die Unterschiede zwischen zwei- und dreidimensionalen Verfahren besser gegenüber stellen zu können werden die Ergebnisse des Edgelist Algorithmus mit denen eines iterativen zweidimensionalen Verfahrens verglichen. Nach der Ergebnisdiskussion und dem Fazit folgt ein Ausblick auf zukünftige Anwendungsbeispiele sowie eine Aufzählung möglicher Verbesserungspotentiale, welche während der Bearbeitungsphase dieser Masterarbeit erarbeitet wurden.

## 2. Messsysteme der Radarfernerkundung

Die Fernerkundung gewinnt, mit Hilfe von berührungsfreien Messverfahren, Informationen über ausgewählte Abschnitte der Erdoberfläche, wobei eine Zugänglichkeit dieser Bereiche nicht zwingend notwendig ist, da in der Regel flugzeug- bzw. satellitengestützte Sensorplattformen genutzt werden. Zur Ermittlung dieser Informationen wird die von der Erdoberfläche reflektierte und emittierte elektromagnetische Strahlung verwendet (DIN DE 18716/3:2012-08). Grundsätzlich wird in der Fernerkundung zwischen aktiven und passiven Messsystemen unterschieden. Systeme mit Radio Detection and Ranging (RADAR)-Verfahren und Laseraltimeter gehören zu den aktiven Messinstrumenten, welche Sende- und Empfangsmechanik für das Messsignal in einer einzigen Antenne vereinen. Durch das eigenständige Aussenden von Mikrowellen oder Laserstrahlen kann, im Gegensatz zu den passiven Systemen, auch bei schlechten Witterungsverhältnissen oder bei Nacht gemessen werden. Passive Systeme senden kein eigenes Signal aus, sondern messen zum Beispiel die reflektierte Sonnenstrahlung oder die thermische Strahlung der Erdoberfläche (s. Kircher, 2004, S. 22-23). Diese optischen Verfahren arbeiten häufig mit Multi- bzw. Hyperspektralkameras, wodurch auch Wellenlängen außerhalb des menschlichen Sehvermögens registriert werden können.

Die in der Fernerkundung zur Anwendung kommenden satellitengestützten Radarsysteme arbeiten im L, C oder X-Band, wodurch die Frequenz des ausgesendeten Signals zwischen  $1 - 10\text{GHz}$  liegt (s. Ferretti et al., 2007, Teil A Seite 6). Durch die stetige Weiterentwicklung des ursprünglichen Messverfahrens teilten sich die Radarsysteme in bildgebende Primärradargeräte und nicht bildgebende Sekundärradargeräte auf. Die bei diesen Systemen verwendeten Messverfahren untergliedern sich in Impulsverfahren, Dauerstrich-Verfahren, Puls-Doppler-Verfahren und Sekundärradar-Verfahren (s. Kalkuhl, 2009, S. 2). Die ursprüngliche Form des Radarmesssystems wird Real Aperture Radar (RAR) genannt, da hierbei die realen Antennenlänge (Apertur) die geometrische Auflösung des Systems festlegt.

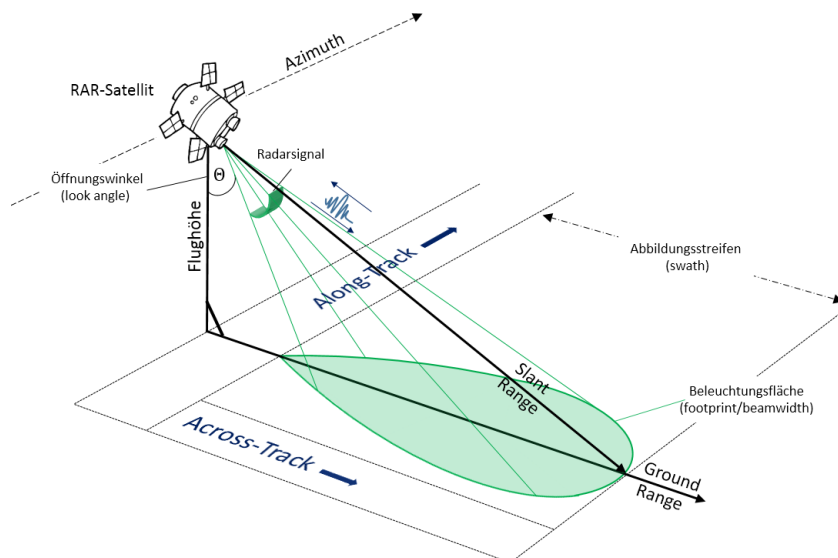
In der Radarfernerkundung wurden die RAR-Systeme durch die 1952 entwickelte SAR-Technik fast vollständig abgelöst, da diese die Bewegung der Trägerplattform für eine elektronische Verlängerung der Antennenlänge ausnutzt, um damit eine höhere geometrische Auflösung zu erlangen (s. Xu, 2010, S. 417-418). Neben dem SEASAT-Satellit, welcher 1978 der Erste mit einem solchen System an Bord war, wurden viele nachfolgende Satellitenmissionen, wie der European Remote Sensing Satellite 1 and 2 (ERS-1/2), Envisat oder der im April 2014 gestartete Sentinel 1 Satellit des europäischen Copernicus Programms, mit dieser Technik ausgerüstet. Durch die SAR-Technik ist es möglich Bodenaufösungen von  $1 - 2\text{m}$  (TerraSAR-X) zu erreichen (DLR 2009). Als Beobachtungsgrößen liefern SAR-Systeme die Intensität, Phase, Polarisation und Laufzeit des reflektierten Signals. Diese Größen sind von der Lage, den Reflexions- und Absorptionseigenschaften (Dielektrizitätskonstante) eines angestrahlten Objekts abhängig (Kalkuhl, 2009). Diese Eigenschaften können als Informationen zur Bestimmung der Topographie und Klassifikationen der Landbedeckung dienen.

### 2.1 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird eine grobe Darstellung der theoretischen Grundlagen und Funktionsweisen eines RAR-Systems vorgestellt, um das damit zusammenhängende Messprinzip und die entstehenden Beobachtungsgrößen für die folgenden Kapitel vorzubereiten. Da in dieser Masterarbeit SAR-Daten vom ERS-1 und ERS-2 Satelliten verwendet werden, beziehen sich die in diesem Kapitel beschriebenen Grundlagen auf satellitengestützte Systeme. Auf den Vorgang zur Erzeugung des Messsignals, wie zum Beispiel das Pulscompressionsverfahren, wird nicht näher eingegangen sondern nur die Vorzüge der Verwendung der verbesserten Signale (Chirps) eingegangen. Für eine genaue Beschreibung der Messverfahren wird auf Klausing und Holpp (2000) verwiesen.

### 2.1.1 Aufnahmegeometrie

Die Aufnahmegeometrie wird durch die Richtung des auszusendenden Signals festgelegt, wodurch Radarsysteme früher in Sidelooking Real Aperture Radar (SLAR) und Forward Looking Real Aperture Radar (FLAR) unterteilt wurden (s. Meyer, 2004, S. 8). Im Bereich der SAR-Systeme gibt es neben dem SLAR-Systemen spezielle Messverfahren, wie zum Beispiel Stripmap-SAR oder Spotlight-SAR, die eine besondere Aufnahmegeometrie voraussetzen. Dieser Arbeit beschränkt sich an dieser Stelle auf das SLAR, da dieses bei SAR-Systemen als Standard gilt.



**Abbildung 2.1:** Aufnahmegeometrie eines Sidelooking Real Aperture Radar (SLAR) Systems

Beim Radarverfahren wird, wie in Abbildung 2.1 dargestellt, ein kurzer Hochfrequenzimpuls, im rechten Winkel zur Flugrichtung (Across-Track), abgestrahlt (s. Cong, 2007, S. 3-5). Der Impuls wird von der Erdoberfläche reflektiert und kommt nach einer Zeitverzögerung  $\Delta t$  wieder zur Antenne zurück. Die Schrägentfernung zwischen Antenne und Bodenpunkt ergibt sich zu

$$r = \frac{c \cdot \Delta t}{2}. \quad (2.1)$$

Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Signals wird die Lichtgeschwindigkeit  $c$  angenommen, welche in der Realität durch Atmosphärendämpfung, Fluktationsverlusten oder geräteinterne Einflüsse gedämpft wird (s. Klausung und Holpp, 2000, Kap. 2). Die gemessene Leistung des zurückgestreuten Signals ergibt sich aus der Radargleichung

$$P_{rec} = \frac{P_s G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 r^4}. \quad (2.2)$$

Diese ist abhängig von der Leistung  $P_s$  und der Wellenlänge  $\lambda$  des abgestrahlten Signals, dem Antennengewinn  $G$ , der Entfernung zwischen Antenne und Zielpunkt  $r$  sowie vom Radarrückstreuquerschnitt des entsprechenden Objekts  $\sigma$  (s. Seifert und Zink, 1993, S. 24 Formel 3). Die Antennenlänge und der Öffnungswinkel legen dabei die Beleuchtungsfläche (vgl. Abb. 2.1 grüne Fläche) und die Größe des Abbildungsstreifens (swath) fest. Da sich der Satellit in Azimuthrichtung bewegt, reihen sich beim RAR-System die einzelnen Footprints innerhalb des Abbildungsstreifens nebeneinander an, bis das gesamte Aufnahmegebiet abgedeckt ist. Des Weiteren wird bei Radar-Systemen zwischen der Schrägrichtung vom Satelliten zum Bodenpunkt (slant range) und der Senkrechten zur Lotrichtung des Satelliten (ground range) unterschieden.

### 2.1.2 Geometrische Auflösung

Wie anhand der Beleuchtungsfläche (footprint) in Abbildung 2.1 zu erkennen ist, kann das Radar eine unterschiedliche geometrische Auflösung in Azimuth- und Rangerichtung besitzen, woraus eine unterschiedliche Pixelkantengröße resultieren kann (s. Kalkuhl, 2009, S. 17-22). Bei einem RAR/SAR-System ist die Auflösung in Slant und Ground Range nur von der Länge des ausgesendeten Impulses  $\tau$  und nicht von der Entfernung zum Ziel abhängig, weil das Objekt so lange beleuchtet wird bis die Kugelfläche des Signals vollständig reflektiert wurde. Somit ergibt sich die Auflösung für die Rangerichtungen zu

$$\Delta r_{sr}^{RAR/SAR} = \frac{c\tau}{2}, \quad \Delta r_{gr}^{RAR/SAR} = \frac{c\tau}{2\sin\Theta}. \quad (2.3)$$

Die Formel für die Auflösung der Slant Range lässt sich mit dem Öffnungswinkels  $\Theta$  und der Ground Range bestimmen. Durch die Formel (2.3) wird deutlich, dass bei zu steiler Blickrichtung (kleiner Öffnungswinkel) die Auflösung, aufgrund des Sinus im Nenner, schlechter wird (s. Cong, 2007, S. 5).

Die Azimuthauflösung wird bei RAR-Systemen durch die Breite der Beleuchtungsfläche festgelegt. Das bedeutet, dass zwei Objekte in Azimuthrichtung nur unterschieden werden können, wenn sich die Strahlungskeulen für diese nicht überschneiden (s. Meyer, 2004, S. 8). Dabei ist die Auflösung in diese Richtung abhängig von der Wellenlänge  $\lambda$ , der Schrägentfernung  $d$  und der realen Antennenlänge  $L_{real}$ . Die Azimuthauflösung für ein RAR-System ergibt sich zu

$$\Delta r_{az}^{RAR} = \frac{\lambda r}{L_{real}}. \quad (2.4)$$

Die Formel (2.4) ist von der Entfernung abhängig, da die Strahlungskeule durch den Öffnungswinkel mit zunehmenden Abstand zum Satelliten größer wird und somit die Auflösung beeinflusst (s. Cong, 2007, S. 5). Wenn man den Sentinel 1A Satelliten als RAR-System betrachten würde, ergäbe sich bei einer angenommenen Wellenlänge von  $5.5cm$ , einer Entfernung von  $500km$  zum Objekt und einer Antennenlänge von  $12.3m$  eine Azimuthauflösung von  $2235m$ . Zur Verbesserung dieser Auflösung könnte man die Frequenz des Signals erhöhen, wobei dadurch der Energieverbrauch stark steigen würde und das Signal-to-noise ratio (SNR) schlecht werden würde. Des Weiteren könnte die reale Antennenlänge vergrößert werden, was aber aufgrund der maximalen Ausmaße einer Trägerplattform nicht möglich ist. Abhilfe hierbei schafft einerseits das Pulskompressionsverfahren bei dem ein langwelliges Signal aussendet wird, welches seine Frequenz linear über die Dauer des Impulses ändert (s. Meyer, 2004, S. 9). Durch diese Frequenzmodulation erhält man das gleiche Ergebnis, als wenn man ein Signal mit hoher Frequenz ausstrahlen würde. Eine weitere Lösung zur Verbesserung der Azimuthauflösung, die heutzutage in allen Radarsatelliten zur Anwendung kommt, ist das SAR-Verfahren.

## 2.2 Radar mit synthetischer Apertur (SAR)

Die im vorherigen Kapitel beschriebene Problematik der schlechten Auflösung in Azimuthrichtung kann mit Hilfe des Synthetic Aperture Radar (SAR) Prinzips deutlich minimiert werden. In Abbildung 2.2 ist die Aufnahmegeometrie für das SAR-Verfahren dargestellt. Das Verfahren macht sich die Bewegung der Trägerplattform zu Nutze, weil dadurch ein Objekt (rotes Quadrat in der Abbildung) aufgrund der breiten Strahlungskeule durch mehrere ausgesendete Signalimpulse, unter leicht veränderten Blickwinkeln, beleuchtet wird (s. Kalkuhl, 2009, S. 14-15). Die einzelnen Signalimpulse der kurzen Antenne können dazu genutzt werden die Antennenlänge der Beobachtungen synthetisch zu verlängern. Für diese Prozessierung spielt der

Phasenverlauf des Signals, neben der Amplitude, eine entscheidende Rolle. Hierbei muss für jede Antennenposition der Real- und Imaginärteil des komplexen Signalzeigers bestimmt werden, da mit deren Hilfe die Dopplerverschiebung des Signals und der Phasenwert bestimmt werden kann (s. Cong, 2007, S. 5-6). Folglich kann durch diese Größen der Unterschied zwischen den einzelnen Positionen der Antenne bestimmt werden. Bei der Bestimmung der Phasenunterschiede zwischen den einzelnen Antennenpositionen ist es wichtig, dass die Kohärenz der Signale möglichst hoch ist. Um dieses zu gewährleisten wird im Allgemeinen nur eine einzige "stabile" Frequenzquelle zur Erzeugung der verschiedenen Signale benutzt (s. Kalkuhl, 2009, S. 15). An die einzelnen Signalbilder wird somit die, aus der Kohärenz bestimmte, Phasenkorrektur angebracht und durch Aufsummierung der Einzelbilder das Signal für die synthetische Apertur gebildet.

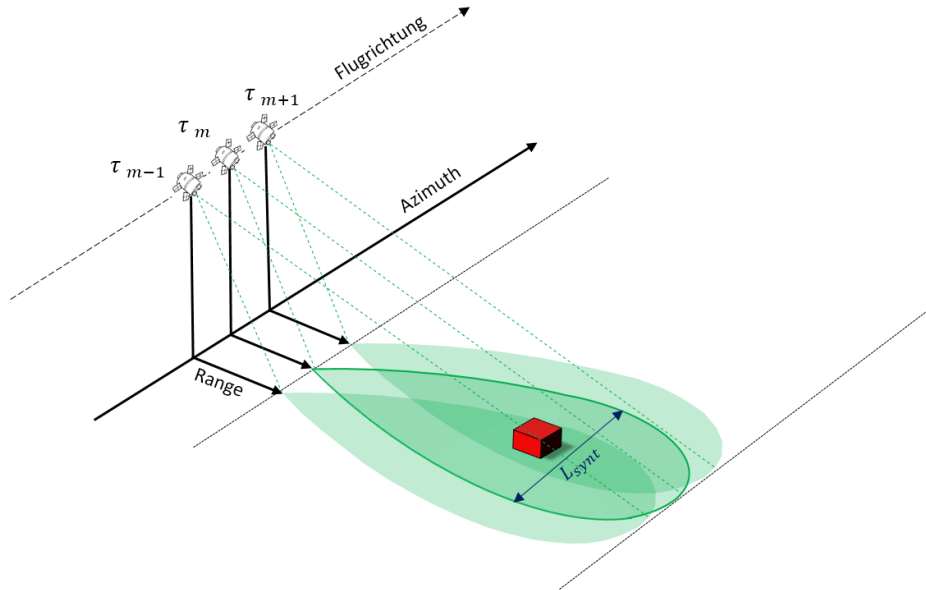


Abbildung 2.2: Messprinzip des SAR-Systems

Demnach entspricht die Länge der synthetischen Apertur  $L_{synt}$  (dunkel blauer Abstand), der Breite der Strahlungskeule einer einzelnen Messung zum Objekt, woraus sich die Auflösung eines SAR-Systems in Azimuthrichtung zu

$$\Delta r_{az}^{SAR} = r \cdot \frac{\lambda}{2\Delta r_{az}^{RAR}} = r \cdot \frac{\lambda}{2r \cdot \frac{\lambda}{L_{real}}} = \frac{L_{real}}{2} \quad (2.5)$$

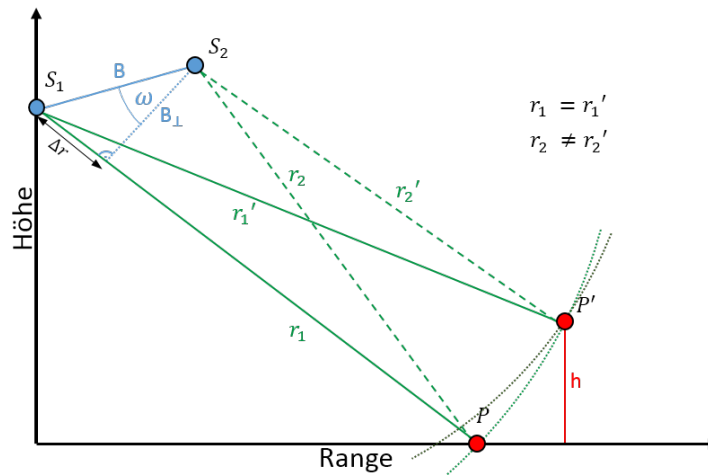
ergibt (s. Meyer, 2004, S. 11). Somit erhält man als Beobachtungsgrößen bei einem SAR-System die Amplitude, Phase, Polarisation und die Entfernung zwischen Satellit und Bodenpunkt in Strahlrichtung LOS.

## 2.3 Radarinterferometrie

Die Radarinterferometrie wird in der Literatur oft durch den Begriff InSAR abgekürzt und ist ein Verfahren zur Bestimmung von topographischen Informationen, wie beispielsweise der Höhe, aus mindestens zwei komplexen SAR-Aufnahmen (s. Xu, 2010, S. 28). In Abbildung 2.3 ist die, für dieses Verfahren notwendige, Aufnahmegeometrie dargestellt. Da die dreidimensionale Information des Gebietes bei der SAR-Aufnahme aufgrund der Abbildung in eine zweidimensionale Darstellung verloren geht, können zwei Objekte  $P$  und  $P'$  mit der gleichen Entfernung ( $r_1 = r'_1$ ) zur Antenne nicht voneinander unterschieden werden (s. Cong, 2007, S. 8). Um dieses Problem lösen zu können müssen zwei SAR-Aufnahmen, mit unterschiedlichen Blickwinkeln

auf das Gebiet, für die Rekonstruktion der verloren gegangenen Information verwendet werden. Die in der zweiten Szene gemessenen Strecken zu den Objekten besitzen nicht die gleiche Länge ( $r_2 \neq r'_2$ ) und es kann durch das so entstandene interferometrische Bildpaar die Entfernungsdifferenz  $\Delta r$  bestimmt werden (s. Meyer, 2004, S. 13).

Die SAR-Aufnahmen des Bildpaares werden Master und Slave genannt, wobei sich die berechneten Größen nach der InSAR-Prozessierung immer auf die Master-Szene beziehen. Hierbei ist zu beachten, dass beide Aufnahmen quer zur Flugrichtung aufgenommen werden müssen und der beleuchtete Teil der Erdoberfläche gleich ist. Wenn die Basislinie  $B$  (siehe Abbildung 2.3) zwischen beiden Antennen senkrecht zur Flugrichtung (Across-Track) liegt, können Geländehöhen  $h$  zwischen zwei Objekten erfasst werden. Bei einer Basislinie parallel zur Flugrichtung (Along-Track) können Objektbewegungen bestimmt werden (Cong, 2007).



**Abbildung 2.3:** Aufnahmegeometrie der Radarinterferometrie (abgeänderte Darstellung aus Sörgel, 2006)

Bei der Bestimmung der Geländehöhe werden die gemessenen Phasen der komplexen Aufnahmen verwendet, da deren Bestimmung im Gegensatz zur Laufzeitmessung für die Entfernung zwischen Antenne und Bodenkpunkt genauer sind (s. Cong, 2007, S. 9). Dadurch ergibt sich die interferometrische Phasendifferenz zwischen den beiden Aufnahmen zu

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \frac{2 \cdot r_1}{\lambda} \cdot 2\pi + \psi_0 \\ \psi_2 &= \frac{2 \cdot r_2}{\lambda} \cdot 2\pi + \psi_0 \end{aligned} \right\} \Delta\psi = \psi_1 - \psi_2 = \frac{4\pi}{\lambda} \Delta r, \quad (2.6)$$

da die Phase, bei gegebener Wellenlänge, proportional zu Weglänge ist (s. Kircher, 2004, S. 26). Zur Bestimmung der Geländehöhe müssen zunächst die Phasenmehrdutigkeiten, wie sie in Kapitel 3 näher beschrieben werden, gelöst werden, um die absolute interferometrische Phase  $\phi$  zu erhalten. Da die Parameter der Aufnahmegeometrie bei SAR-Systemen gut bekannt sind, kann die Höhe, bezogen auf die gewählte Masterszene, durch den Zusammenhang

$$\phi(h) = \frac{4\pi B_{\perp}}{\lambda} \left( \sin(\omega - \Theta_0) + \frac{\cos(\omega - \Theta_0)}{r \sin(\Theta_0)} h + \frac{\cos(\omega)}{2r^2 \sin(\Theta_0)^3} h^2 \right) \quad (2.7)$$

bestimmt werden. Hierbei steht die Variable  $\omega$  für den Winkel zwischen den Basislinien (siehe Abb. 2.3) und  $\Theta_0$  für den Öffnungswinkel bei einer Höhe von Null. Die Formel (2.7) wurde, in einer angepassten Form, aus Schwäbisch (1995) entnommen und gibt durch eine Taylorentwicklung den Zusammenhang zwischen der absoluten interferometrischen Phase und der Geländehöhe wieder. Durch den Prozessierungsschritt der Geokodierung können abschließend die Höhen aus dem Referenzsystem des Satelliten in ein übergeordne-

tes Höhensystem transformiert werden. Abbildungseffekte, wie zum Beispiel das Foreshortening, Layover, Shadowing oder die Verschiebung von bewegten Zielen können die bestimmten Höhen aufgrund der Aufnahmegeometrie verfälschen, was eine Interpretierbarkeit der Ergebnisse erschwert (s. Kalkuhl, 2009, S. 25-27). Mit dem Begriff der Pass-Interferometrie unterteilt man die Aufnahmekonstellationen in Single-Pass und Repeat-oder auch Dual-Pass. Bei der Single-Pass Anordnung befinden sich beide Antennen auf einer Trägerplattform in einem bekannten Abstand zueinander. Diese Konstellation wurde beim Space Transportation System (STS)-99 der NASA verwendet, aus deren Daten das digitale SRTM-Höhenmodell berechnet wurde. Unter der Konstellation versteht man, dass zum Beispiel zwei Satelliten das zu erfassende Gebiet in zwei leicht unterschiedlichen Bahnen überfliegen. Die effektive Basislinie  $B_{\perp}$  zwischen den beiden Antennen sollte allerdings nicht größer als  $1100m$  sein (Kircher, 2004).

Ein Beispiel für einen solchen Repeat-Pass sind die Satelliten ERS-1 und ERS-2, wobei letzterer in einem Abstand von einem Tag (zeitliche Basislinie) dem ERS-1 Satelliten auf einer ähnlichen Bahn hinterher fliegt. Die aus der Radarinterferometrie entstehenden Datenprodukte des Interferogramms und des Kohärenzbildes werden in den nächsten Unterkapiteln für eine komplexe Darstellung des SAR-Signals durchgeführt.

### 2.3.1 Darstellungen des SAR-Signals

Das gemessene SAR-Signal wird, wie bereits in Kapitel 2.2 beschrieben, in einer komplexen Darstellungsform vom SAR-System nach der Messung gespeichert und durch

$$u_f = A e^{i\psi}, \quad (2.8)$$

repräsentiert, wobei  $A_f$  die Amplitude und  $\psi_f$  die Phase des Signals der Szene  $f$  darstellt. Ein durch das SAR-System abgebildetes Pixel beinhaltet aufgrund der geometrischen Auflösung mehrere Objekte, welche das eintreffende Strahlungssignal unterschiedlich reflektieren (s. Kircher, 2004, S. 27). Daher kann das in (2.8) gezeigte Gesamtsignal durch eine Summe aus Real- und Imaginärteil des Signals dargestellt werden.

$$u_f = \text{Re}(u_f) + i\text{Im}(u_f) \quad (2.9)$$

Die hier abgebildete Darstellungsform wird Single-Look-Complex (SLC) genannt und für die Speicherungsform des SAR-Signals innerhalb des Systems verwendet, weil dadurch die Prozessierung der nachfolgenden InSAR-Datenprodukte leichter durchgeführt werden kann. Die Berechnung der Phase und Amplitude des Signals, für diese Darstellungsform erfolgt nach (s. Kircher, 2004, S.27) durch die Formeln

$$\psi_f = \arctan\left(\frac{\text{Im}(u_f)}{\text{Re}(u_f)}\right), \quad A_f = \sqrt{\text{Im}(u_f)^2 + \text{Re}(u_f)^2} \quad (2.10)$$

### 2.3.2 Interferogramm

Das interferometrische Phasensignal und die Amplitude ergeben sich aus der Prozessierung der Radarinterferometrie und werden im Allgemeinen durch das Interferogramm dargestellt. Hierbei ist zu beachten, dass das Bildpaar koregistriert sein muss, damit die Pixel der einzelnen Szenen, welche das selbe Gebiet abdecken, die gleichen Bildkoordinaten besitzen. Zur Berechnung eines Interferogramms wird eine pixelweise Multiplikation des komplexen Phasensignals (siehe Formel (2.9)) der ersten Szene  $u_1$  mit dem komplex konjugierten Signal der zweiten Szene  $u_2$  durchgeführt (s. Meyer, 2004, S. 15)

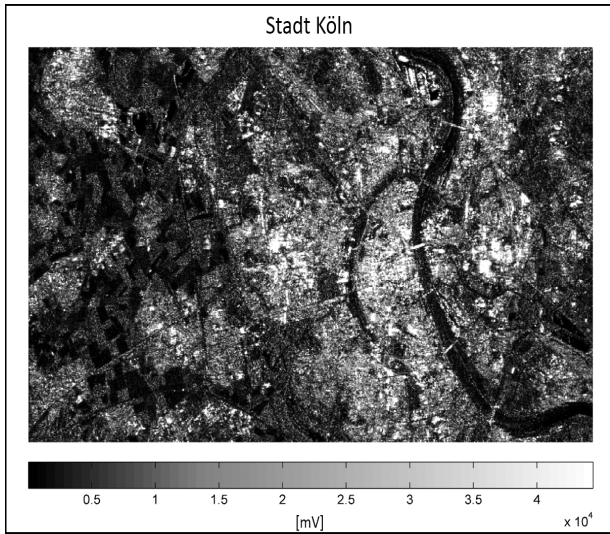
$$I = u_1 \cdot u_2^* \quad (2.11)$$



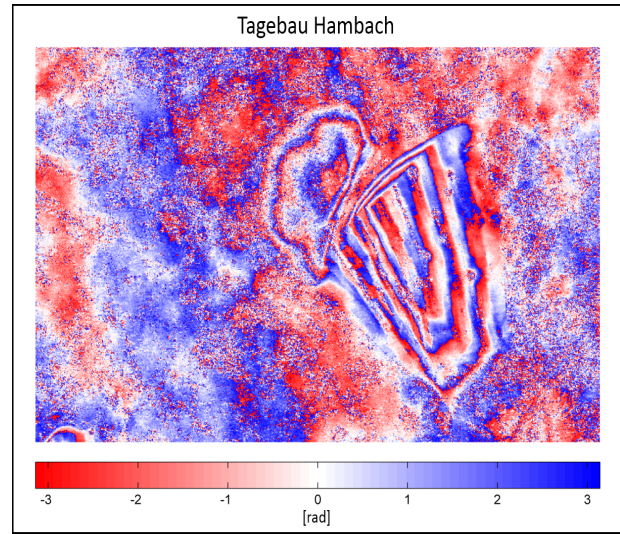
Wenn man diese Formel in (2.10) einsetzt, erhält man den mathematischen Ausdruck für die interferometrische Phase und Amplitude, wobei ersterer für die eigentliche Bestimmung der Geländehöhe die ausschlaggebende Größe ist.

$$\psi = \arctan \frac{\text{Im}(u_1 \cdot u_2^*)}{\text{Re}(u_1 \cdot u_2^*)}, \quad A = \sqrt{\text{Im}(u_1 \cdot u_2^*)^2 + \text{Re}(u_1 \cdot u_2^*)^2}. \quad (2.12)$$

In den Abbildungen 2.4 und 2.5 ist für zwei Ausschnitte aus der Niederrheinischen Bucht die interferometrische Amplitude (links) und die interferometrische Phase (rechts) dargestellt. Diese wurden mit Hilfe der NEST-Toolbox erzeugt, welche kostenfrei von der ESA bereitgestellt wird (European Space Agency (ESA), 2014).



**Abbildung 2.4:** Interferogramm (Amplitude) für die Stadt Köln aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook  $5 \times 1$  (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996)



**Abbildung 2.5:** Interferogramm (Phase) für den Tagebau Hambach aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook  $5 \times 1$  (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996)

Hierbei wurde nach der Berechnung der interferometrischen Phase ein Multilook-Verfahren angewendet. Dadurch werden die Interferenzeffekte (Speckle-Effekt) des stark kohärenten Signals durch einen adaptiven Filter reduziert (s. Meyer, 2004, S. 29). Anhand der rechten Abbildung kann man gut die, durch die Phasenmessung entstehenden, Mehrdeutigkeiten in Form des sich wiederholenden Streifenmusters (Fringes) erkennen. Des Weiteren ist anhand der Skala zu erkennen, dass sich die Werte der interferometrischen Phase aufgrund der Phasenmessung im Bereich  $[-\pi \pi]$  befinden. Eine genauere Beschreibung der Entstehung und Lösung dieser Problematik erfolgt in Kapitel 3.

Auf das interferometrische Phasensignal, so wie es durch Formel (2.12) dargestellt wird, wirken neben den topographischen Phasenanteilen auch die der Deformation  $\psi_{defo}$ , der flachen Erde  $\psi_{flatearth}$ , der Atmosphäre  $\psi_{atmo}$  sowie des Rauschens  $\psi_{noise}$  auf das Signal (s. Cong, 2007, S. 13).

$$\psi = \psi_{topo} + \psi_{defo} + \psi_{flat} + \psi_{atmo} + \psi_{noise} \quad (2.13)$$

Zur Bestimmung eines digitalen Höhenmodells müssen daher alle diese Anteile, außer dem der Topographie, entfernt werden. Der Anteil der flachen Erde entsteht durch die Aufnahmegeometrie bzw. durch die Schrägsicht des SAR-Systems und durch die daraus entstehenden Streckenunterschiede zwischen zwei Satelliten zum gleichen Bodenpunkt. Dieser kann durch die Bestimmung der Abweichungen eines Referenzellipsoids zum Interferogramm, unter Zuhilfenahme der Orbitinformationen, bestimmt und eliminiert werden (s. Kircher,

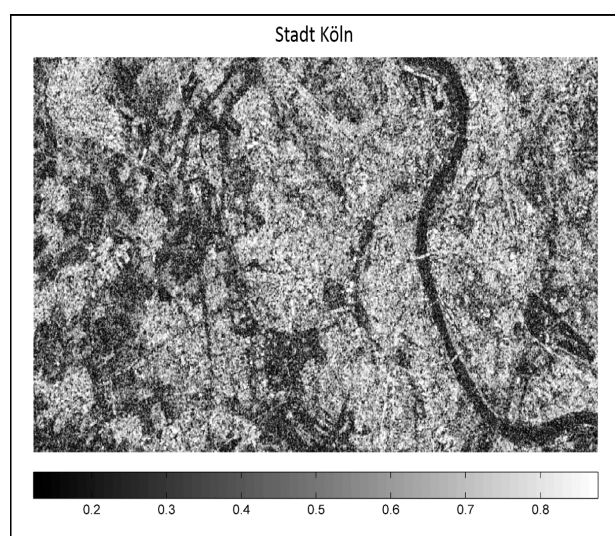
2004, S. 33). Der Phasenanteil der Atmosphäre kann durch meteorologische Daten und ein entsprechendes Modell für die Dämpfung des Signals aufgrund der Atmosphäre bestimmt werden. Die Rauschteile werden im Allgemeinen durch adaptive Filter, wie zum Beispiel dem Goldsteinfilter, reduziert. Hierbei wird die Aufnahme, aufgrund der unterschiedlichen geometrischen Auflösungen in Azimuth und Rangerichtung, für diese separat geglättet. Der Deformationsanteil kann nicht ohne die Hinzunahme zusätzlicher SAR-Aufnahmen oder einem bereits existierenden Höhenmodell entfernt werden (s. Meyer, 2004, S. 26). Die Bestimmung dieses Anteils wird bei der Differentiellen SAR Interferometrie D-InSAR-Prozessierung benutzt, um Deformationen zwischen zwei SAR-Aufnahmen zu bestimmen (siehe Kapitel 2.4).

### 2.3.3 Kohärenz

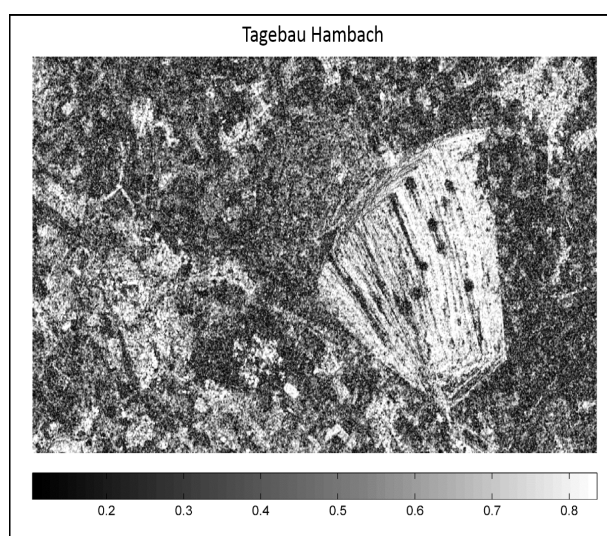
Als zweites InSAR-Datenprodukt, neben dem Interferogramm, kann mit Hilfe des komplexen SAR-Signals, zweier Aufnahmen, die pixelweise Kohärenz durch

$$\gamma = \frac{\mathbf{E}\{u_1 \cdot u_2^*\}}{\sqrt{\mathbf{E}\{|u_1|^2\} \mathbf{E}\{|u_2|^2\}}}, \quad \mathbf{E}\{\} \dots \text{Erwartungswert} \quad (2.14)$$

für das komplexwertige Bildpaar bestimmt werden (s. Meyer, 2004, S. 24). In Abbildung 2.6 und 2.7 wird die mit Formel (2.14) berechnete Kohärenz für die beiden Ausschnitte der Niederrheinischen Bucht, aus dem Kapitel, 2.3.2 dargestellt. Der Wertebereich liegt bei der Kohärenz im Bereich  $[0 \dots 1]$ , wobei Null für keine und Eins für vollständige Kohärenz zwischen den Pixeln des Bildpaares bedeutet. Die Kohärenz repräsentiert ein Maß für die Ähnlichkeit zwischen den bei der Prozessierung verwendeten Aufnahmen. Das bedeutet, dass Bereiche, welche in beiden Szenen die gleichen Rückstreuereigenschaften für ein Pixel besitzen und somit unveränderlich gegenüber der Zeit sind, hell (Kohärenz = 1) dargestellt werden (s. Cong, 2007, S. 24-25). Diese Eigenschaft ist gut anhand der Abbildung 2.6 zu erkennen. Der Rhein wird hierbei sehr dunkel dargestellt, da die Rückstreuereigenschaften aufgrund der Oberflächenbewegung in beiden SAR-Aufnahmen stark unterschiedlich ist. Im Vergleich dazu werden die Brücken über den Rhein, die Stadtbebauung oder die abgetragenen Schichten des Tagebaus in Abbildung 2.7 sehr hell dargestellt, da sich diese zwischen den



**Abbildung 2.6:** Kohärenzbild für die Stadt Köln aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook  $5 \times 1$  (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996)



**Abbildung 2.7:** Kohärenzbild für den Tagebau Hambach aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook  $5 \times 1$  (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996)

Aufnahmezeitpunkt nicht geändert haben. Würde die zeitliche Basislinie zwischen Master und Slave-Szene länger sein, sprich die Aufnahmezeitpunkte weiter auseinander liegen, könnte es durch die Abtragung von Kohle im Tagebau zu einer Änderung in der Kohärenz und dem zugehörigen Grauwert kommen.

## 2.4 Differentielle Radarinterferometrie

Die Differentielle SAR Interferometrie (D-InSAR) wird dazu genutzt, um Deformationen radial in Sensorrichtung in einem Interferogramm zu detektieren. Dadurch können zum Beispiel Bodenbewegungen, wie sie durch natürliche oder anthropogene Einflüsse entstehen, für große Gebiete im Millimeterbereich bestimmt werden (s. Cong, 2007, S. 2). Im Gegensatz zum vorhergehenden Unterkapitel wird bei diesem Verfahren versucht den Phasenanteil der Deformation  $\psi_{def}$  aus Formel (2.13) zu extrahieren. Um diesen Anteil zu erhalten, müssen die anderen Anteile, inklusive dem der Topographie eliminiert werden. Hierbei kann dieser Einfluss nicht ohne zusätzliche Informationen aus dem Interferogramm entfernt werden.

Man unterscheidet hierbei zwischen der 2-Pass, 3-Pass und 4-Pass Methode. Die erste Möglichkeit besteht darin mit Hilfe eines vorhandenen Höhenmodells, wie zum Beispiel dem digitalen Höhenmodell SRTM, den Phasenanteil zu bestimmen. Dabei wird durch die bekannte Aufnahmegeometrie und der Formel (2.7) die entstehende topographische Phase simuliert und von der interferometrischen Phase subtrahiert (s. Cong, 2007, S. 10). Bei der 3-Pass Methode werden insgesamt drei SAR-Aufnahmen benötigt, weil aus der ersten und zweiten Aufnahme ein InSAR-DEM und aus der zweiten und dritten Szene ein zusätzliches Interferogramm gebildet wird. Bei der Auswahl der Szenen für das DEM sollte darauf geachtet werden, dass diese möglichst frei von Bewegungseinflüssen sind. Nach diesem Prozessierungsschritt wird der Phasenanteil für die Deformation wie bei der 2-Pass Methode bestimmt und eliminiert.

In Meyer (2004) wird anhand der Herleitung der maximalen Bewegungsgeschwindigkeit gezeigt, dass die 3-Pass Methode nur Oberflächenbewegungen von maximal  $3.4\text{mm}/\text{Tag}$  richtig abbilden kann. Die 4-Pass Methode hebt diese Einschränkung auf, da hierbei aus vier SAR-Aufnahmen zwei unabhängige Interferogramme gebildet werden. Falls eines der Interferogramme frei von Oberflächenbewegungen ist erfolgt die Eliminierung des topographischen Anteils wie bei der 3-Pass Methode. Trifft dieser Fall nicht zu, müssen zusätzliche Annahmen über die Beobachtungsepochen getroffen werden, um den topographischen Anteil separieren zu können (s. Meyer, 2004, S. 26-29).

## 2.5 Persistent Scatterer Interferometry

Die Persistent Scatterer Interferometry (PSI) kann als ein weiteres Verfahren bzw. Erweiterung der differentiellen Radarinterferometrie, wie sie in Kapitel 2.4 beschrieben wird, verstanden werden (s. Meyer, 2004, S. 125). Das bedeutet, dass auch dieses Verfahren dazu genutzt werden kann, um Oberflächenbewegungen im Millimeterbereich aus SAR-Aufnahmen zu berechnen. D-InSAR besitzt den Nachteil, dass in Gebieten mit niedriger Kohärenz, wie zum Beispiel große Waldgebiete, keine Oberflächenbewegungen bestimmt werden können, da sich die Szenen des Bildpaares zu stark unterscheiden. Andererseits spielt der Phasenanteil der Atmosphäre bei der Bestimmung der Bewegung eine wichtige Rolle, da die Bewegungsgeschwindigkeiten in der Regel klein sind und das Signal durch den Wasserdampfgehalt in der Troposphäre stark beeinflusst wird (Even et al., 2009). Die Permanent Scatterer Technik von Ferretti et al. (2001) war der erste Ansatz in diesem Bereich und wurde patentiert sowie urheberrechtlich geschützt, sodass mit dem Begriff "Permanent Scatterer" auch nur Punkte beschrieben werden dürfen, welche mit dieser Technik bestimmt wurden. Zur Verbesserung

der beschriebenen Probleme bei der D-InSAR Prozessierung wird beim PSI-Verfahren ein Stapel von mindestens 20 Interferogrammen genutzt, um die Einflüsse der Atmosphäre zu bestimmen. Als weiterer Unterschied werden hierbei nur Punkte mit einer zeitlich konstanten Reflektivität, sogenannte Persistent Scatterer (PS) verwendet (Even et al., 2009). Diese besitzen den Vorteil, dass sie neben der zeitlichen Stabilität ein gutes Signal-to-noise ratio (SNR) besitzen. Bei der PSI-Prozessierung ergeben sich als Endprodukte eine Zeitreihe der Deformation für jeden einzelnen PS, die mittleren Verschiebungsraten, der atmosphärische Phasenanteil sowie den Anteil des topographischen Fehlers (s. Crosetto et al., 2010, S. 1).

Nach der Veröffentlichung der Permanent Scatterer Technik im Jahr 2000 haben sich eine Reihe weiterer Verfahren in diesem Bereich entwickelt (Shanker, 2010; Even et al., 2009; Hooper und Zebker, 2007; Hooper et al., 2004; Berardino et al., 2002). Die Persistent Scatterer Interferometry ist heutzutage ein sehr robustes Verfahren zur Bestimmung von Oberflächenbewegungen und ist auch gut bei Datensätzen mit geringen Abtastraten einsetzbar.

## 3. Phase Unwrapping

Das Phase Unwrapping (deutsch: Phasenabwicklung) stellt einen der letzten aber auch wichtigsten Prozessierungsschritte in der Auswertung und Erstellung von InSAR-Datenprodukten, wie beispielsweise Digitalen Höhenmodellen, in der Radarinterferometrie dar (s. Moll, 2007, Seite 41-42). Hierbei können die gemessenen interferometrischen Phasen, wie sie in Formel (2.10) dargestellt sind, nur Werte im Bereich von  $[-\pi, \pi)$  annehmen. Somit hat das Phase Unwrapping die Aufgabe ein kontinuierliches Phasenfeld, das heißt die ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge, für die gemessenen Daten, zu rekonstruieren. Diese Form der Phasenabwicklung gibt es nicht nur in der Radarinterferometrie, sondern beispielsweise auch im Bereich der Phasenmessung beim GPS oder auch bei der Magnetresonanztomographie (MRT), im Bereich der Medizin (s. Ying, 2006, S. 1). Aufgrund der Art der Problemstellung handelt es sich hierbei allerdings um kein triviales Problem, so dass es beim Phase Unwrapping Problem, ohne die Annahme zusätzlicher Bedingungen, keine eindeutige Lösung gibt. Das liegt daran, dass jedes Vielfache der ganzzahligen Mehrdeutigkeiten eine mögliche Lösung der Szene darstellt. In der Komplexitätstheorie, welche ein Teilgebiet der theoretischen Informatik ist, wird das Problem durch den Begriff "NP-schwer" beschrieben. Das bedeutet, dass das Problem durch eine Deterministic one-tape Turing Machine (DTM) nicht in deterministischer Polynomialzeit NP gelöst werden kann (s. Garey und Johnson, 1979, S. 116-118). NP-schwer bedeutet somit, dass die zu lösende Aufgabe mindestens so schwer wie jedes andere Problem aus der Menge NP ist, und kann somit unter Umständen sogar schwerer sein. Der Begriff der Turingmaschine stammt ebenfalls aus der theoretischen Informatik und dient dazu Berechnungsabläufe, wie sie durch Computer durchgeführt werden, zu modellieren. Mit Hilfe der DTM können Aussagen über die Komplexität des Problems, sowie die minimale und maximale Dauer bis eine gültige Lösung gefunden wurde, bestimmt werden (s. Garey und Johnson, 1979, S. 23-27). Neben der eigentlichen Lösbarkeit des Problems haben aber auch physikalische Eigenschaften des Signals auf Atmosphäre und Reflektanz am Objekt einen spürbaren Einfluss auf die Messung und die anschließend damit verbundene Lösung der Mehrdeutigkeiten. Während des Phase Unwrappings kann sich ein lokaler Fehler, welcher zum Beispiel aufgrund von einem schlechten Signal-to-noise ratio (SNR) entstehen kann, direkt auf die gesamte Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten der Szene auswirken (s. Moll, 2007, S. 41-43). Aufgrund der Art der Problemstellung wurden in den letzten Jahren eine Vielzahl an Lösungsansätzen publiziert, um das Problem bestmöglich und schnell zu lösen. Im Folgenden wird dieses Problem durch entsprechende Formeln und Darstellungen näher beschrieben und erläutert.

### 3.1 Allgemeine Problemstellung

Wie bereits zu Beginn des Kapitels erwähnt wurde, liegen die vom SAR-System gemessenen Phasen  $\psi$ , welche auch als "wrapped" bezeichnet werden, in Modulo von  $2\pi$  der "unwrapped" Phase  $\phi$  vor (Moll, 2007). Dadurch entsteht das für Radardaten typische Interferenzmuster (vgl. Abbildung 2.5). Die gemessenen Phasen werden im allgemeinen Sprachgebrauch als Phasenreststücke bezeichnet, da die ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge nicht gemessen werden können. Dieses Problem entsteht immer dann, wenn eine physikalische Größe, wie zum Beispiel die Höhe, auf die Phase eines komplexen Signals projiziert wird (s. Xu, 2010, S. 432). Da es sich bei dem vom Satelliten ausgesendeten Impuls um ein kontinuierliches Signal handelt, ähnlich einer Sinus- oder Kosinusschwingung, kann keiner Entfernung zwischen Objekt und Antenne ein eindeutiger Phasenwert zugeordnet werden. Zur Verdeutlichung der Phasenmehrdeutigkeiten ist in Abbildung 3.1 und 3.2 dieses Verhalten anhand eines Beispiels dargestellt.

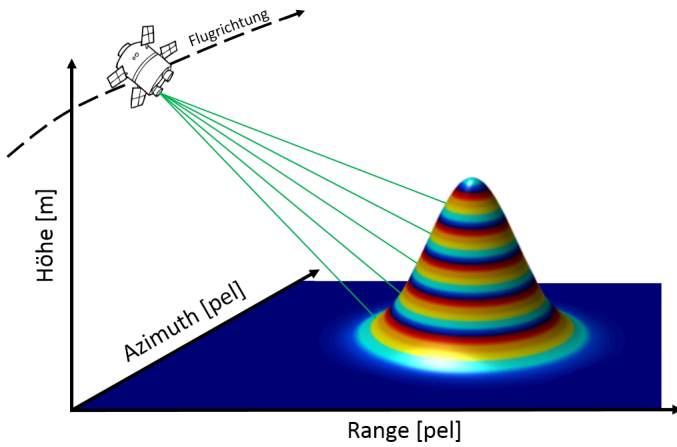


Abbildung 3.1: Darstellung der Aufnahmegeometrie

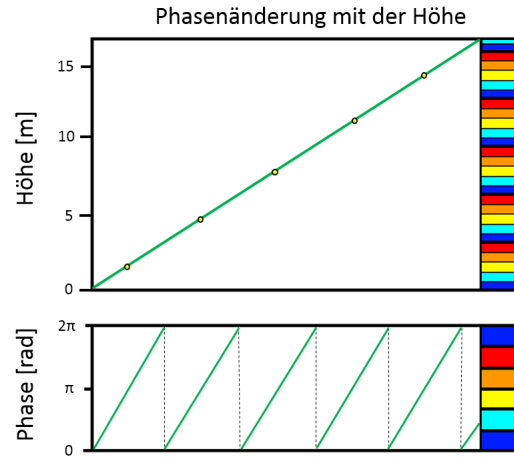


Abbildung 3.2: Darstellung der Phasensprünge

In Abbildung 3.1 ist ein Hügel dargestellt, welcher beispielhaft durch das SAR-System abgetastet wird. Das Beispiel wurde stark vereinfacht, da in der Realität das Signal, aufgrund von Landbedeckung, wie Wälder oder Bebauungen in urbanen Gebieten, nicht immer bis zum Boden durchdringen kann. Dadurch kann die Höhe sowie der daraus resultierende Phasenwert von benachbarten Pixeln stark variieren. Des Weiteren misst der Satellit das reflektierte Signal für ein Bildelement, was je nach Länge des Impuls und Laufzeit einen dadurch festgelegten Bereich der Erdoberfläche darstellt (vgl. Formel (2.5)). Die Pixelinformation setzen sich daher aus einem gemischten Signal der Höhenverteilung innerhalb des Bildelements zusammen (s. Balz, 2007, S. 23).

In Abbildung 3.2 befindet sich, der sich aus dem Beispiel ergebende, Zusammenhang zwischen wahrer Höhe der angestrahlten Punkte auf dem Hügel und der gemessenen Phase des Systems. Die farbige Leiste steht hierbei symbolisch für den gemessenen Phasenwert. Bei kontinuierlich steigender Höhe wiederholt sich das Farbspektrum des Phasenwertes. Des Weiteren wird aus dieser Abbildung deutlich, dass mehrere Höhen den gleichen Phasenwert besitzen (vgl. die Punkte in Abb. 3.2). Im unteren Teil der Grafik ist der Phasenwert separat dargestellt und zeigt die für die SAR-Interferometrie charakteristischen Phasensprünge. Der Bereich von 0 bis  $2\pi$  entspricht der halben Wellenlänge (s. Kircher, 2004, S. 28). Da das ausgesendete Signal die doppelte Wegstrecke zurücklegen muss reduziert sich die effektive Wellenlänge, für die einzelne Strecke, um die Hälfte.

## 3.2 Mathematische Darstellung

Durch die in Kapitel 3.1 aufgezeigten Zusammenhänge ergeben sich die Phasenreststücke, einer  $n \times m$  großen SAR-Aufnahme  $f$ , aus

$$\psi_f = [\phi_f(i, j)]_{2\pi}, \quad \text{für } i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots m \quad (3.1)$$

$\psi_f(i, j)$  = Wrapped Phase für Pixel  $(i, j)$  einer SAR-Szene  $f$ ,

$\phi_f(i, j)$  = Unwrapped Phase für Pixel  $(i, j)$  einer SAR-Szene  $f$ ,

wobei die eckige Klammer den Wertebereich angibt, indem sich die gemessene Phase befindet (s. Costantini, 1997, S. 262). Unter Berücksichtigung der ganzzahligen Mehrdeutigkeiten  $k$  und durch das Umstellen auf den absoluten Phasenwert  $\phi$ , ergibt sich (3.1) zu

$$\phi_f = \psi_f(i, j) + 2\pi k, \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}. \quad (3.2)$$

In Kapitel 2.3 wurde in der Gleichung (2.10) die interferometrische Phasendifferenz, welche sich aus der komplex konjugierten Multiplikation von zwei SAR-Aufnahmen ergibt, angegeben. In diese Phasendifferenz kann die vorhergehende Formel eingesetzt werden, um einen mathematischen Ausdruck für die Phasenreststücke einer InSAR-Aufnahme, welche sich aus den SAR-Aufnahmen  $f$  und  $g$  zusammensetzen, zu erhalten (s. Richards, 2007, Seite 13-14)

$$\begin{aligned} \psi_f - \psi_g &= (\phi_f - 2\pi k_f) - (\phi_g - 2\pi k_g) \\ &= \phi_f - \phi_g + 2\pi(k_g - k_f) \\ &= \Delta\phi_{fg} + 2\pi\Delta k_{gf}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Zur Vereinfachung der Darstellung wurde der Differenzen Operator  $\Delta$  verwendet. In der Literatur wird die Formel (3.1) oftmals durch den Wrapping-Operator  $\mathcal{W}[\cdot]$  ausgedrückt, welcher den Zusammenhang zwischen gemessener und absoluter Phase in ähnlicher Weise beschreibt (s. Ying, 2006, Seite 1)

$$\mathcal{W}[\psi] = \phi. \quad (3.4)$$

Nach Einsetzen von (3.2) in (3.4) folgt,

$$\mathcal{W}[\psi] = \psi + 2\pi k \quad (3.5)$$

was benutzt werden kann, um die interferometrische Phasendifferenz aus (3.3) ebenfalls durch diesen Operator darzustellen

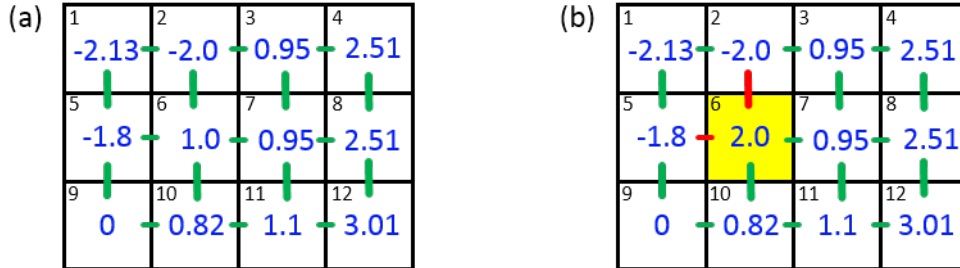
$$\begin{aligned} \mathcal{W}[\psi_f - \psi_g] &= \mathcal{W}[\phi_f - 2\pi k_f] - \mathcal{W}[\phi_g - 2\pi k_g] \\ &= [(\phi_f - 2\pi k_f) + 2\pi k_f] - [(\phi_g - 2\pi k_g) + 2\pi k_g] \\ &= [\phi_f] - [\phi_g] \\ &= \Delta\phi_{fg}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Somit soll verdeutlicht werden, dass sich bei der Bildung eines Interferogramms der Zusammenhang zwischen absoluten Phasenwerten und Phasenreststücken nicht ändert. Die Mehrdeutigkeiten  $k$  hingegen beziehen sich ab diesem Punkt allerdings auf den Unterschied zwischen den beiden SAR-Aufnahmen und sind im Vergleich zu den vollen Wellenzyklen zwischen Satellit und Bodenpunkt relativ klein. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird der Übersichtlichkeit halber der Index für die SAR-Szenen weggelassen, wenn von der interferometrischen Phase gesprochen wird

$$\Delta\phi_{fg} = \phi, \quad \Delta\psi_{fg} = \psi, \quad \Delta k_{fg} = k. \quad (3.7)$$

Für die eigentliche Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten und die damit verbundene Phasenabwicklung müssen Annahmen getroffen werden, da es sich bei dieser Aufgabenstellung um ein schlecht gestelltes Problem handelt und sie sonst nicht lösbar wäre. Eine dieser Basisannahmen, welche von einem Großteil der derzeitigen Ansätze genutzt wird, basiert auf der Ausnutzung des Nyquist Kriteriums. Hierbei muss die Abstrakte

des SAR-Systems groß genug sein, damit die Differenz der Aliasingeffekte und der Phasensprünge zwischen zwei benachbarten Pixeln möglichst Null ist. (s. Chen, 2001, S. 8). Hiermit einhergehend ist die Annahme einer sehr langsamen Änderung des Phasenfeldes, was in Gebieten mit großen Höhenunterschieden, wie zum Beispiel in Gebirgen, schnell zu Problemen führen kann, wenn die Abtastrate zu niedrig ist.



**Abbildung 3.3:** Beispiel eines “wrapped” Phasenfeldes [rad]: (a) Alle Phasendifferenzen zwischen benachbarten Pixeln sind kleiner als  $\pi$ ; (b) Die Phasendifferenzen von Pixel 2 zu 6 und 5 zu 6 (in rot) sind größer als  $\pi$  was durch Pixel 6 (gelb) ausgelöst wird.

Wenn das Kriterium erfüllt ist, unterscheiden sich benachbarte Phasenwerte nur um maximal einen halben Zyklus des gesamten Wertebereichs (um  $\pi$ ) (vgl. Abb. 3.3 a). Somit ergibt sich für alle Gradienten zwischen Nachbarpixeln die Forderung zu,

$$\begin{aligned} \Delta\psi^{az}(i, j) &= |\psi(i+1, j) - \psi(i, j)| < \pi \\ \Delta\psi^{ra}(i, j) &= |\psi(i, j+1) - \psi(i, j)| < \pi, \quad \text{für } i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots m \end{aligned} \quad (3.8)$$

wobei die Abkürzung *az* im Exponenten für den Gradienten in Azimuth-Richtung und *ra* für den in Range-Richtung steht. Zur Berechnung des kontinuierlichen Phasenfeldes müssen, falls Forderung 3.8 erfüllt ist, nur die einzelnen Phasengradienten, von einem Startpixel aus, aufintegriert werden. Das bedeutet, dass die abgewickelten Phasenwerte nicht direkt bestimmt werden müssen, sondern nur die abgewickelten Phasengradienten zwischen benachbarten Pixeln (s. Chen, 2001, S. 9).

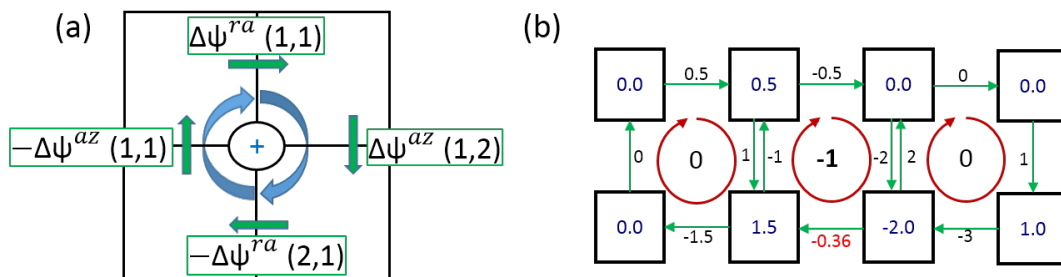
In der Realität ist diese Forderung (3.8), aufgrund von Residuen/Inkonsistenzen im Phasenfeld so gut wie nie erfüllt. Ursachen hierfür sind zum Beispiel Phasenrauschen, atmosphärische Einflüsse, eine Unterabtastung des Gebietes oder topographische Einflüsse (s. Ying, 2006, S. 2; Ferretti et al., 2007, S. 25-26). Aus diesem Grund versuchen vor allem lokale Algorithmen diese Stellen innerhalb der Aufnahme zu finden und bei der Integration der Phasengradienten gesondert zu behandeln. Das Phasenfeld und das sich daraus ergebene Höhenfeld kann als 2-D Potentialfunktion angesehen werden. Dadurch muss jedes Kreisintegral der Phasendifferenzen, egal wie der Weg durch das Bildes gewählt wird, Null sein (s. Chen, 2001, S. 11). Im Allgemeinen kommt es aufgrund von Dekorrelation oder hohen räumlichen Frequenzvariationen dazu, dass nicht alle Kreisintegrale Null sind. Hierdurch kommt es zu Fehlern während der Integration, welche durch die Fehlerfortpflanzung zu globalen Einflüssen werden. An dieser Stelle wird deutlich, dass die Lösung des Phasenfeldes, bei Vorhandensein solcher Residuen, von der Wahl des Integrationspfades abhängig ist (s. Moll, 2007, S. 43). Auf Grundlage der Annahme des konservativen Phasenfeldes kann zur Lokalisierung der Diskontinuitäten im Phasenfeld, für jede 2x2 Pixelnachschaft das Residuum berechnet werden. Diese Nachbarschaft stellt hierbei die kleinstmögliche Umgebung zur Bildung eines Kreisintegrals dar. Dieses berechnet sich für eine rechteckige InSAR-Szene als Kreisintegral der Differenzen zwischen den Pixeln, innerhalb einer 2x2 Nachbarschaft. Wenn das Kreisintegral einen Wert ungleich Null für die Pixelnachschaft



annimmt liegt an dieser Stelle eine Diskontinuität vor. Als Formel ergibt sich die Berechnung des Residuums für die in Abbildung 3.4 (a) dargestellte Pixelnachbarschaft zu

$$\text{Residuum} = \Delta\psi^{ra}(1,1) + \Delta\psi^{az}(1,2) - \Delta\psi^{ra}(2,1) - \Delta\psi^{az}(1,1). \quad (3.9)$$

In Abbildung 3.4 (b) wurden für ein Beispielphasenfeld die Gradienten sowie die Residuen der 2x2 Nachbarschaft bestimmt. Hierbei stehen in den roten Kreisen die Werte der Residuen. Dadurch, dass die Werte im Bereich  $[-\pi \pi]$  liegen müssen, wird der Gradient (rote Zahl in Abbildung 3.4 b) in diesen Wertebereich projiziert und erzeugt ein Residuum ungleich Null. Diese besitzen durch ihr Vorzeichen eine Polarität, welche angibt ob es sich um eine Quelle oder Senke handelt.



**Abbildung 3.4:** Residuenbildung: (a) Darstellung einer 2x2 Pixelnachbarschaft zur Bildung eines Residuums. Grüne Pfeile stehen für die Differenzbildung die blauen für die Integrationsrichtung (im Uhrzeigersinn); (b) 2x4 Phasenfeld (Pixel in schwarzen Kästen [rad]) mit Gradienten (grüne Pfeile) und berechneten Residuen (Zahlen in roten Kreisen)

Nach der Lokalisierung der Diskontinuitäten ist es die Aufgabe des Phase Unwrapping Algorithmus ganzzahligen Mehrdeutigkeiten an die gefundenen Stellen einzusetzen, damit das Phasenfeld kontinuierlich und frei von Widersprüchen ist. Bei dem abgewickelten Phasenfeld und dem sich daraus ergebene Höhenfeld handelt es sich solange um ein relatives Feld, bis es durch eine Lagerung auf ein Pixel mit bekannter Höhe zu einem absoluten Feld wird (Moll, 2007). Für dieses Problem gibt es keine eindeutige Lösung, weil jedes Vielfache der gefundenen Mehrdeutigkeiten ebenfalls eine mögliche Lösung darstellt (s. Chen, 2001, S. 9-10). Von diesem Ausgangspunkt haben sich unterschiedliche Methoden entwickelt, um die gefundenen Stellen zu umgehen oder die dadurch entstehenden Mehrdeutigkeiten in der gesamten InSAR-Szene zu minimieren. Eine grobe Gliederung für diese Lösungsalgorithmen befindet sich im hieran anschließenden Kapitel 3.3.

### 3.3 Gliederung vorhandener Lösungsverfahren

In diesem Kapitel soll ein grober Überblick über die Algorithmen und deren Ansätze zur Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten gegeben werden. Da sich in den vergangenen Jahren eine Vielzahl von Methoden in diesem Bereich entwickelt haben und diese sich teilweise untereinander ergänzen, sind die Grenzen zwischen den einzelnen Verfahren fließend (s. Ying, 2006, S. 4-6). Da es keinen allgemein gültigen Ansatz gibt, der für jedes Problem die optimale Lösung liefert, werden Verfahren nach der Auswahl des groben Ansatzes noch auf das entsprechende Gebiet angepasst. Hierzu würden zum Beispiel die Anpassung der Kostenfunktion bei den Network Flow Verfahren gehören. Bei diesen wird beispielsweise je nachdem, ob man den topographischen oder den deformativen Anteil der Phase bestimmen will, eine entsprechende Kostenfunktion ausgewählt (vgl. Kapitel 6). Des Weiteren können aus dem gemessenen Phasenfeld Zusatzinformationen, wie zum Beispiel Kohärenzbilder (vgl. Kapitel 2.3.3), verwendet werden um die Lösung zu verbessern (s. Moll, 2007, S. 45-47). Die Verwendung solcher Zusatzinformationen kann in den meisten Ansätzen benutzt werden, wodurch sie

in der Gliederung nicht separat aufgeführt werden, außer wenn die Methode nur auf diesen Informationen basiert (vgl. Quality Guided Verfahren).

### 3.3.1 Allgemeiner Überblick

Im Allgemeinen unterscheidet man bei Phase Unwrapping Ansätzen zwischen zwei-, drei und mehrdimensionale Verfahren (vgl. Abbildung 3.5). Bei den zweidimensionalen Verfahren bilden die räumlichen Komponenten für Azimuth und Range die Dimensionen. Diese werden durch die Flug- und Aufnahme- richtung der SAR-Trägerplattform festgelegt (vgl. Abbildung 2.2).

Bei den dreidimensionalen Verfahren wird, neben den Dimensionen für Azimuth und Range, in der Regel, die zeitliche Komponente als dritte hinzugenommen. Das bedeutet, dass für ein ausgewähltes Gebiet mehrere Aufnahmen mit unterschiedlichen Messzeitpunkten vorhanden sind. Wenn man alle Aufnahmen dem Zeitstempel nach sortiert, entsteht ein Stapel (Stack) an Aufnahmen, mit dem man zum Beispiel Aussagen über zeitliche Variationen von Deformationen oder Höhen treffen kann. Für jede Position innerhalb der registrierten Szenen ergibt sich somit eine Zeitreihe, wodurch geologisch aktive Gebiete, wie zum Beispiel die Niederrheinische Bucht, überwacht werden können. Neben der Erweiterung in den Anwendungsfeldern von SAR-Datenprodukten, entsteht aber auch ein Vorteil in der Prozessierung der Aufnahmestapel, durch Hinzunahme einer weiteren Dimension. Speziell beim Phase Unwrapping, wie es im Kapitel 3.1 dargestellt wird, kann dadurch die Lösung verbessert werden. Die zusätzliche Dimension liefert Informationen über das Phasenfeld, was zum Finden einer Lösung sowie zur Steigerung deren Genauigkeit führt (Hooper und Zebker, 2007). Bei den mehrdimensionalen Methoden ist die Anzahl der Dimensionen unbegrenzt. Allerdings gibt es nur sehr wenige dieser Algorithmen und diese werden weitestgehend in der Medizin, im Bereich der Magnetresonanztherapie, verwendet (Jenkinson, 2003). Ein Großteil der Ansätze für das dreidimensionale Phase Unwrapping wurden aus den zweidimensionalen Methoden hergeleitet bzw. erweitert. Neben der Unterteilung der Phase Unwrapping Verfahren nach ihrer Anzahl an Dimensionen können diese entsprechend ihres Lösungsverfahrens in lokale und globale Methoden unterteilt werden. In den folgenden Unterkapiteln werden nur die Ansätze für die zweidimensionalen Verfahren beschrieben. Das dreidimensionale globale Edgelistverfahren, welches auch im praktischen Teil der Masterarbeit zur Anwendung kommt wird in Kapitel 5 genauer beschrieben.

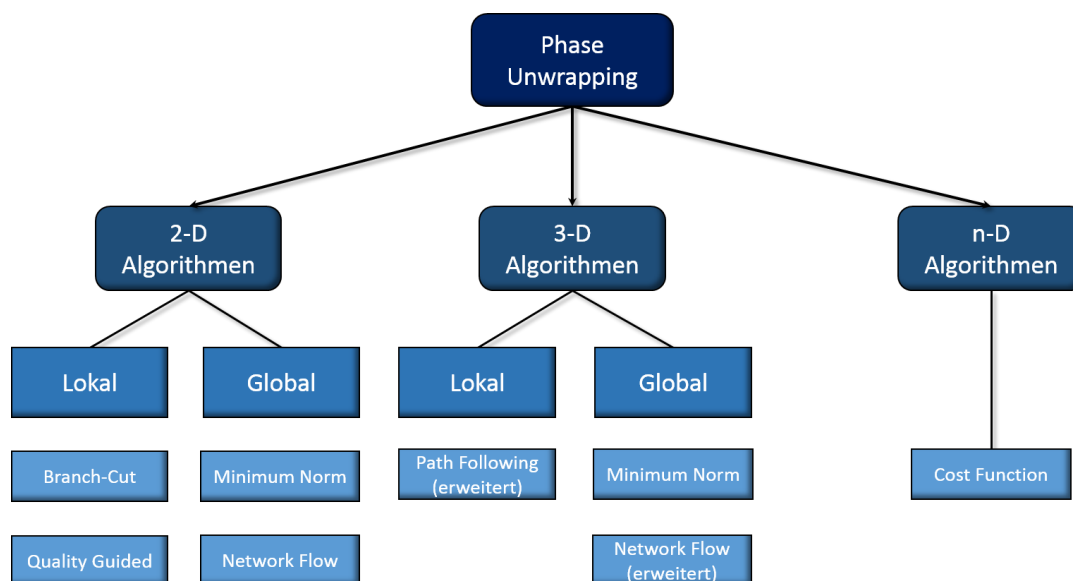


Abbildung 3.5: Gliederung der Phase Unwrapping Algorithmen

### 3.3.2 2-D - Lokale Verfahren

Unter lokalen Verfahren versteht man diejenigen, welche einen möglichst guten Pfad zur Integration der Phasengradienten innerhalb des Bildes suchen. Aus diesem Grund werden diese Methoden auch "Path Following" Verfahren genannt. Die in Kapitel 3.2 beschriebenen Diskontinuitäten werden bei der Bildung des Pfades durch geeignete Methoden, wie sie in den Branch-Cut Verfahren zur Anwendung kommen, gemieden. Dadurch werden die Fehler bei der Integration minimiert.

#### Branch-Cut Verfahren

In diesem Ansatz werden zunächst die Diskontinuitäten durch Bildung aller Residuen innerhalb des Bildes bestimmt und diese anschließend durch Verbindungslinien (Branch Cut) verbunden (Goldstein et al., 1988). Bei der Bildung dieser Linien wird beginnend bei einem Startresiduum, ein Nachbarresiduum gesucht, welches die Polarität des ersten ausgleicht und einen möglichst geringen Abstand zu diesem besitzt. Durch die Verknüpfung von weiteren Residuen entsteht eine baumähnliche Struktur, welche erst abbricht wenn kein Residuum mehr im vorher festgelegten Abstand liegt oder der Rand des Bildes die einzige Möglichkeit ist, um die Polarität auszugleichen. Falls anschließend noch ein Residuum ohne Anschluss vorhanden ist, wird von diesem ein neuer Baum begonnen (s. Moll, 2007, S. 45). Die entstandenen Verbindungen fungieren als Barriere, welche bei der Integration nicht geschnitten werden dürfen. Durch Hinzunahme einer Optimalitätsbedingung wird dann ausgehend von einem Startpixel der beste Pfad durch die Szene bestimmt (Ying, 2006). Der Speicherbedarf sowie die benötigte Rechenzeit können bei schlechtem SNR schnell sehr groß werden und zu schlechten Ergebnissen führen.

#### Quality Guided Verfahren

Bei diesen Verfahren werden keine Diskontinuitäten bestimmt, sondern mit Hilfe von Quality Maps ein Pfad für die Integration gesucht. Quality Maps liefern Zusatzinformationen über Gebiete mit guter Reflektanz, wie zum Beispiel Kohärenzbilder. Da Diskontinuitäten überwiegend in Bereichen mit instabilen Phasenwerten auftreten, liefert das Kohärenzbild beispielsweise eine gute Aussage über solche Bereiche. Ausgehend von diesen Informationen wird jedem Pixel eine Güte zugeteilt. Beginnend von einem Startpixel mit hoher Güte wird der gesuchte Pfad, durch das *Region Growing* Verfahren, von Pixeln mit hoher Güte bis hin zu denen mit niedriger Güte ausgeführt. Diese Verfahren und deren Lösung hängen stark von der verwendeten Quality Map ab (Moll, 2007). Neben dem Kohärenzbild wäre es beispielsweise möglich zusätzliche Informationen für dieses Verfahren zu benutzen. Hierbei sollte darauf geachtet werden, dass die Informationen redundant sind.

### 3.3.3 2-D - Globale Verfahren

Bei den globalen Algorithmen wird, im Gegensatz zu den lokalen Verfahren, die Szene als Gesamtes betrachtet und kein Pfad durch das Bild gesucht. Unter der Annahme von Abweichungskriterien wird versucht eine Lösung zu finden, in der sich die Gradienten der Wrapped Phase möglichst wenig von denen der Unwrapped Phase unterscheiden (Moll, 2007). Hierbei geht man davon aus, dass wenn keine Phasenmehrdeutigkeiten vorhanden sind diese identisch sind. Das bedeutet, dass die Abweichungen zwischen Wrapped und Unwrapped Phasenbild in jedem Fall ganzzahlig sind (Costantini, 1997). Die zwei folgenden Algorithmen versuchen diesen Umstand zu nutzen und die entstehenden Mehrdeutigkeiten zwischen Unwrapped und Wrapped Phasenfeld klein zu halten.

### Minimum Norm Verfahren

Bei diesen Methoden wird versucht die  $L^p$  Norm für die Differenz zwischen Wrapped und Unwrapped Phasendifferenzen zu minimieren. Für  $p = 2$  wäre ein kleinste Quadrate (Least Squares) Problem zu lösen. Die *Lambda Methode* von Teunissen (1995) verwendet diese Minimierungsvorschrift und findet bei der Bestimmung der Phasenmehrdeutigkeiten bei GPS-Signalen Anwendung. Als Voraussetzung für dieses Verfahren müssen Gewichte für die Beobachtungen vorhanden sein. Bei Fehlen dieser Gewichte gibt es Methoden, welche eine Fast Fourier (FFT)- oder Diskrete Cosinus Transformation (DCT) einschließen, um das Problem zu lösen. Die  $L^2$ -Norm erzeugt in der Regel ein deutlich weiches Ergebnis im Gegensatz zum lokalen Branch-Cut Verfahren. Aus diesem Grund sollte man bei sehr schnellen Topographieänderungen, wie Klippen oder Spalten, eine andere Minimierungsvorschrift wählen (s. Ying, 2006, S. 5). Die  $L^1$ -Norm liefert im Allgemeinen bessere Ergebnisse aufgrund ihrer Robustheit gegenüber Ausreißern in Gebieten mit niedriger Kohärenz. Verfahren, die eine Minimierung der  $L^0$ -Norm durchführen liefern die besten Ergebnisse, speziell für die Erhaltungseigenschaften der Diskontinuitäten, sind aber extrem schwierig und aufwendig bei der Lösung (Bioucas-Dias und Valadao, 2007).

### Network Flow Methoden

Innerhalb dieser Methoden wird das Phasenfeld als ein Netzwerk angesehen. Das Netzwerk wird durch einen gerichteten Graphen dargestellt, in dem die Residuen als Knoten und die Bögen als Verbindungen zwischen diesen repräsentiert werden (s. Ying, 2006, S. 6). Die entsprechende Polarität des Knotens gibt die Richtung des Bogens an. Knoten mit einer positiven Polarität bilden Quellen und negative bilden Senken. Somit liegt an den Knoten entweder ein Überschuss oder eine Nachfrage vor. Damit das Netzwerk im Gleichgewicht ist, muss ein Fluss von den Quellen zu den Senken fließen. Jeder Bogen besitzt Kosten, welche mit Hilfe einer Kostenfunktion bestimmt werden können (vgl. Kapitel 6). Diese geben an, wie teuer es ist eine Flusseinheit auf dem entsprechenden Bogen zu transportieren. Ziel des Verfahrens ist es somit nach dem optimalen Fluss in jedem Bogen zu suchen, der die Kosten aller Bögen minimiert. Costantini (1997) war der Erste, der eine Übertragung des Phase Unwrapping Problems auf ein Minimum Cost Flow Problem durchgeführt hat. Dabei wurden nicht die Residuen als Knoten angenommen sondern jedes einzelne Pixel. Die Network Flow Methoden werden heutzutage in einer Vielzahl von Anwendungen verwendet, da sie einerseits Lösungsalgorithmen für Netzwerkprobleme, aber auch durch lineare Programme gelöst werden können. Diese Übertragung wird in Kapitel 4.2 ausführlich beschrieben.

## 4. Minimum Cost Flow Probleme

Das Minimum Cost Flow (MCF)-Problem ist eine spezielle Formulierung für ein Netzwerk-Fluss-Problem (engl.: network flow problem). Flussnetzwerke sind in einer Vielzahl von alltäglichen Anwendungen wiederzufinden, wodurch diese einen großen Stellenwert im Bereich der Mathematik, Wirtschaft und Informatik einnehmen. Beispiele für solche Anwendungsgebiete lassen sich im Bereich der Logistik durch das Transportproblem, bei infrastrukturellen Planungen oder physikalischen Zusammenhängen finden (s. Ahuja et al., 1993, S. 1). Im Bereich der Geodäsie kann man diese Netzwerke u.a. zur Berechnung von Höhennetzen verwenden, wie in Schuh (1985) dargestellt wird. Durch den Einsatz solcher Flussnetzwerke ist es somit möglich die wesentlichen Charakteristiken und Systemabläufe für ein Problem mathematisch darzustellen. Da man Netzwerk-Fluss-Probleme auch als mathematische Programme darstellen kann, stellen die Netzwerklösungsalgorithmen in der Regel eine gute Alternative zu den klassischen Verfahren, wie Simplex-Algorithmus oder Interior-Point-Verfahren, dar. Das liegt in den meisten Fällen daran, dass Netzwerklösungsalgorithmen die spezielle Struktur des zugrunde liegenden Netzwerks zum Finden der Lösung, ausnutzen (s. Suhl und Mellouli, 2013, S. 167-168). Somit wird deutlich, dass die Graphentheorie eng mit den Netzwerk-Fluss-Problem verknüpft ist und die damit verbundenen Operationen in einem solchen Netzwerk essentiell für diese Art von Lösungsalgorithmen sind. Durch die enge Verknüpfung lässt sich eine direkte Übertragung des primalen und dualen Problems auf den Graphen des Netzwerks herleiten (Costantini et al., 2009). Aufgrund von notwendigen Ungleichungsrestriktionen an die Parameter kann es dazu kommen, dass eine Lösung nur durch ein lineares Programm erzielt werden kann und eine Berechnung mittels Netzwerklösungsalgorithmen nicht möglich ist (s. Suhl und Mellouli, 2013, S. 168). Die Netzwerk-Fluss-Probleme können im Allgemeinen in Transportprobleme, Shortest Path Probleme, Maximum Cost Flow Probleme und die in diesem Kapitel behandelten Minimum Cost Flow Probleme unterteilt werden. In Suhl und Mellouli (2013) werden noch weitere Problemklassen genannt, allerdings decken die hier aufgelisteten den Großteil der in praktischen Anwendungen vorkommenden Probleme ab. Ahuja et al. (1993) beschreibt in seinem Buch Algorithmen zur Lösung der Problemstellungen der einzelnen Klassen. Für das Minimum Cost Flow Problem sind der Netzwerk Simplex Algorithmus, der Successive Shortest Path Algorithmus und der Cost Scaling Algorithmus zu nennen.

### 4.1 Allgemeiner Ansatz

#### 4.1.1 Darstellung des Problems als Graph

In diesem Unterkapitel wird nun der allgemeine Ansatz des Minimum Cost Flow Problems dargestellt, um die entsprechenden Grundlagen und Bezeichnungen für die in Kapitel 4.2 dargestellte Übertragung auf das Phase Unwrapping zu liefern. Einem jeden Netzwerk-Fluss-Problem liegt ein Netzwerk zu Grunde, welches das darzustellende Problem repräsentieren soll (s. Ford und Fulkerson, 1962, S. 7). In Abbildung 4.1 ist zur Veranschaulichung des Aufbaus und zur Darstellung der Strukturgrößen ein Netzwerk abgebildet, welches zum Beispiel für die Transportwege eines Logistikunternehmens oder ein Höhennetz aus dem Bereich der Geodäsie stehen könnte. Die Abbildung des Beispielnetzwerkes wurde in einer leicht angepassten Darstellung aus Jensen und Bard (2003) entnommen, um für folgende Kapitel eine einheitliche Repräsentation für MCF-Netzwerke festzulegen. Bei dem aufgespannten Netz handelt es sich um einen Graphen, der entweder gerichtet oder ungerichtet sein kann. Im ersten Fall können die Mengen nur in die Richtung transportiert werden, in welche die entsprechende Kante zeigt (siehe Abb.4.1 die grünen Pfeile). Dieser Graph  $G = (N, E)$ , welcher im Allgemeinen Digraph genannt wird, besteht aus Knoten  $i \in N$  (rote Kreise) und Kanten  $(i, j) \in E$

(grüne Linien). Bei einem ungerichteten Graphen ist ein Transport in beide Richtungen der Kante möglich und die Strukturparameter sind ebenfalls richtungsunabhängig. Falls ein ungerichteter Graph vorliegt, kann dieser in einen symmetrischen gerichteten Graphen umgewandelt werden, indem man für jede ungerichtete Kante zwei gerichtete Kanten erzeugt, welche in entgegengesetzte Richtungen zeigen (s. Ridder, 2009, S. 8). Für das MCF-Problem sind somit grundsätzlich parallele Kanten zwischen zwei Knoten erlaubt. Für das in Abbildung 4.1 dargestellte Netzwerk ergeben sich folgende Knoten- und Kantenmengen

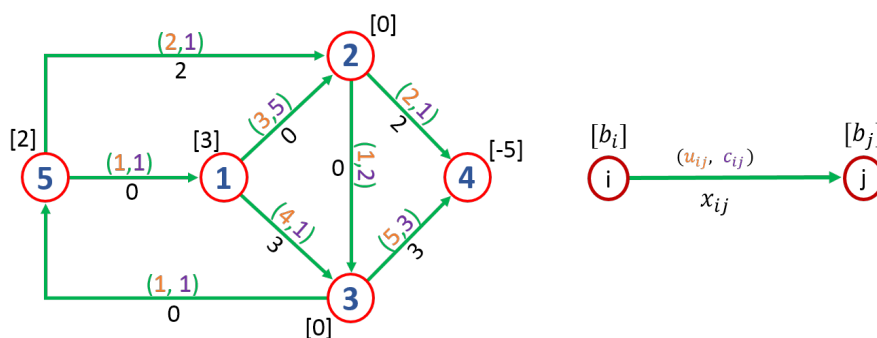
$$N = \{1; 2; 3; 4; 5\} \qquad n = |N| = 5,$$

$$E = \{(1, 2); (1, 3); (2, 3); (2, 4); (3, 4); (3, 5); (5, 1); (5, 2)\} \qquad m = |E| = 8.$$

Die Lösung eines Network Flow Problems hängt vom zugrunde liegenden Graphen ab, da durch diesen, im Gegensatz zum ungerichteten Netzwerk, die Flussrichtung vorgegeben wird (Ahuja et al., 1993). Die Knoten des Graphen besitzen einen Parameter  $b(i)$  (Zahl in eckigen Klammern), welcher diese in

- $b(i) > 0 \rightarrow$  Angebotsknoten,
- $b(i) < 0 \rightarrow$  Nachfrageknoten,
- $b(i) = 0 \rightarrow$  Transportknoten

gliedert. Dieser Parameter steht symbolisch für den Nettobedarf des entsprechenden Knotens und wird im Allgemeinen als Knotenpotential bezeichnet. Dieses berechnet sich durch die Subtraktion aller ausgehenden Flüsse des Knotens  $i$  von allen eingehenden Flüssen des selben Knotens (Jensen und Bard, 2003). Um den aufgespannten gerichteten Graphen in ein Netzwerk-Fluss-Problem übertragen zu können, müssen neben den Knoten auch den Kanten zusätzliche Parameter hinzugefügt werden (siehe Abb. 4.1 Bezeichnungen oberhalb und unterhalb der Kante). Die einzelnen Kanten, welche in der Abbildung 4.1 grün markiert sind, erhalten jeweils Kosten  $c_{ij}$  (lila), eine obere Kapazitätsgrenze  $u_{ij}$  (orange) und eine Variable für den transportierten Fluss  $x_{ij}$  (schwarz unterhalb der Kante). Die Kosten geben hierbei an wie teuer es ist eine Flusseinheit über die entsprechende Kante zu verschieben und bilden somit eine entscheidende Größe, da durch diese der Fluss entscheidend beeinflusst werden kann. Die obere Kapazitätsgrenze gibt den maximalen zulässigen Fluss an, welcher auf einer Kante fließen darf. Man könnte auch als zusätzliche Forderung eine untere Kapazitätsgrenze festlegen. Da an dieser Stelle die Normalform des Minimum Cost Flow Problems dargestellt werden soll, wird die untere Grenze als Null angenommen. Eine Umformung des Problems bei vorhandener unterer Grenze in die in Problemstellung 1 dargestellte Normalform wird in Ahuja et al. (1993) Kapitel 2.4 näher erläutert.



**Abbildung 4.1:** Darstellung eines Flussnetzwerks mit gerichtetem Graphen: Knotendarstellung (rote Kreise) mit Knotenpotential ( $b$ ) und Kantendarstellung (grüne Pfeile) mit den Strukturparametern für Kapazitätsgrenze ( $u_{ij}$ ), Kosten ( $c_{ij}$ ), und Flussvariable ( $x_{ij}$ ) der Kante zwischen  $i$  und  $j$ .

### 4.1.2 Formulierung des primalen und dualen Problems

Der transportierte Fluss sowie die dazugehörigen Kosten einer Kante sind die essentiellen Größen des zu Grunde liegenden Netzwerks. Der transportierte Fluss kann beispielsweise Transportgüter wie Kleidung oder Strom im Bereich der Logistik sein, aber auch Mehrdeutigkeiten in einem Phase Unwrapping Problem, wie in Kapitel 4.2 gezeigt wird. Die im vorherigen Kapitel dargestellten Netzwerkvariablen sind bis auf die Knotenpotentiale in der Normalform des MCF-Problems immer ganzzahlig und positiv (Suhl und Mellouli, 2013). Das Minimum Cost Flow Modell kann durch folgende primale Problemstellung dargestellt werden.

<b>PROBLEMSTELLUNG 1:</b> MINIMUM COST FLOW (PRIMAL)	
<b>Restriktionen:</b>	$\sum_{\{j:(i,j) \in A\}} \mathbf{x}_{ij} - \sum_{\{j:(j,i) \in A\}} \mathbf{x}_{ij} = b(i),$ für alle $(i) \in \mathbf{N}$
<b>Variablendefinition:</b>	$0 \leq \mathbf{x}_{ij} \leq u_{ij} \in \mathbf{N}$ für alle $i \in N$
<b>Zielfunktion:</b>	$\sum_{\forall(i,j) \in E} c_{ij} \mathbf{x}_{ij} \dots \text{Min}$

Hierbei geben die Restriktionen an, dass alle Flüsse aus einem Knoten heraus minus derer in denselben hinein, dem Knotenpotential entsprechen muss. Diese Gleichung wird als Flusserhaltungsbedingung bezeichnet und muss für jedes Minimum Cost Flow Problem erfüllt sein. Die Variablendefinition grenzt die Größe des zu übertragenden Flusses durch die kapazitive Schranke ein (Schuh, 1985). Die Zielfunktion, welche in einem solchen System minimiert werden soll, ist die Summe aller Flüsse multipliziert mit dem zur Kante gehörendem Kostenfaktor. Somit erreicht man, dass der zur Flusserhaltung benötigte Fluss über die Kanten fließt, welche in Summe die geringsten Kosten verursacht (Ahuja et al., 1993). Das in Problemstellung 1 dargestellte Lineare Programm eines MCF-Problems kann mit Hilfe von linearen Lösungsalgorithmen, wie dem Simplex-Verfahren oder dem Interior-Point-Verfahren gelöst werden.

#### Zulässigkeitsbedingung:

Damit ein Minimum Cost Flow Problem eine zulässige Lösung besitzt, muss die Massenbalancebedingung

$$\sum_{i=1}^m b(i) = 0 \tag{4.1}$$

für den zugrunde liegenden Graphen gelten. Trifft dieser Fall nicht zu, dann kann durch das Einfügen zweier Schlupfknoten diese Bedingung erfüllt werden. Die Schlupfknoten sind dabei ein Superquellknoten  $s$  und ein Supersenkenknoten  $t$ , welche in das vorhandene Netzwerk eingefügt werden müssen. Der Superquellknoten besitzt anschließend zu allen Knoten mit  $b(i) > 0$  eine Kante und der Supersenkenknoten zu allen Knoten, wo  $b(i) < 0$  ist. Die dadurch entstehenden Kanten müssen in das bestehende Netzwerk eingefügt werden. Die Schlupfknoten besitzen kein Knotenpotential und die Kosten der Kanten, welche von diesen Knoten abgehen besitzen in der Regel sehr hohe Kosten, damit die Flüsse auf dem ursprünglichen Netzwerk fließen. Bei der in Formel (4.1) dargestellten Bedingung für die Zulässigkeit einer Lösung handelt es sich um eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung. Das liegt daran, dass die Lösung eines solchen Problems, wie bereits erwähnt, auch vom dazugehörigen Netzwerk, den Kosten und den Kapazitäten abhängig ist (Jensen und Bard, 2003).

**Dualität:**

Für jedes primale Problem der linearen Optimierung existiert ein duales Problem (Ahuja et al., 1993). Diese Kernaussage der linearen Optimierung hilft zum Beispiel dabei die Suche einer optimalen Lösung zu beschleunigen oder die Menge der zu bestimmenden Variablen, durch Übergang auf das duale Problem, zu verkleinern. Die zulässige optimale Lösung eines primalen Problems entspricht der des dazu gehörigen dualen Problems, wodurch beide Probleme zur Bestimmung der optimalen Lösung genutzt werden können (siehe primal/duale Interior-Point-Verfahren). Als Beispiel zur Veranschaulichung der Dualität eines Problems werden an dieser Stelle die Vermarktungsstrategien eines Unternehmen betrachtet, welches Kleiderbügel verkauft. Einerseits kann das Unternehmen versuchen die Kosten, welche bei der Produktion der Kleiderbügel entstehen, zu minimieren (Primales Problem - Min Cost Flow Problem) und andererseits kann versucht werden den Gewinn des Unternehmens zu maximieren (Duales Problem - Max Cost Flow Problem). Das duale Problem eines dualen Problems ergibt wieder das primale Problem, wodurch eine beliebige Transformation zwischen den beiden Problemzuständen möglich ist. Die Transformation vom primalen in das entsprechend duale Problem kann mit Hilfe des Tucker Schemas in Tabelle 4.1 durchgeführt werden (s. Dantzig, 1966, S. 126). Für das

PRIMAL	DUAL
<b>Zielfunktion:</b> $\min c^T x$ konst. Glieder $b$ Matrix $A$	konst. Glieder $c$ <b>Zielfunktion:</b> $\max b^T \pi$ Matrix $A^T$
<b>Variable</b> $x_j$	<b>Restriktion</b>
$x_j \geq 0$	j-te Restriktion $\leq$
$x_j$ unbeschränkt	j-te Restriktion $=$
$x_j \leq 0$	j-te Restriktion $\geq$
<b>Restriktion</b>	<b>Variable</b> $\pi_i$
i-te Restriktion $\leq$	$\pi_i \leq 0$
i-te Restriktion $=$	$\pi_i$ unbeschränkt
i-te Restriktion $\geq$	$\pi_i \geq 0$

**Tabelle 4.1:** Tucker-Schema: Übertragungsregeln zwischen Primalen und Dualen Problem

primale Minimum Cost Flow Problem, welches in Problemstellung 1 dargestellt ist, lässt sich durch dieses Schema das duale Problem wie folgt herleiten (s. Ahuja et al., 1993, S. 99).

<u>PROBLEMSTELLUNG 2:</u> MINIMUM COST FLOW (DUAL)	
<b>Restriktionen:</b>	$\pi(i) - \pi(j) - \delta_{ij} \leq c_{ij},$ für alle $(i, j) \in E$
<b>Variablendefinition:</b>	$\delta_{ij} \geq 0,$ für alle $(i, j) \in E$ $\pi(i)$ unbeschränkt
<b>Zielfunktion:</b>	$\sum_{i \in N} b(i)\pi(i) - \sum_{(i,j) \in E} u_{ij}\delta_{ij} \dots \text{Max}$

Bei der Übertragung des primalen auf das duale Problem, wurde für jede Massenbalancebedingung des Knoten  $i$  eine duale Variable  $\pi(i)$  eingeführt. Die duale Variable  $\delta_{ij}$  wurde für die obere Kapazitätsgrenze  $u_{ij}$  einer Kante  $(i, j)$  in das duale Problem eingefügt. Beim dualen Problem wird die Zielfunktion, in der sich die Knotenpotentiale, die dualen Variablen und die Kapazitätsgrenze befindet, maximiert.



**Optimalitätsbedingungen:**

Damit eine Lösung, die beispielsweise durch ein Simplex-Verfahren berechnet wurde, als optimal bezeichnet werden darf, muss diese spezielle Optimalitätsbedingungen erfüllen. Die bereits erwähnten Lösungsverfahren versuchen durch eine endliche Anzahl von Iterationsschritten den Eckpunkt des durch die Restriktionen aufgespannten Polyeders zu erreichen, welche den minimalen/maximalen Abstand zur Zielfunktion besitzt (Dantzig, 1966). Der Komplementäre Schlupf, welcher in Ahuja et al. (1993, S. 99) durch

$$x_{ij} > 0 \quad \Rightarrow \quad \pi(i) - \pi(j) - \delta_{ij} = c_{ij}, \quad (4.2)$$

$$\delta_{ij} > 0 \quad \Rightarrow \quad x_{ij} = u_{ij} \quad (4.3)$$

dargestellt wird, gilt als Zusammenhang zwischen primalen und dualen Variablen. Mit diesem können anschließend die Optimalitätsbedingungen in folgender Form beschrieben werden

$$x_{ij} = 0 \quad \Rightarrow \quad \pi(i) - \pi(j) \leq c_{ij}, \quad (4.4)$$

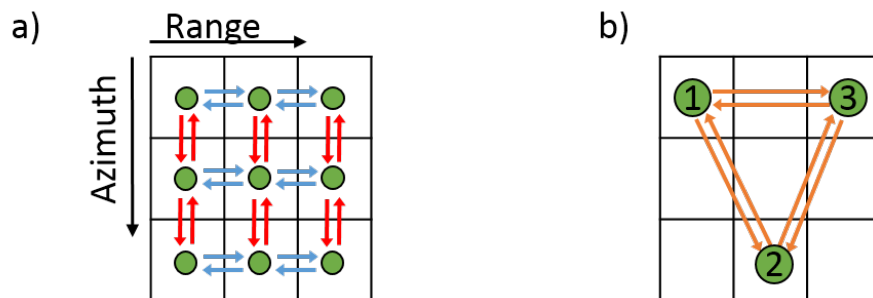
$$0 < x_{ij} < u_{ij} \quad \Rightarrow \quad \pi(i) - \pi(j) = c_{ij}, \quad (4.5)$$

$$x_{ij} = u_{ij} \quad \Rightarrow \quad \pi(i) - \pi(j) \geq c_{ij}. \quad (4.6)$$

Wenn die Zulässigkeits- und Optimalitätsbedingung für eine Lösung eines linearen Programms zutreffen, nennt man diese eine zulässige optimale Lösung für das primale und duale Problem. Dieser Zustand kann einerseits durch Verwendung von Netzwerklösungsalgorithmen oder durch Löser für lineare Programme erreicht werden, welche in ihren Ansätzen aber in der Regel unterschiedlich sind.

## 4.2 Übertragung auf das Phase Unwrapping

In diesem Unterkapitel soll die Übertragung des bereits beschriebenen MCF-Problems auf das Phase Unwrapping dargestellt werden, damit der Ansatz des Edgelist-Algorithmus leichter verständlich gemacht werden kann. Costantini (1997) führte diese Übertragung als Erster für ein rechteckiges vollbesetztes Interferogramm (siehe Abb. 4.2 a) durch und verallgemeinerte die Übertragung in Costantini et al. (2009) für ein dünnbesetztes System (siehe Abb. 4.2 b) durch die Integration von finiten Differenzen. Im weiteren Verlauf dieses Unterkapitels wird versucht die klassische Übertragung mit der Verallgemeinerung zu kombinieren, da im Edgelist-Algorithmus die durch die Verallgemeinerung nutzbaren PSI-Punkte verwendet werden. Costantini erzeugt für die bestehende InSAR-Szene einen Graphen, indem er Kanten zwischen Nachbarpixeln in Azimuth- und Rangerichtung bildet.



**Abbildung 4.2:** Costantinis Definition von Knoten und Kanten: a) Vollbesetzte Szene: Knoten (grüne Kreise), Kanten in Azimuthrichtung (rote Pfeile), Kanten in Rangerichtung (blaue Pfeile); b) Szene mit PSI-Punkten: Knoten (grüne Kreise), Verbindungskanten (orange Pfeile)

Die folgenden Formeln wurden aus den beiden erwähnten Arbeiten entnommen und entsprechend der Einheitlichkeit der Variablen dieser Arbeit an bestehende Variablenbezeichnungen angepasst. Wie in Abbildung 4.2 a) dargestellt wird, definiert er jedes Pixel der Szene als Knoten (grüne Kreise) und die Verbindungen zu den zwei benachbarten Pixeln als Kanten. Hierbei wird zwischen Kanten in Azimuthrichtung (rote Kanten) und Rangerichtung (blaue Kanten) unterschieden. In der Abbildung 4.2 b) hingegen wird keine Unterscheidung zwischen Azimuth- und Rangerichtung durchgeführt, sondern die Kanten durch eine Delaunay Triangulation bestimmt (orange Kanten).

Die Phasendifferenzen, welche durch die Kanten zwischen benachbarten Pixeln repräsentiert werden, können durch die in Formel (3.8) dargestellte Gleichung für die entsprechenden Richtungen berechnet werden. Durch die Annahme, dass sich die Wrapped Phasendifferenz von der Unwrapped Phasendifferenz nur um ein ganzzahliges Vielfaches  $k$  unterscheidet ergibt sich das funktionale Modell des Phase Unwrappings zu

$$Ax + e = l \quad \Rightarrow \quad k_i - k_j + x_{ij} = \Delta k'_{ij}, \quad (4.7)$$

$k_i$  ... Ganzzahlige Mehrdeutigkeit des Unwrapped Knotens  $i$  (Knotenpotential),

$x_{ij}$  ... Residuen zwischen Unwrapped und Wrapped Phasengradienten (Fluss),

$\Delta k'_{ij}$  ... Mehrdeutigkeitsdifferenz im Wrapped Phasenbild (Beobachtungen),

da der in Formel (3.1) gegebene Zusammenhang invertiert werden muss. Dieses ist durch eine Aufintegration der einzelnen Phasendifferenzen möglich. Für die in der rechteckigen vollbesetzten Szene entstehenden Residuen  $x_{ij}$  ergibt sich somit die Unterscheidung in Azimuth- und Rangerichtung zu

$$x^{az}(i, j) = \frac{1}{2\pi} [\Delta \phi^{az}(i, j) - \Delta \psi^{az}(i, j)], \quad (4.8)$$

$$x^{ra}(i, j) = \frac{1}{2\pi} [\Delta \phi^{ra}(i, j) - \Delta \psi^{ra}(i, j)]. \quad (4.9)$$

Die so entstehenden Residuen  $x^{az}$  und  $x^{ra}$  sind durch diesen Zusammenhang immer ganzzahlige Vielfache von  $2\pi$  und geben den Unterschied zwischen Wrapped und Unwrapped Phasendifferenz an. An dieser Stelle liegt allerdings ein überbestimmtes System vor, welches durch Minimierung der Residuen

$$\min_{\{x^{az}, x^{ra}\}} \left\{ \sum_{(ij)} c^{az}(i, j) |x^{az}(i, j)| + \sum_{(ij)} c^{ra}(i, j) |x^{ra}(i, j)| \right\} \quad (4.10)$$

gelöst werden kann. Für die in Abbildung 4.2 b) dargestellte PSI-Szene vereinfacht sich die Formel (4.10) zur Zielfunktion aus der primalen Problemstellung 1 des MCF-Problems, da keine Unterscheidung für die Kantenrichtungen gemacht werden muss.

Die Restriktionen für das MCF-Problem ergeben sich aus der Summe aller Kanten, die das Residuum bilden. Für die in Abbildung 4.2 a) abgebildete ursprüngliche Übertragung ergeben sich die Restriktionen aus der Formel (3.9) zur Bestimmung eines Residuums einer  $2 \times 2$  Pixelnachbarschaft zu

$$\begin{aligned} & x^{az}(i, j+1) - x^{az}(i, j) - x^{ra}(i+1, j) + x^{ra}(i, j) \\ &= -\frac{1}{2\pi} [\Delta \psi^{az}(i, j+1) - \Delta \psi^{az}(i, j) - \Delta \psi^{ra}(i+1, j) + \Delta \psi^{ra}(i, j)]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

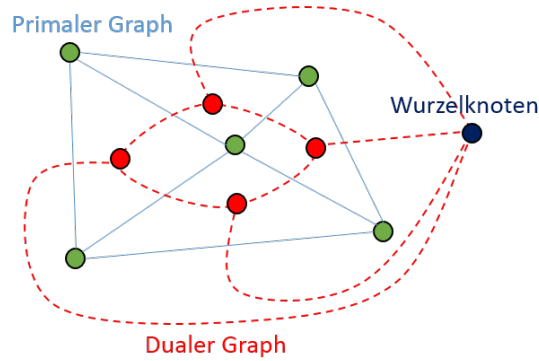
An dieser Stelle liegt kein lineares Problem in Normalform vor, da die Residuen  $x^{az}$  und  $x^{ra}$  positive sowie negative Werte annehmen können. Damit die Übertragung auf ein MCF-Problem gültig ist, werden die Residuen in einen positiven und einen negativen Anteil durch

$$\begin{aligned}
x_{+}^{az}(i, j) &= \max(0, x^{az}(i, j)), & x_{-}^{az}(i, j) &= \min(0, x^{az}(i, j)) \\
x_{+}^{ra}(i, j) &= \max(0, x^{ra}(i, j)), & x_{-}^{ra}(i, j) &= \min(0, x^{ra}(i, j))
\end{aligned} \tag{4.12}$$

aufgespalten. Aus diesem Grund wurden in den Abbildungen 4.2 a) und b) zwei Kanten zwischen den anliegenden Knoten eingefügt. Für das in b) dargestellte PSI-Netzwerk setzt sich das Kreisintegral nicht aus der  $2 \times 2$  Pixelnachbarschaft zusammen, sondern aus den zum Dreieck gehörenden Kanten. Auf der linken Seite der Formel (4.13) sind die jeweiligen Kanten des Dreiecks für die Restriktionen aufgeführt. Die Knotenvariablen fallen auf der rechten Seite der Formel aufgrund der Ringbedingung heraus, was aufgrund der Rotationsfreiheit der Bedingung zustande kommt.

$$\left. \begin{aligned}
k_2 - k_1 + x_{12}^{+} - x_{12}^{-} &= \frac{\Delta\psi_{12}}{2\pi} \\
k_3 - k_2 + x_{23}^{+} - x_{23}^{-} &= \frac{\Delta\psi_{23}}{2\pi} \\
k_1 - k_3 + x_{31}^{+} - x_{31}^{-} &= \frac{\Delta\psi_{31}}{2\pi}
\end{aligned} \right\} x_{12} + x_{23} + x_{31} = \left( \frac{\Delta\psi_{12} + \Delta\psi_{23} + \Delta\psi_{31}}{2\pi} \right). \tag{4.13}$$

Nicht-Null Integrationsresiduen im Dreieck werden Angebots/Nachfrageknoten im entsprechenden Dualen Netzwerk. Das bedeutet, dass die Integration der Differenzen dem Minimum Cost Flow in einem dualen Netzwerk entspricht (Costantini et al., 2009).



**Abbildung 4.3:** Darstellung des primalen und dualen Graphen eines Netzwerks

Hierdurch kann mit Hilfe des dualen Netzwerks die Lösungen des primalen Netzwerkes bestimmt werden (siehe Abbildung 4.3). Der rechte Teil der Gleichung (4.13) gewährleistet die Flusserhaltung in den jeweiligen Knoten der Dreiecke. Somit muss für jedes Dreieck des aufgespannten dünnbesetzten Netzwerkes eine Restriktion durch die Formel (4.13) eingefügt werden. Die positiven sowie negativen Variablen  $x_{ij}$  repräsentieren den Fluss entlang der Kanten des Netzwerkes. Durch die Übertragung des MCF-Problems auf das Phase Unwrapping ergibt sich somit der folgende Zusammenhang, welche mit Hilfe der bereits erwähnten Lösungsalgorithmen für MCF-Probleme gelöst werden kann.

PROBLEMSTELLUNG 3: MINIMUM COST FLOW - PHASE UNWRAPPING	
<b>Restriktionen:</b>	$(x_{ij}^{+} - x_{ij}^{-}) + (x_{jk}^{+} - x_{jk}^{-}) + (x_{ki}^{+} - x_{ki}^{-}) = \frac{(\Delta\psi_{ij} + \Delta\psi_{jk} + \Delta\psi_{ki})}{2\pi}$ , für alle $(i, j, k) \in \text{Dreieck}$
<b>Variablendefinition:</b>	$x^{+} \geq 0 \in \mathbb{N}$ , $x^{-} \geq 0 \in \mathbb{N}$
<b>Zielfunktion:</b>	$\sum_{x^{+}, x^{-}} c^{+} x^{+} + c^{-} x^{-} \dots \text{Min}$



## 5. Edgelist-Algorithmus

Innerhalb dieser Masterarbeit wurde der Edgelist-Algorithmus als Hauptanwendungsverfahren für die Phasenabwicklung gewählt, obwohl seine Rechen- und Speicheranforderungen deutlich höher sind, als bei anderen dreidimensionalen Verfahren. Der Grund dafür ist, dass dieser die in Kapitel 4.2 dargestellte Übertragung des Phase Unwrappings auf ein MCF-Problem, welche heutzutage in einem Großteil der praktischen Software (z.B. SNAPHU) zur Anwendung kommt, verständlich aufgreift. Dieser Ansatz wird durch diesen Algorithmus durch einen einfachen Zwischenschritt auf das Dreidimensionale erweitert. Der Edgelist-Algorithmus ist im Gegensatz zu dem zuvor dargestellten ursprünglichen MCF-Verfahren aus Kapitel 4 eine Methode, um Phase Unwrapping auf dreidimensionale Daten anzuwenden. Hierbei besitzen die Daten zwei räumliche und eine zeitliche Datendimension. Der Edgelist-Algorithmus basiert, wie der MCF-Algorithmus, auf einer globalen Kostenminimierung und gehört zu den Network Flow Methoden. Einer der wesentlichen Unterschiede zwischen den beiden Ansätzen liegt darin, dass der Edgelist Algorithmus nicht für jede geschlossene Schleife (Fluss zwischen Residuen) eine Restriktion erzeugt, sondern für jede einzelne Kante der Schleife, wodurch dieser seinen Namen erhalten hat (Shanker und Zebker, 2010). Dadurch können, wie im weiteren Verlauf gezeigt wird, multidimensionale Daten mit diesem Algorithmus verarbeitet werden. Neben der Verarbeitung von mehrdimensionalen Daten können aber auch Zusatzbeobachtungen, wie GPS-Höhen von bekannten Bodenpunkten, zur Bestimmung der Mehrdeutigkeiten verwendet werden. Dadurch, dass die Formulierung der  $L^1$ -Norm in diesem MCF-Netzwerk eine totale unimodulare Matrix enthält, sind die Lösungen dieses Problems immer ganzzahlig, welches im weiteren Verlauf des Kapitels näher beschrieben (s. Shanker, 2010, S. 74-75).

### 5.1 Ansatz des Verfahrens

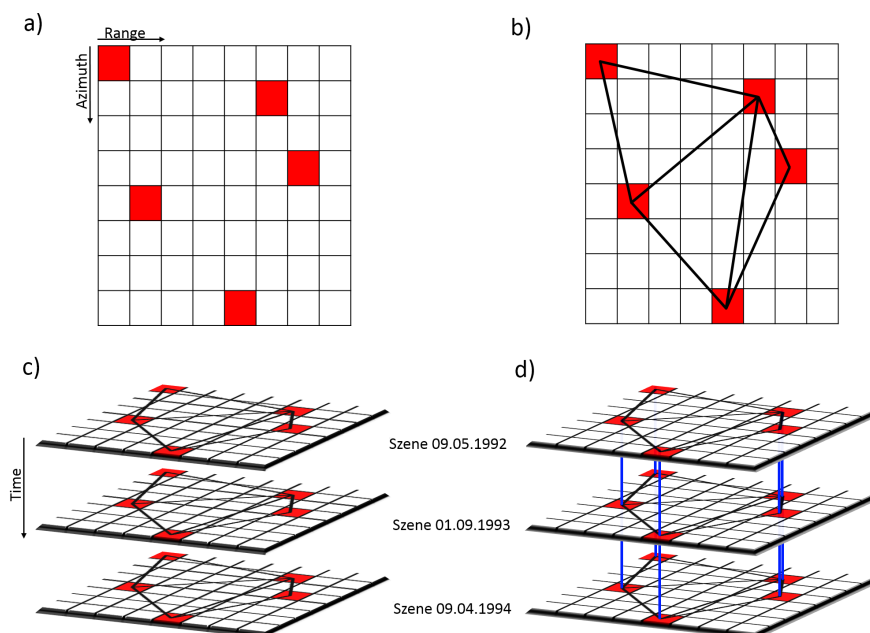
#### 5.1.1 Grundlagen und Voraussetzungen des Ansatzes

Zunächst werden bei der Beschreibung des Ansatzes, nicht alle Punkte der Interferogramme betrachtet, sondern nur die in Kapitel 2.5 beschriebenen PSI-Punkte (vgl Abb.: 5.1 a). Bei einer Verwendung aller Pixel bei der Phasenabwicklung würde die aufzustellende Restriktionsmatrix des Problems sehr groß werden und die Zeit zum Lösen des Problems entsprechend steigen. PSI-Punkte besitzen weiterhin den Vorteil, dass diese gute Rückstreueigenschaften der Pixel gewährleisten und das Signal-Rausch-Verhältnis sowie die Kohärenz dieser Pixel hoch ist. Da das Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten stark vom Rauschen der jeweiligen Phase abhängig ist, bieten die PSI-Punkte einen großen Vorteil für die Abwicklung (s. Kampes, 2006, Kapitel 2). Durch die Verwendung solcher Punkte können auch nicht regelmäßig abgetastete Aufnahmen zur Erweiterung des Datenstapels und somit als Zusatzinformationen für das Phasenfeld verwendet werden. Nach der Auswahl der PSI-Punkte handelt es sich, bei Betrachtung einer einzelnen Szene, nicht mehr um ein reguläres Gitter, wo jedes Pixel einen direkten Nachbarn besitzt. Somit müssen für jeden PSI-Punkt die Nachbarn gefunden werden, um anschließend die Schleifen für die Restriktion des Kreisintegrals bestimmen zu können. Hierfür wird in Costantini und Rosen (1999) gezeigt, dass sich nicht überlappende Dreiecke verwendet werden können, um mit deren Hilfe die Restriktionen aufzustellen. Zur Bildung dieser Dreiecke kann eine Delaunay Triangulation verwendet werden, welche so definiert ist, dass innerhalb eines Umkreises um drei Punkte, die ein Dreieck bilden, kein weiterer Punkt liegen darf (Klein, 2005). Dieses nennt sich Kriterium des leeren Umkreises und stellt sicher, dass sich die Dreiecke nicht überlappen und dass alle Punkte in der Triangulation verwendet werden (vgl Abb.: 5.1 b). Die Kanten der Delaunay Triangulation bilden die Restriktionen für

den Edgelist Algorithmus und legen fest zwischen welchen Punkten die Mehrdeutigkeiten bestimmt werden können. In der Praxis wird oft eine Zusatzbedingung eingeführt, welche Kanten mit einer zu großen Länge aus der Menge der Kanten löscht. Dadurch wird verhindert, dass zu weit voneinander entfernte Gebiete, mit unkorrelierten Informationen, verbunden werden. Hierzu zählen beispielsweise Küstengebiete oder Regionen mit großen Seen, da dort eine Bestimmung der Kosten, wie sie in Kapitel 6 dargestellt wird, nicht möglich wäre (Pepe und Lanari, 2006). Das dort zugrunde liegende Modell zur Bestimmung der statistischen Kosten basiert auf der Annahme, dass zwischen den Pixeln Erdoberfläche vorhanden ist. Da der Edgelist-Algorithmus ein dreidimensionaler Ansatz ist, müssen neben den durch die Delaunay Triangulation bestimmten räumlichen Kanten, noch die zeitlichen Kanten bestimmt werden. Da die PSI-Punkte in allen oder mindestens in zwei zeitlich benachbarten Szenen vorkommen müssen, wird die auf der Masterszene ausgeführte Delaunay Triangulation auf alle Szenen des Datenstapels projiziert. Bei Betrachtung des Datenstapels wird deutlich, dass ein PSI-Punkt auch als Zeitreihe

$$PSI(t) = \psi^t(i, j) \quad \text{mit } t = \text{Zeitpunkt der Aufnahme;} \\ i = 1 \dots n \text{ und } j = 1 \dots m \quad (5.1)$$

dargestellt werden kann (vgl. Abb.: 5.1 c). Wenn sich alle D-InSAR Szenen auf die selbe Masterszene beziehen, kann der Datenstapel entsprechend dem zeitlichen Abstand zur Masterszene sortiert werden. Die zeitlichen Kanten entsprechen in diesem Fall den Verbindungen zwischen zeitlich benachbarten PSI-Punkten (vgl. Abb.: 5.1 d). Die so bestimmten Kanten würden somit die Änderung der Deformation über die Zeit, ohne Festlegung eines Deformationsmodells angeben, nachdem die vorhandenen Mehrdeutigkeiten bestimmt wurden (Shanker und Zebker, 2010). Falls die Masterszene für jedes Interferogramm unterschiedlich ist, lassen sich die Änderungen nicht mehr auf eine vorhandene Startdeformation zurückführen. Die Aussagekraft der zeitlichen Kanten würde damit sehr gering werden und eine direkte Bestimmung der Deformation für die PSI-Punkte über die Zeit nicht möglich sein. Für die eigentliche Lösbarkeit der Phasenmehrdeutigkeiten des Stapels stellt dieses allerdings kein Problem dar.

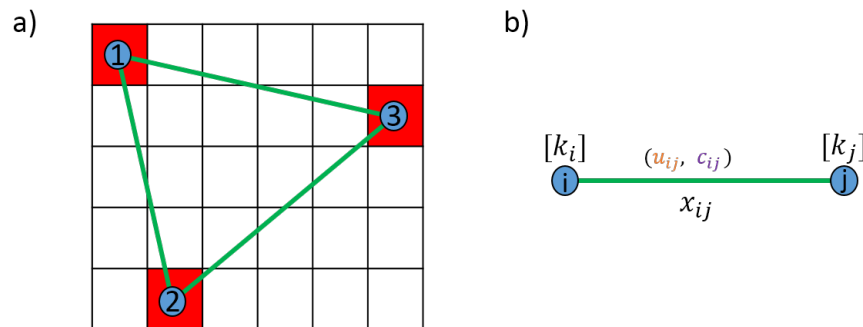


**Abbildung 5.1:** Teilschritte zur Erzeugung der Kanten für den Edgelist-Algorithmus: a) Einzelne Szene mit markierten PSI-Punkten (rot); b) Räumliche Kanten (schwarz) durch Delaunay Triangulation der PSI-Punkte; c) Projektion der Delaunay Triangulation auf alle Szenen eines Datenstapels; d) Zeitliche Kanten (blau) durch Verbindung zeitlich benachbarter PSI-Punkte

### 5.1.2 Aufstellung des Minimierungsproblems

Die folgenden Formeln sowie die Darstellung des Minimierungsproblems zum Algorithmus wurden dem Paper von Shanker und Zebker (2010) sowie dem Vortrag Costantini et al. (2009) während des FRINGE Workshops entnommen. Damit die Variablenbezeichnungen innerhalb der Masterarbeit konsistent bleiben, wurden die verwendeten Formeln dahingehend angepasst. Ausgangspunkt zur Aufstellung des Minimierungsproblems für den Edgelist Algorithmus ist das in Problemstellung 1 dargestellte Minimum Cost Flow Problem sowie die durch Costantini (1997) durchgeführte Übertragung auf das Phase Unwrapping (vgl Kapitel 4.2). Mit der zu Beginn des Kapitels beschriebenen Bestimmung der räumlichen und zeitlichen Kanten kann das Minimierungsproblem wie folgt beschrieben werden.

Die Menge  $V$  der PSI-Punkte wird als  $(|V| = N)$  festgelegt und wie beim MCF als Knoten bezeichnet. Die gemessenen Wrapped Phasenwerte an den PSI-Punkten sind, wie in Formel (3.1) abgebildet, als  $[\psi_i, i \in (1, \dots, N)]$  repräsentiert. Die Menge an Kanten  $E$  wird durch  $(|E| = M)$  definiert und bildet zusammen mit  $V$  den gerichteten Graphen  $G := (V, E)$  des aufzuspannenden Netzes. Hierbei zählen die räumlichen sowie die zeitlichen Kanten, zur Menge  $E$ . Die Start- und Endknoten der Kante werden durch  $(i, j) \in E$  identifiziert.



**Abbildung 5.2:** Darstellung der Triangulation als Netzwerk: a) Triangulation als Netzwerk mit Knoten (blau) und Kanten (grün); b) Parameter des Netzwerks:  $k$  = Knotenpotential;  $u$  = obere Grenze des Flusses;  $c$  = Kosten;  $x$  = Fluss der Kante

In Abbildung 5.2 a) ist eine einfache Darstellung eines, durch die Triangulation aufgestellten, Netzwerkes für ein MCF-Problem mit Kanten (grün) und Knoten (blau) abgebildet. Des Weiteren sind im Teil b) der Abbildung die für das Netzwerk benötigten Variablen, wie sie bereits in Kapitel 4 eingeführt wurden, für eine Beispielkante visualisiert. Für das Netzwerk der Abbildung ergeben sich somit drei Kanten und drei Knoten. Die mathematische Übertragung vom MCF-Problem auf das Phase Unwrapping aus Kapitel 4.2 gilt ebenfalls für den Edgelist-Algorithmus. Allerdings werden die Kanten, wie in Formel (4.13), nicht zu einer Gleichung für die gesamte Schleife zusammengefasst, sondern separat als Restriktionen betrachtet. Für jede Kante  $(i, j)$  der Menge  $E$  des Graphen gilt somit die Restriktion

$$k_j - k_i + x_{ij} = \left[ \frac{\psi_i - \psi_j}{2\pi} \right] \quad \text{mit } (i, j) \in E. \quad (5.2)$$

Die Knotenpotentiale  $k_i$  und  $k_j$  stehen in diesem Zusammenhang für die ganzzahligen Mehrdeutigkeiten in den Knoten, welche zum Wrapped Phasenwert  $\psi$  hinzu addiert werden müssen, um die absolute Phase zur erhalten. An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass es sich bei gemessenen und wahren Phasenwerten sowie der Mehrdeutigkeiten um Doppeldifferenzen handelt. Diese resultieren, wie in Formel (3.7) dargestellt, aufgrund der Bildung des Interferogramms aus zwei SAR-Aufnahmen und der Differenzenbildung zur Darstellung der Restriktionen der Kanten in (5.2). Auf der rechten Seite dieser Gleichung befindet sich der

Rundungsoperator  $[\cdot]$  für die Differenz der gemessenen Phasen, damit die zu bestimmenden Mehrdeutigkeiten ganzzahlig sind. Die Variable  $x_{ij}$  symbolisiert die Residuen zwischen eingewickelter und abgewickelter Phase der Differenzen der Mehrdeutigkeiten in Knoten  $i$  und  $j$ . Diese sind aufgrund des Zusammenhangs immer ganzzahlig. Beim Nichtvorhandensein von Diskontinuitäten sind diese Null und bilden den Fluss auf der dazugehörigen Kante. Wie beim MCF besitzen auch diese Flüsse eine obere Grenze (in der Abbildung 5.2 b) als  $\mathbf{u}$  bezeichnet). Die untere Grenze wird wie in der Normalform des MCF in Problemstellung 1 als Null angenommen. Es besteht allerdings die Möglichkeit der Einführung einer unteren Grenze, falls diese ungleich Null sein soll. Damit der allgemeine Ansatz des MCF weiterhin genutzt werden kann, wird eine Transformation in der Form durchgeführt, dass eine zusätzliche Restriktion innerhalb des Linearen Programms erzeugt wird und die untere Grenze wieder auf Null gesetzt wird. Solche Umformungen werden für MCF-Probleme Netzwerk Transformationen genannt und in Ahuja et al. (1993) Kapitel 2.4 beschrieben. Bei der in (5.2) dargestellten Gleichung handelt es sich, bei Betrachtung aller Kanten, um ein überbestimmtes System, welches durch die Zielfunktion

$$\min \sum_{\forall(i,j) \in E} c_{ij} x_{ij} \quad (5.3)$$

gelöst werden kann. An dieser Stelle liegt allerdings wieder kein lineares Programm in Normalform vor, wodurch der Fluss  $x_{ij}$ , wie bei der Übertragung in Kapitel 4.2, positive sowie negative Werte annehmen kann. Somit wird der Fluss in zwei nicht negative ganzzahlige Flussvariablen  $P_{ij}$  und  $Q_{ij}$  aufgeteilt. Diese werden mit einem nicht negativen, konvexen Kostenfaktor  $c_{ij}$  (in der Abbildung 5.2 b) als  $\mathbf{c}$  bezeichnet) multipliziert. Die Kosten sind einer der essentiellen Parameter bei einem MCF-Problem, da diese angeben, wie teuer es ist eine Flusseinheit über eine Verbindungskante zu schicken. Bezogen auf das Phase Unwrapping geben die Kosten an wie wahrscheinlich es ist, dass zwischen Start- und Endknoten einer Kante des Netzwerks eine Mehrdeutigkeit vorhanden ist (Moll, 2007). Aus diesem Grund muss beim Edgelist-Algorithmus eine Unterscheidung zwischen den Kosten für räumliche und zeitliche Kanten gemacht werden (vgl. Kapitel 6). Ein Teil der in der Praxis zur Anwendung kommenden Verfahren unterscheidet sich beispielsweise nur in der Bestimmung der Kosten. Zur Bestimmung der allgemeinen Problemstellung muss das Produkt aus Kosten und Fluss wie folgt minimiert werden.

**PROBLEMSTELLUNG 4: EDGELIST-ALGORITHMUS**

**Restriktionen:**  $\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_i + \mathbf{P}_{ij} - \mathbf{Q}_{ij} = \left[ \frac{\psi_i - \psi_j}{2\pi} \right],$   
für alle  $(i, j) \in \mathbf{E}$

**Variablendefinition:**  $\mathbf{k}_i \in \mathbf{N},$  für  $i = 1 \dots N;$   
 $0 \leq \mathbf{P}_{ij} \leq u_{ij} \in \mathbf{N};$   
 $0 \leq \mathbf{Q}_{ij} \leq u_{ij} \in \mathbf{N}$

**Zielfunktion:**  $\sum_{\forall(i,j) \in E} c_{ij} (\mathbf{P}_{ij} - \mathbf{Q}_{ij}) \dots \text{Min}$

Das in Problemstellung 4 dargestellte allgemeine Minimierungsproblem kann mit Hilfe eines Lösungsalgorithmus der linearen Optimierung, wie zum Beispiel den Simplex-Algorithmus oder einem Interior-Point Verfahren, gelöst werden (vgl. Kapitel 7.3). Bei der Problemstellung handelt es sich um eine Variation eines ganzzahligen dualen Netzwerkflussproblems mit konvexen Kosten (s. Shanker, 2010, S. 71). Zur Lösung solcher Probleme wird in Ahuja et al. (2003) einerseits die Lagrangesche Relaxation zur Transformation des Problems auf eines mit nicht linearen Kosten genannt. Als weiterer Löser wird der Cost-Scaling Algorithmus, welcher die Kostenfunktion als stückweise linear konvexe Funktionen annimmt, beschrieben. Somit wird aus



Problemstellung 4 deutlich, dass jede Kante des Netzwerks als Restriktion in das System aufgenommen wird. Das zu lösende Gleichungssystem des linearen Programms, welches sich aus der Problemstellung 4 ergibt, wird in Abbildung 5.3 dargestellt.

$$\underbrace{\left( \begin{array}{cccc|cc} 1 & -1 & & & & 0 \\ & & 1 & -1 & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & 1 & -1 \\ \mathbf{0} & & & & & & \end{array} \right)}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} P_{ij} \\ Q_{ij} \\ \vdots \\ P_{ij} \\ Q_{ij} \\ \hline k_1 \\ \vdots \\ k_N \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \left[ \frac{(\psi_i - \psi_j)}{2\pi} \right] \\ \vdots \\ \left[ \frac{(\psi_i - \psi_j)}{2\pi} \right] \end{pmatrix}}_{\mathbf{b}}$$

Für jede Zeile:  
i-te Spalte = -1  
j-te Spalte = 1  
Rest = 0

Abbildung 5.3: Modellierung des Gleichungssystems zur Lösung der Problemstellung 4 als lineares Programm

Das System setzt sich aus der Restriktionsmatrix  $\mathbf{B}$ , dem Parametervektor  $\mathbf{x}$  und dem Vektor der rechten Seite  $\mathbf{b}$  zusammen. Die Restriktionsmatrix besitzt die Größe  $M \times 2 \cdot M + N$ , da es für jede Kante zwei positive Flussvariablen ( $P_{ij}, Q_{ij}$ ) sowie die Variablen  $k_i$  und  $k_j$  für alle Kanten gibt. In  $\mathbf{x}$  stehen alle Flussvariablen sowie alle Knotenpotentiale, wodurch sich eine Dimension von  $2 \cdot M + N \times 1$  ergibt. Die Kosten für die Knotenpotentiale sind Null, da sie nicht in der Zielfunktion vorhanden sind. Der Vektor  $\mathbf{b}$  beinhaltet die rechte Seite der Restriktionen für jede Kante des Netzwerks und besitzt somit die Dimensionen  $M \times 1$ . In Formel (5.4) wird für das Netzwerk in Abbildung 5.2 beispielhaft die Restriktionsmatrix mit den entsprechenden Einträgen dargestellt.

$$\left. \begin{array}{l} P_{12} - Q_{12} + k_2 - k_1 \\ P_{13} - Q_{13} + k_3 - k_1 \\ P_{23} - Q_{23} + k_3 - k_2 \end{array} \right\} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Bei der in (5.4) dargestellten Matrix handelt es sich um eine Total unimodulare Matrix (TUM). Für diese gilt die Definition 5.1, womit sich bei der Lösung des linearen Programms der Vorteil bietet, dass der Lösungsvektor immer ganzzahlig ist und somit effiziente Lösungsverfahren der linearen Optimierung verwendet werden können (Shanker und Zebker, 2010).

**Definition 5.1 (Total unimodulare Matrix)** Eine Matrix  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ist total unimodular genau dann, wenn jede quadratische Untermatrix von  $\mathbf{A}$  die Determinante 0, 1 oder -1 besitzt.

Die Annahme, dass es sich bei der Restriktionsmatrix des Problems um eine TUM handelt wird in Shanker (2010, S. 74 - 75) bewiesen. Ein weiterer Vorteil des Algorithmus ist es, dass man Zusatzinformation, wie zum Beispiel bekannte GPS-Höhen oder die aus Nivellementsnetzen, als zusätzliche Restriktion in die Matrix  $\mathbf{B}$  einfügen kann. Hierbei ist der Vorteil des Edgelist Algorithmus, im Gegensatz zum MCF-Problem, dass die Restriktionsmatrix hierbei total unimodular bleibt (s. Shanker, 2010, S. 77-78). Für die Zusatzinformationen werden allerdings keine zusätzlichen Flussvariablen  $P_{ij}$  und  $Q_{ij}$  eingeführt, sondern nur die rechte Seite der Restriktionsmatrix erhält zusätzliche Einträge. Zwei mögliche Ansätze zur Lösung des Edgelist-Algorithmus sind in Kapitel 7.3 zu finden, wobei dort auf die Vor- und Nachteile der Verfahren eingegangen wird.

## 5.2 Vergleich zum MCF-Ansatz von Costantini

In diesem Kapitel sollen die wesentlichen Unterschiede zwischen dem MCF-Ansatz von Costantini (1997) (vgl. Kapitel 4) und dem zuvor beschriebenen Edgelist-Ansatz von Shanker und Zebker (2010) aufgezeigt werden. Hierbei wird zunächst davon ausgegangen, dass der Edgelist-Algorithmus auf 2-D Datensätze angewendet wird. Bei der Tabelle 5.1, welche Shanker (2010) entnommen wurde, wird schnell deutlich, dass der MCF-Algorithmus deutlich weniger Variablen sowie Restriktionen benötigt als der Edgelist-Algorithmus.

Das liegt daran, dass beim MCF-Algorithmus die Summe der Kanten einer Schleife betrachtet wird und beim Edgelist jede Kante einzeln. Das bedeutet auf der einen Seite, dass der Algorithmus von Shanker und Zebker (2010) einen allgemeineren und flexibleren Ansatz zu dem des MCF-Ansatzes darstellt. Auf der anderen Seite benötigt dieser allerdings deutlich mehr Speicherkapazitäten und Rechenzeit. Vorteilhaft wäre es somit ein Gitter aus PSI-Punkten zu verwenden, um die Datenmenge und die dadurch resultierende Größe des Problems zu reduzieren.

Wie im vorhergehenden Unterkapitel beschrieben, besitzt der Edgelist-Algorithmus den Vorteil, dass Zusatzinformationen als zusätzliche Restriktion mit in das Problem aufgenommen werden können. Insgesamt sollte der Edgelist-Algorithmus nicht auf zweidimensionale Datensätze angewendet werden, da es hierfür deutlich effizientere Ansätze gibt. Das Finden der Lösung des Problems und die damit verbundene Rechenzeit hängt hierbei zudem auch stark vom verwendeten Löser ab.

Für das Small Baseline Subset (SBAS)-Verfahren könnte dieser Algorithmus eine sinnvolle Erweiterung darstellen, da eine zeitliche Tiefpass-Filterung als Kosten für die zeitlichen Kanten verwendet werden könnten und somit ein Prozessierungsschritt in der Routine von Bernardino et al. (2002) zur Bestimmung der PSI-Punkte eingespart werden könnte.

	Minimum Cost Flow	Edgelist
Dimensionen des Interferogramms	$M \times N$	$M \times N$
Anzahl der Variablen	$4MN - 2M - 2N$	$5MN - 2M - 2N$
Anzahl der Restriktionen	$MN - M - N + 1$	$2MN - M - N$
Nicht-Null Einträge der Restriktionsmatrix	$8MN - 8M - 8N + 8$	$8MN - 4M - 4N$

**Tabelle 5.1:** Anzahl der Parameter zur Darstellung einer 2-D Szene im MCF- und Edgelist-Algorithmus (entnommen aus Shanker (2010) Seite 73)

## 6. Statistische Kostenfunktionen

In diesem Kapitel geht es um die Darstellung der theoretischen Grundlagen zur Bestimmung der statistischen Kostenfunktionen SCF, mit deren Hilfe die Kosten für das Minimierungsproblem des Edgelist-Algorithmus bestimmt werden können. Hierbei dienen die Kosten als Gewichte für die einzelnen Variablen der zu minimierenden Zielfunktion. Neben dem in dieser Masterarbeit verwendeten Ansatz von Chen und Zebker (2001), gibt es eine Reihe von weiteren möglichen Verfahren zur Bestimmung dieser Kosten, auf die im Folgenden aber nicht weiter eingegangen wird. Die Bestimmung der Kosten mittels SCF kommt ebenfalls in der SNAPHU-Toolbox zum Einsatz, wobei sich dort die Berechnung nicht auf den dreidimensionalen Fall eines Datenstapels anwenden lässt. Aus diesem Grund wird in Kapitel 6.2 beschrieben wie die Kosten für die zeitlichen Kanten des Edgelist-Algorithmus bestimmt werden. Hierbei wird eine ähnliche Berechnung wie für die räumlichen Kanten verwendet, weil der grundlegende Zusammenhang zwischen Phasengradient und Kosten nicht durch die Dimension verändert wird. Diese Form der Kostenbestimmung wird in der Arbeit von (Shanker und Zebker, 2010) für die Berechnung der zeitlichen Kanten verwendet.

Ausgehend von der Beschreibung der Phasenabwicklung als Problem einer Maximum a posteriori probability (MAP)-Schätzung, werden generalisierte nicht lineare Kostenfunktionen benutzt, um die physikalischen Zusammenhänge der zu bestimmenden Zielfunktion zu beschreiben (s. Chen und Zebker, 2001, S. 36). Die Einflüsse von Topographie, Deformation und dem Phasenrauschen auf das Phasensignal lassen sich somit durch die Beobachtungsgrößen der Intensität  $I$  und der Kohärenz  $\gamma$  schätzen. Da diese Größen durch unterschiedliche Rückstreuungseigenschaften der Erdoberfläche lokal innerhalb des Interferogramms variieren, entstehen unterschiedliche Kosten für die einzelnen Phasengradienten (s. Chen und Zebker, 2001, S. 39). Folglich können diese Kosten benutzt werden, um das Minimierungsproblem der Phasenabwicklung zu verbessern, weil durch die Beobachtungen Informationen über mögliche Phasensprünge für die einzelnen Kanten des Netzwerks in das Problem mit aufgenommen werden.

Da solche Kostenfunktionen immer auf Modellen und Annahmen basieren, kann es vorkommen, dass es durch nicht modellierte Einflüsse auf das Signal oder der Annahme eines falschen Verhaltens zu einer falschen Kostenbestimmung kommt (s. Chen und Zebker, 2001, S. 36). Da die Kosten direkt auf die Flussvariablen in der Zielfunktion wirken, können diese zu falschen Phasenabwicklungen führen.

### 6.1 Kostenfunktion des interferometrischen Phasensignals

Das interferometrische Phasensignal setzt sich, wie in Formel 2.13 dargestellt wird, aus mehreren verschiedenen Phasenanteilen zusammen. Hierbei besteht das Problem darin, dass die einzelnen Anteile in unterschiedlicher Form Mehrdeutigkeiten erzeugen können. Aufgrund dieser Komplexität des Signals erfordern InSAR-Aufnahmen im Gegensatz zu D-InSAR-Aufnahmen unterschiedliche Kostenfunktionen für die Phasenabwicklung. Die Modellierung der Kostenfunktionen der Phasenanteile für die Topographie und die Deformation bilden somit einen Teil der Gesamtkostenfunktion für das Minimierungsproblem der Phasenabwicklung. Aufgrund der im praktischen Teil der Masterarbeit zu Anwendung kommenden D-InSAR-Aufnahmen beschränkt sich die Beschreibung auf die Kostenfunktionen der Topographie und der Deformation. Auf die Modellierung des Anteils des Phasenrauschens wird in dieser Arbeit verzichtet, da lediglich ein grober Überblick über den Ansatz und die zur Berechnung der Kosten notwendigen Parameter gegeben werden soll. Eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Herleitungen befindet sich in Chen und Zebker (2001). Die im weiteren Verlauf des Kapitels verwendeten Formeln werden ebenfalls aus dieser Arbeit entnommen und an die Variablenbezeichnung dieser Masterarbeit angepasst. Zur Bestimmung der Gesamtkostenfunktion wird der

in Formel (4.10) dargestellte Ansatz des Phase Unwrappings als Minimierungsproblem verwendet. Hierbei werden die Differenzen zwischen “wrapped” und “unwrapped“ Phasengradienten minimiert und lassen sich allgemein durch

$$\min \left\{ \sum_k g_k(\Delta\phi_k, \Delta\psi_k) \right\} \quad \text{mit} \quad g_k(\Delta\phi_k, \Delta\psi_k) = c_k |\Delta\phi_k - \Delta\psi_k|^p \quad (6.1)$$

darstellen. Hierbei stellt  $g_k$  die zu minimierende Kostenfunktion dar, welche für jede Kante des aufgespannten Netzwerks die Kosten bestimmt. Durch die in Chen und Zebker (s. 2001, S. 37-39) durchgeführte Umformung der generalisierten Kostenfunktion aus Formel (6.1) in eine MAP-Schätzung ergibt sich die Kostenfunktion als Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (WDF) der abgewickelten Phasengradienten.

$$g_k(\Delta\phi_k, \Delta\psi_k) = -\log(f(\Delta\phi_k|\psi_k)) \quad (6.2)$$

Um die Formel (6.2) einerseits zu vereinfachen und andererseits mit dieser diskrete Gradientenkosten ableiten zu können, müssen zusätzliche Annahmen getroffen werden. Da sich die Phasengradienten immer um ganzzahlige Vielfache von  $\pi$  unterscheiden, kann die Funktion auf das Schätzen der Verteilung der abgewickelten Phasengradienten  $f(\Delta\phi)$  vereinfacht werden. Die vereinfachte Kostenfunktion wird durch die Intensität  $I$  und die Kohärenz  $\gamma$  zu der bedingten Kostenfunktion

$$g_k(\Delta\phi_k, \Delta\psi_k) = -\log(f(\Delta\phi_k|I, \gamma)) \quad (6.3)$$

umgeformt, um mit dieser die physikalischen Zusammenhänge der Topographie und der Deformation auf das Phasensignal modellieren zu können (s. Chen und Zebker, 2001, S. 39).

### 6.1.1 Die Kostenfunktion für topographische Messungen

Die Kostenfunktion der Topographie bildet einen Teil der Gesamtkostenfunktion, wie sie in Formel (6.3) dargestellt wird. Für die Modellierung dieses Anteils  $\Delta\phi_{topo}$  des Gradienten des Gesamtsignals  $\Delta\phi_k$  wird zunächst der Zusammenhang zwischen der Geländehöhe und einer einzelnen Phasenmessung betrachtet. Aus Formel (2.7) ergibt sich die topographische Phasenkomponente näherungsweise zu

$$\phi(h) = \frac{4\pi B_\perp}{\lambda r \sin \Theta} h. \quad (6.4)$$

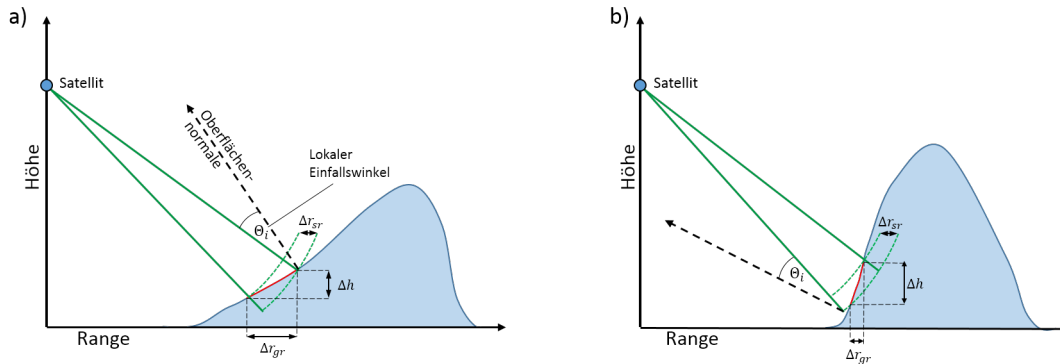
Folglich ergibt sich für den topographischen Phasengradienten  $\Delta\phi_{topo}$  eine lineare Abhängigkeit von der relativen Höhenänderung  $\Delta h$  und der damit verbundenen Neigung der Erdoberfläche (s. Chen und Zebker, 2001, S. 43). Der Gradient wird beim Edgelist-Verfahren zwischen den zu einer Kante gehörenden Punktpaaren gebildet. Zur Bestimmung der bedingten WDF wird der Gradient durch den Satz von Bayes in Abhängigkeit von der gemessenen Intensität  $I$  und der Kohärenz  $\gamma$  gesetzt.

$$f(\Delta\phi_{topo}|I, \gamma) = \frac{f(\Delta\phi_{topo}|I)f(\gamma|\Delta\phi_{topo}|I)}{f(\gamma|I)} \quad (6.5)$$

Anhand der Formel (6.5) wird deutlich, dass nur die Abhängigkeiten von der Intensität sowie von der Kohärenz für den topographischen Phasengradienten modelliert werden müssen. Für den Nenner sowie den rechten Teil des Zähler dieser Formel wird angenommen, dass die Intensität unabhängig von der Kohärenz ist und somit vernachlässigt werden kann. Dementsprechend wird zunächst die Modellierung von  $f(\Delta\phi_{topo}|I)$  und anschließend die von  $f(\Delta\gamma|\Delta\phi_{topo})$  in kurzer Form beschrieben, da die verwendeten Modelle teilweise sehr komplex und die Beschreibung zusätzlicher Grundlagen über das Phasensignal erfordern würden.

Modellierung von  $f(\Delta\phi_{topo}|I)$ 

Die Intensität, welche auch als Helligkeit des zurückgestrahlten Signals ausgedrückt werden kann, ist abhängig von dem lokalen Profil der Erdoberfläche (s. Chen und Zebker, 2001, S. 44). Je nach Neigung der Erdoberfläche sowie Größe des Öffnungswinkels der Antenne ändert sich der Abstand in Ground range  $\Delta r_{gr}$  für den angestrahlten Bereiches A, welcher in ein Pixel des SAR-Systems abgebildet wird (siehe Abb. 6.1). Dieser Einfluss wird mit Hilfe eines Facetten-Modells und eines Modells zur Bestimmung des Querschnitts

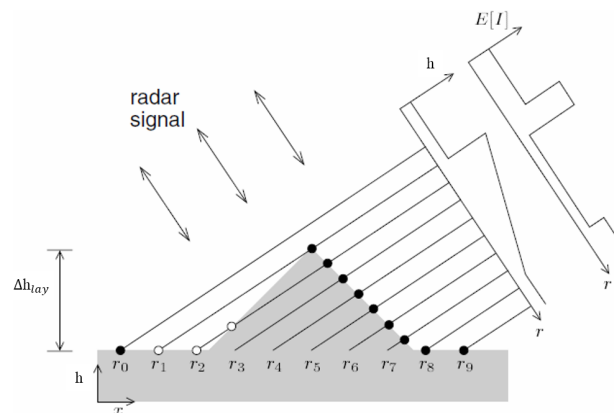


**Abbildung 6.1:** Darstellung des Zusammenhangs zwischen Neigung der angestrahlten Erdoberfläche und der resultierenden Ground Range: a) geringe Steigung mit geringer Höhenänderung; b) starke Steigung mit kleinerer angestrahlter Fläche

der beleuchteten Fläche modelliert. Der Querschnitt der beleuchteten Fläche  $\sigma^0$  ist hierbei vom lokalen Einfallswinkel  $\Theta_i$  abhängig, welcher zwischen Oberflächennormalen und der Strahlrichtung zum SAR-Satelliten eingeschlossen wird. Zu Abschwächung von Kohärenz-Effekten im Bildpaar des Interferogramms wird eine Mittlere Intensität sowie normalisierte Daten angenommen, wodurch sich das Modell zu

$$E\{I\} = \sigma^0 A \quad (6.6)$$

ergibt (s. Chen und Zebker, 2001, S. 44). Die aus diesem Modell ableitbare Funktion zur Bestimmung der Intensität aus der Höhenänderung ist symmetrisch, da die Neigungen einerseits positiv (Bergseite zeigt zum Radar) und andererseits negativ sein kann (Rückseite des Berges). Dadurch, dass der Satellit über Bergkuppen hinweg misst, kommt es zu Layover-Effekten, welche zum Beispiel die mittlere Intensität durch Schatteneffekte abschwächen können. Des Weiteren kommt es durch diesen Effekt dazu, dass mehrere nicht zusammenhängende Bereiche der Aufnahme durch ein einziges Pixel abgebildet werden (siehe Abb.: 6.2).



**Abbildung 6.2:** Darstellung des Layover Effekts (angepasste Abbildung aus Chen und Zebker (2001, S. 51): Für  $r_1$  und  $r_2$  fallen Bereiche der Vorder- und der Rückseite des Hügels in einem Pixel zusammen

Wegen der Vermischung von räumlich getrennten Bereichen, wie es in Abbildung 6.2 in  $r_1$  und  $r_2$  dargestellt wird, ergibt sich für die Intensität dieser Pixel ein zu hoher Wert. Aus diesem Grund wird die lokale Intensität mit einem zuvor berechneten Schwellwert verglichen, wobei bei einer Überschreitung dieses Wertes ein Layover-Effekt modelliert wird (s. Chen und Zebker, 2001, S. 52). Die Modellierung der WDF wird für Azimuth- und Range-Richtung einzeln modelliert. Für die Azimuth-Richtung sind die Layover-Effekte zu vernachlässigen, da der Satellit in diese Richtung fliegt und somit beide Seiten eines Hügels ohne Verlust aufnehmen kann. Die physikalischen Zusammenhänge sind für beide Richtungen gleich, wodurch sich die WDF für die Azimuth-Richtung als symmetrische Funktion der Range-Richtung ergibt.

#### Modellierung von $f(\Delta\gamma|\Delta\phi_{topo})$

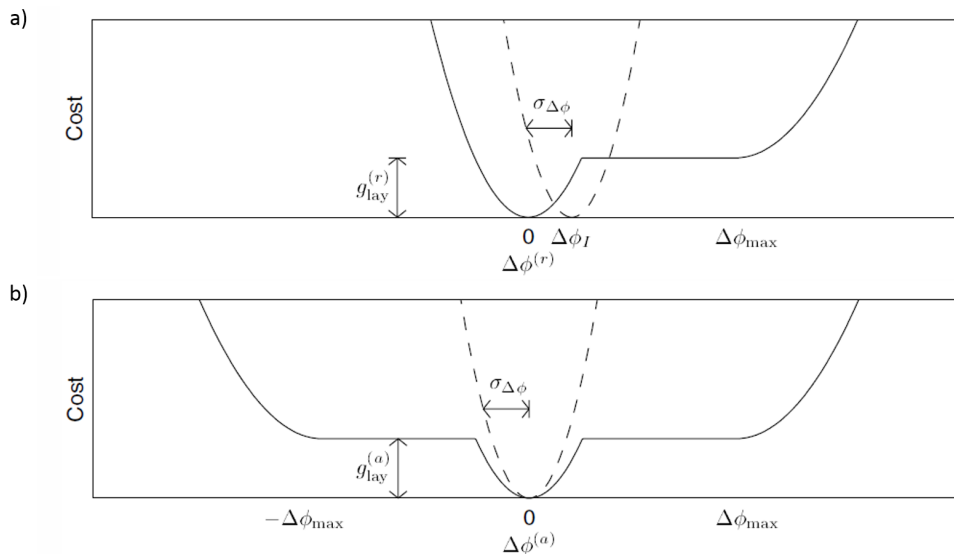
Der Einfluss der Kohärenz  $\gamma$  auf die Topographie ergibt aus der oberen Grenze des Dekorrelationsfaktors

$$\gamma_s = \max \left\{ 0, 1 - \frac{2|B_\perp|\Delta r_{sr}}{\lambda r |\tan \Theta_i|} \right\} \quad (6.7)$$

sowie zeitlichen und thermischen Rauscheffekten, welche aber unabhängig von der Topographie sind (Zebker und Villasenor, 1992). Die Kohärenz ist in Bereichen mit Layover sehr gering, wodurch für diese Null angenommen wird. Die gemessene Kohärenz bildet eine Obergrenze der zu erwartenden lokalen Oberflächenneigung und die untere Grenze bildet der entstehende Höhenunterschied bei einem lokalen Einfallswinkel von  $90^\circ$ . Das bedeutet, dass wenn der Phasengradient innerhalb dieser Grenzen liegt, die WDF einen konstanten Wert erhält und bei nicht Erfüllung Null ist. Für die Azimuth-Richtung ergibt sich die untere Grenze aufgrund der Symmetrieeigenschaften zur negativen oberen Grenze (s. Chen und Zebker, 2001, S. 55-56).

#### Modellierung der Kostenfunktion $g(\Delta\phi)$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für den topographischen Phasengradienten aus Formel (6.5) ergibt sich aus der Kombination der zuvor beschriebenen Ansätze mit der hier nicht beschriebenen WDF des Rauschens. Zur Berechnung der Kostenfunktionen wird der negative Logarithmus der Gesamtdichtefunktion  $f(\Delta\phi_k|I, \gamma)$ , wie in Formel (6.3) dargestellt wird, gebildet (siehe Abb.: 6.3).



**Abbildung 6.3:** Funktion für die Kostenbestimmung der Topographie (Abbildung aus Chen und Zebker, 2001, S. 62-63): a) Kostenfunktion für Range-Richtung; b) Kostenfunktion für Azimuth-Richtung; Gestrichelte Kostenfunktion wird angenommen, wenn  $\Delta\phi_{max} \leq \Delta\phi_{crit}$  ist und somit kein Layover angenommen wird.

In Abbildung 6.3 sind die Kostenfunktionen für die Topographie in Range-Richtung (a) und in Azimuth-Richtung (b) abgebildet. Hierbei lassen sich anhand der Funktion in b) die zuvor beschriebenen Symmetrieeigenschaften für die Azimuth-Richtung erkennen. Die gestrichelte parabolische Funktion wird herbei angenommen wenn  $\Delta\phi_{max}$  kleinere Werte als  $\Delta\phi_{crit}$  annimmt und dadurch ein Layover-Effekt ausgeschlossen werden kann (s. Chen und Zebker, 2001, S. 62). Des Weiteren müssen Parameter, welche die Form der Kostenfunktionen bestimmen, festgelegt werden. Diese werden im Folgenden in Form einer Liste beschrieben und für jeden Parameter erläutert, aus welcher Beobachtungsgröße sich dieser ermitteln lässt.

- $\Delta\phi_{max}$  → Dieser Parameter gibt die obere Grenze des Layover-Effektes an und wird als Minimum aus den oberen Grenzen der Kohärenz und der Intensität des lokalen Phasengradienten bestimmt. Für Phasengradienten größer diesem Wert steigt die Kostenfunktion quadratisch an.
- $\sigma_{\Delta\phi}$  → Die Breite der Parabel wird durch die Standardabweichung des lokalen Phasengradienten festgelegt, welche sich aus den Anteilen des Rauschens, des Layovers sowie der Messunsicherheit zusammensetzt. Berechnet wird dieser Parameter durch die gemessene Kohärenz und der Annahme zweier Konstanten für die letzten beiden Anteile.
- $g_{lay}$  → Diese empirisch ermittelte Variable gibt die Kosten für den Layover-Effekt an und wird als Konstante behandelt. Für die Kostenfunktion in Azimuth-Richtung ist dieser Wert der Einzige der sich von denen für die Range-Richtung unterscheidet.
- $\Delta\phi_I$  → Die Mitte der Parabel (siehe Abb. 6.3 gestrichelte Linie) wird durch den gemessenen Phasengradienten zwischen zwei benachbarten Pixeln bestimmt. Die Kostenfunktionen sind nicht auf diesen Wert zentriert sondern auf Null, weil auch Neigungen auf der Stirnseite eines Hügels Layover-Effekte auslösen können.
- $\Delta\phi_{crit}$  → Die Wahl zwischen der Kostenfunktion mit oder ohne Layover Effekt wird durch diesen Parameter festgelegt. Hierbei berechnet sich dieser aus der Wurzel der Multiplikation zwischen den Parametern  $g_{lay}$  und  $\sigma_{\Delta\phi}^2$ .

Somit lässt sich zusammenfassen, dass sich die Kostenfunktion für einen Phasengradienten als Differenz zwischen dessen Phasenwert und dem Phasengradienten des lokalen Phasenfeldes durch dessen Standardabweichung ergibt. Der Phasengradient wird in der Regel durch einen Boxfilter von  $5 \times 5$  oder  $7 \times 7$  bestimmt, welcher die Pixel in diesem Gebiet mittelt (Chen und Zebker, 2001).

### 6.1.2 Die Kostenfunktion für Deformationsmessungen

Zur Bestimmung der Kostenfunktion für Deformationsmessungen, wie sie beispielsweise im praktischen Teil dieser Masterarbeit zur Anwendung kommen, muss die WDF  $f(\Delta\phi_{defo}|I, \gamma)$  für den Signalanteil der Deformation modelliert werden (s. Chen und Zebker, 2001, S. 63-64). Der physikalische Zusammenhang für die Deformation ergibt sich zu

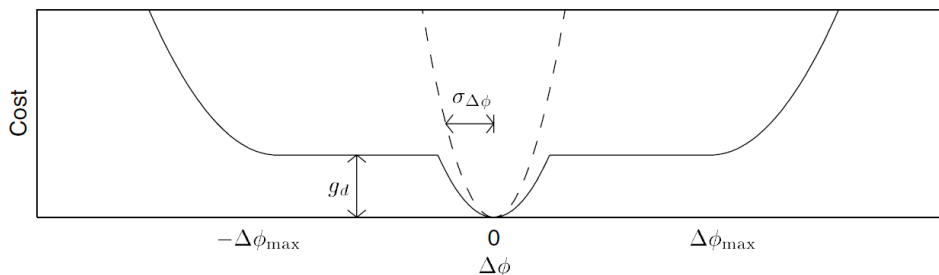
$$\phi_{defo} = \frac{4\pi}{\lambda} d_r. \quad (6.8)$$

Innerhalb dieser Formel beschreibt die Variable  $d_r$  die Oberflächenverschiebung in Signalrichtung. Im Gegensatz zu topographischen Messungen kann es innerhalb von D-InSAR-Aufnahmen zu sehr großen Mehrdeutigkeiten aufgrund von starken Erdbewegungen, wie Rutschhängen oder Erdabtragung durch Kohleabbau kommen. Der wesentliche Unterschied im Vergleich zur Modellierung der Kostenfunktion für die Topographie

ergibt sich daraus, dass der Phasengradient für die Deformation unabhängig von der Intensität ist und die WDF zu

$$f(\Delta\phi_{defo}|I, \gamma) = f(\Delta\phi_{defo}|\gamma) \quad (6.9)$$

vereinfacht (s. Chen und Zebker, 2001, S.64-65). Somit bildet die Kohärenz den wichtigsten Einfluss und kann die Phasenabwicklung entscheidend beeinflussen (siehe Kapitel 8). Bei der Bildung des Modells für die Funktion  $f(\Delta\phi_{defo}|\gamma)$  wird angenommen, dass bei niedriger Kohärenz Mehrdeutigkeiten, aufgrund von zeitlich variablen Rückstreueigenschaften und Abweichungen durch fehlerhafte Koregistrierung entstehen (Zebker und Villasenor, 1992). Da sich die Effekte der Kohärenz in Azimuth- und Range-Richtung nicht unterscheiden ergibt sich für diese die gleiche Kostenfunktion, welche in Abbildung 6.4 abgebildet wird. Aus



**Abbildung 6.4:** Funktion für die Kostenbestimmung der Deformation in Azimuth und Rangerichtung (Abbildung aus Chen und Zebker, 2001, S. 67); Gestrichelte Funktion wird angenommen, wenn  $\gamma \geq \gamma_{min}$  ist.

Abbildung 6.4 lässt sich ablesen, dass es wie bei der Kostenfunktion für die Topographie einen Schwellwert gibt, der entscheidet ob die Kosten für eine vorhandene Mehrdeutigkeit angenommen werden (durchgezogene Linie) oder nicht (gestrichelte Linie). Dieser Schwellwert  $\gamma_{min}$  ergibt sich aus der lokalen Kohärenz in der Aufnahme. Die Variable  $g_d$  ersetzt hierbei den Wert  $g_{lay}$  und gibt die Wahrscheinlichkeit einer Diskontinuität an. Die Bedeutung von  $\Delta\phi_{max}$  verändert sich aufgrund des veränderten physikalischen Zusammenhangs zur maximal auftretenden Diskontinuität (s. Chen und Zebker, 2001, S. 66-67).

## 6.2 Kostenbestimmung bei PSI-Punkten

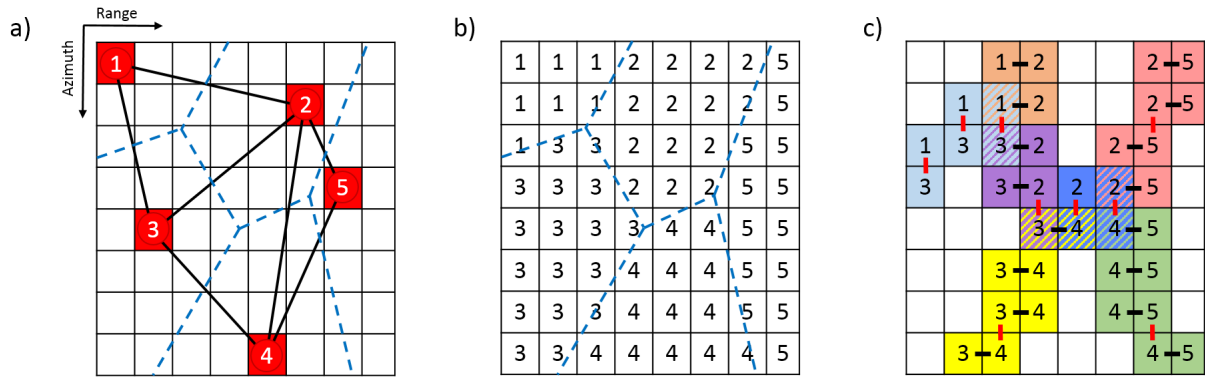
Die Berechnung der Kosten für topographische Messungen oder denen der Deformation, wie sie im vorhergehenden Unterkapitel beschrieben werden, setzen eine vollbesetzte Aufnahme voraus. Des Weiteren werden für den Edgelist-Algorithmus neben den Kosten für räumliche Kanten (in Azimuth- und Range-Richtung), gleichermaßen Kosten für die zeitlichen Kanten zwischen den benachbarten Interferogrammen benötigt. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein Ansatz dargestellt, mit dessen Hilfe sich die Kosten für dünnbesetzte Aufnahmen (PSI-Punkte) bestimmen lassen. Zu Darstellungszwecken wird die Berechnung der zwei Arten von Kanten voneinander getrennt beschrieben.

### Bestimmung der Kosten für räumlichen Kanten zwischen PSI-Punkten

Für die Berechnung der räumlichen Kosten zwischen zwei PSI-Punkten wird in Shanker (2010) ein Verfahren vorgestellt, welches eine Reduktion einer dünnbesetzten Aufnahme auf eine vollbesetzte zweidimensionale Szene durchführt. Somit ergibt sich der Vorteil, dass die zweidimensionalen Kostenfunktionen für Azimuth- und Range-Richtung aus dem vorhergehenden Unterkapitel genutzt werden können.

In Abbildung 6.5 werden die einzelnen Schritte der Prozessierung der Kosten für die räumlichen Kanten zwischen PSI-Punkten dargestellt. Hierbei ergibt sich das im Teil a) abgebildete schwarze Netzwerk aus





**Abbildung 6.5:** Prozessierungsstufen bei der Bestimmung der Kosten für PSI-Punkte: a) Gitterdarstellung der Szene mit PSI-Punkten (rote Kästen), welche durch eine Delaunay Triangulation (schwarze Kanten) verbunden und von einem Voronoi-Diagramm (blaue Kanten) umgeben sind; b) Interpolation der nichtbesetzten Gitterpunkte durch eine knn-Nachbarschaftssuche; c) Darstellung der Kanten der vollbesetzten Szene, welche für die Gesamtkosten der jeweiligen Kante der Triangulation zusammengefasst werden (Pixel mit gleicher Farbe werden zu Gesamtkosten der Kante zusammengefasst). Unterscheidung der Gradienten in Azimuth- und Range-Richtung (rote Kanten bzw. schwarze Kanten)

einer Delaunay Triangulation und das blaue aus dem dazugehörigen Voronoi Diagramm. Zur Erzeugung einer vollbesetzten Aufnahmen wird im zweiten Schritt eine Reduktion des dünnbesetzten Gitters durch eine k-Nearest-Neighbor (kNN)-Suche für jeden PSI-Punkt durchgeführt (siehe Teil b). Alle Pixel, der einzelnen Nachbarschaften erhalten den gleichen Phasenwert wie der PSI-Punkt, was als Nummer in den Kästen dargestellt wird. Aufgrund der Dualität zwischen Delaunay-Triangulation und Voronoi-Diagramm bilden sich so die Begrenzungen der einzelnen Nachbarschaften (s. Shanker, 2010, S. 62-65). Auf diese vollbesetzte Szene können somit die statistischen Kostenfunktionen für Azimuth- und Rangerichtung angewendet werden, um die Kosten der benachbarten Pixel zu berechnen. In der Abbildung c) sind nur die Verbindungen abgebildet, welche zwischen Kopien der PSI-Punkte unterschiedlicher Nachbarschaften in Azimuth- (rot) und in Range-Richtung (schwarz) liegen. Verbindungen zwischen Kopien des gleichen Punktes werden von der weiteren Berechnung ausgeschlossen. Die Kanten, welche zur gleichen ursprünglichen Kante gehören werden durch gleiche farbliche Hintergründe der Pixel gekennzeichnet. Die Gesamtkosten der Kanten der dünnbesetzten Szene ergeben sich somit zu

$$g^{sparse}(\Delta\psi_{ij}) = \sum_{i,j} g^{reg}(\Delta\psi_{ij}), \quad i, j \in (1 \dots N). \quad (6.10)$$

Der Beweis, dass dieser Zusammenhang zwischen den Kosten der vollbesetzten und dünnbesetzten Szene gilt, wird in Shanker (2010, S. 62-67) durchgeführt. Dabei werden alle Möglichkeiten der durch die Nachbarschaftssuche entstehenden  $2 \times 2$  Pixelnachbarschaften überprüft, ob diese durch die Reduktion auf eine vollbesetzte Szene falsche Residuen erzeugen.

### Bestimmung der Kosten für zeitliche Kanten zwischen den Interferogrammen

Infolge der beim Edgelist-Algorithmus entstehenden zeitlichen Kanten zwischen benachbarten Interferogrammen, müssen separate Kosten bestimmt werden. Es gibt Ansätze bei denen die zeitlichen Kosten durch ein MCF-Problem und die Festlegung eines Deformationsmodells geschätzt werden können. Als Beobachtungen dienen bei diesem Verfahren die einzelnen PSI-Zeitreihen, welche durch eine Delaunay Triangulation im Zeitbereich (z-Richtung des Interferogramm-Stapels) entstehen (Pepe und Lanari, 2006). Bei der in dieser Masterarbeit implementierten Kostenfunktion wird ein vereinfachtes Modell angenommen. Angesichts der in

Kapitel 6.1.1 und 6.1.2 beschriebenen Zusammenhänge setzen sich die zeitlichen Kosten ebenfalls allgemein durch

$$g(\Delta\phi) = \frac{(\Delta\phi - \Delta\phi_{max})^2}{\sigma_{\Delta\phi}^2} \quad (6.11)$$

zusammen. Zur Bestimmung des lokalen Phasengradient  $\Delta\phi_{max}$  wurde bei den Kosten der Topographie ein Boxfilter für Azimuth- und Range-Richtung verwendet. Da dieses für eine dünnbesetzte Aufnahme nicht möglich ist, wird mit Hilfe eines festgelegten Radius eine Nachbarschaft in Azimuth und Range-Richtung für jeden PSI-Punkt gebildet. Alle zeitlichen Kanten der Szene, die innerhalb dieser Nachbarschaft liegen, werden benutzt, um den lokalen Phasengradienten zwischen zwei benachbarten Interferogrammen zu bestimmen. Das bedeutet, dass für diese Kanten der Mittelwert berechnet wird und vom Phasengradient im PSI-Punkt  $\Delta\phi$  abgezogen, wie im Zähler der Formel (6.11) dargestellt wird. Die Standardabweichung  $\sigma_{\Delta\phi}$  leitet sich, wie bei den anderen Kostenfunktionen, aus der Kohärenz der einzelnen Aufnahmen, her. Dementsprechend ist eine Kalibrierung der einzelnen Interferogramme wichtig, damit die Rückstreuereigenschaften der einzelnen Szenen keinen Bias mehr aufweisen und die Daten untereinander vergleichbar sind. Für die in Kapitel 7 beschriebene Implementierung wurde als Kostenfunktion das "Smooth" Modell aus dem SNAPHU Algorithmus verwendet, da dieser Ansatz zunächst annimmt, dass keine Mehrdeutigkeiten für diese Kanten vorhanden sind.

# 7. Implementierung

Die in der Masterarbeit verwendete Implementierung des Edgelist-Algorithmus in seiner Struktur und seinem Ablaufschema wird in diesem Kapitel beschrieben. Hierbei setzt sich die dargestellte Prozessierung der Phasenabwicklung zur Erzeugung eines abgewickelten Phasenfeldes aus mehreren Teilschritten zusammen. Die theoretischen Grundlagen des Edgelist-Verfahrens, welcher von Shanker und Zebker (2010) entwickelt wurde, sowie die anderen während der Prozessierung zur Anwendung kommenden Verfahren werden in den vorhergehenden Kapiteln beschrieben. Die Teilschritte werden dabei in Form eines Flussdiagramms dargestellt (siehe Kapitel 7.1). Das soll einerseits dem Verständnis der einzelnen Prozessglieder, als Teil des gesamten Algorithmus dienen und andererseits bietet sich dadurch bei einer zukünftiger Verwendung dieser Implementierung die Möglichkeit ein festgelegtes Verfahren, wie zum Beispiel die Bestimmung der Kosten mittels statistischer Kosten Funktionen von Chen und Zebker (2001), durch ein anderes zu ersetzen. Bei der Beschreibung der einzelnen Teilprozesse wird das grundlegende Vorgehen sowie verwendete Hilfsfunktionen, welche aus anderen Toolboxen in einer an die Implementierung angepassten Form benutzt werden, benannt. Zu diesen Toolboxen zählt unter anderem das Programm SNAPHU sowie StaMPS (siehe (Chen und Zebker, 2001; Hooper et al., 2010))

Die für die Masterarbeit entwickelten Funktionen wurden alle innerhalb der Entwicklungsumgebung von MATLAB, in der Releaseversion 2014a implementiert. Während der Entwicklung der für den Edgelist-Algorithmus notwendigen Funktionen kam es aufgrund der Validierung der Ergebnisse sowie unterschiedlichen Datentypen zu unterschiedlichen Lösungsansätzen, welche je nach Problemstellung in der Implementierung ausgewählt werden können. Neben der Unterscheidung zwischen PSI-Punkten (dünnbesetzte Interferogramme) und allen Punkten einer Szene zählt die Auswahl des Lösungsverfahrens in Form eines Löser für lineare Programme oder die Netzwerklösungsalgorithmen dazu. Aus diesem Grund wurde neben dem eigentlichen 3-D Edgelist-Verfahren eine verallgemeinerte Funktion für das Phase Unwrapping entwickelt, um zwischen den einzelnen Möglichkeiten der Phasenabwicklung einfacher unterschieden zu können. Eine Übersicht der zur Verfügung stehenden Auswahlmöglichkeiten sowie der notwendigen Voraussetzungen, die dabei erfüllt sein müssen, werden in Kapitel 7.2 erläutert.

## 7.1 Edgelist-Funktion

Das in diesem Kapitel beschriebene Flussdiagramm des implementierten Edgelist-Algorithmus wird in Abbildung 7.1 dargestellt. Neben der in dieser Masterarbeit entwickelten Implementierung wurde der Edgelist-Algorithmus von Shanker und Zebker (2010) in der dazugehörigen Arbeit in der Programmiersprache C++ implementiert und kann im Internet frei heruntergeladen werden. Bei diesem Programm müssen die Kosten allerdings, sofern keine einheitlichen verwendeten werden sollen, durch ein externes Programm berechnet werden. Das Lösen des linearen Programmes wird hierbei durch den CLP-Löser der COIN-OR Initiative, welcher als Open-Source Software zur Verfügung steht gelöst. Des Weiteren müssen bei der Umsetzung von Shanker und Zebker (2010) als Ausgangsgrößen die abgeleiteten Kanten zwischen den Knotenpunkten übergeben werden. Folglich muss bei dieser Realisierung eine Vorprozessierung durchgeführt werden, wenn ein Stapel von Interferogrammen als Ausgangsdaten vorliegt. Im Folgenden werden die Zwischenschritte der Umsetzung, welche in dieser Masterarbeit entwickelt wurde, beschrieben. Bei dieser sind die erwähnten Vorprozessierungsschritte sowie die Bestimmung der Kosten direkt in die Auswertefunktion mit eingebunden, um direkt Interferogramme als Übergabeparameter nutzen zu können. Die einzelnen Prozessglieder werden als hellblaue Kästen mit einer entsprechenden Überschrift in der Abbildung 7.1 dargestellt.

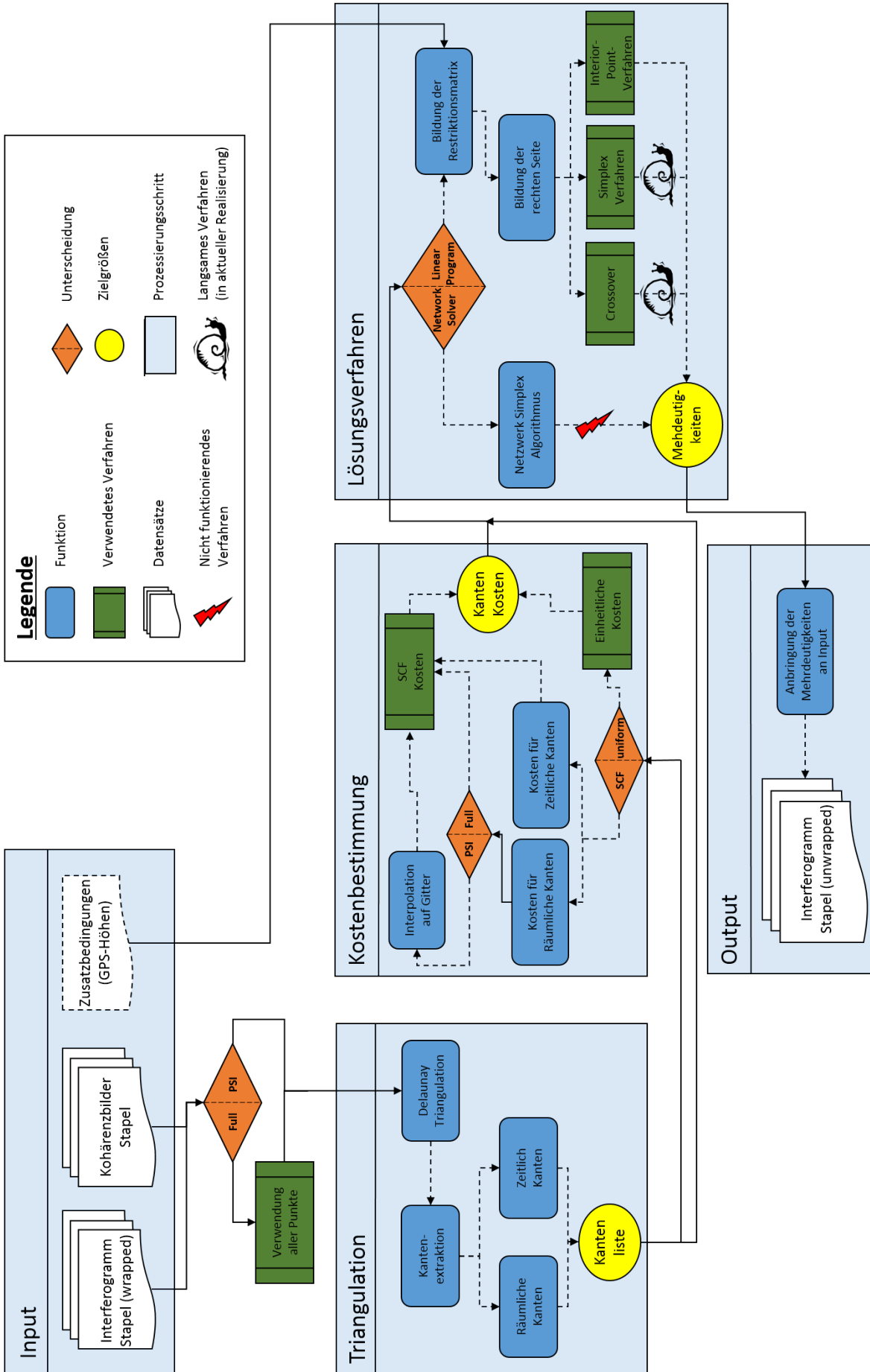


Abbildung 7.1: Flussdiagramm des implementierten Edgelist-Algorithmus

### **Input**

Als Übergabedaten müssen dem Edgelist-Algorithmus ein Stapel mit Interferogrammen und die dazu gehörigen Kohärenzbilder übergeben werden. Da für die Kostenbestimmung der Kanten, Kohärenzbilder benötigt werden, erfolgt beim Weglassen dieser Daten eine einheitliche Kostenbestimmung. Aufgrund der Möglichkeit der Hinzunahme von Zusatzdaten, zum Beispiel in Form von GPS-Höhen, können diese bei der Bildung der Restriktionsmatrix für die linearen Programme angebracht werden.

### **Triangulation**

Nach der Differenzierung des Datentyps (siehe Abbildung 7.1 orange Raute unterhalb des Inputs) erfolgt eine Delaunay Triangulation für die PSI-Punkte (dünnbesetzte Interferogramme) oder für alle Punkte einer Szene (vollbesetzte Interferogramme). Die durch die interne Matlabfunktion bestimmte Triangulation wird von der ersten Szene auf alle anderen des Stapel projiziert (siehe Abbildung 5.1). Die sich daraus ergebenden räumlichen und zeitlichen Kanten bilden eine der Zielgrößen des Verfahrens. Die Kantenliste (Edgelist) gibt nach der Prozessierung Aufschluss darüber, zwischen welchen Kanten Mehrdeutigkeiten bestimmt werden können.

### **Kostenbestimmung**

In diesem Prozessierungsschritt wird die Bestimmung der Kosten für die einzelnen räumlichen und zeitlichen Kanten durchgeführt, da diese für die Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten benötigt werden. Hierbei muss vom Nutzer festgelegt werden, welches Verfahren für die Berechnung der Kosten genutzt werden soll. Neben der Wahl von einheitlichen Kosten für alle Kanten (uniform) können diese in der Realisierung mittels statistischer Kostenfunktionen (SCF) bestimmt werden (siehe orange Raute unten). Der theoretische Ansatz für die von Chen und Zebker (2001) entwickelten topographischen Kosten sowie denen, welche aufgrund von Deformationen anzusetzen sind, werden in Kapitel 6 beschrieben. Für die räumlichen Kanten erfolgt während der Kostenbestimmung eine Unterscheidung zwischen PSI-Punkten und einer vollbesetzten Szene (siehe orange Raute oben). Um die implementierte Kostenfunktion für vollbesetzte Interferogramme auch für PSI-Punkte nutzen zu können wird als Zwischenschritt eine Interpolation auf ein regelmäßiges Gitter durch die k-Nearest-Neighbor (kNN)-Funktion von Matlab durchgeführt (Shanker, 2010). Somit wurde für die Berechnung der räumlichen Kosten die in SNAPHU zur Anwendung kommende Implementierung der SCF auf Matlab übertragen und verwendet. Im Hinblick auf die Art der Realdaten (D-InSAR Daten) erfolgt diese Bestimmung nur für die Kosten, welche sich aus der Deformation ergeben. Für die zeitlichen Kosten wird, wie bei den räumlichen Kanten, das in SNAPHU als "smooth" bezeichnete Verfahren verwendet (siehe Kapitel 6.1.2). Somit setzen sich die Kantenkosten aus räumlichen sowie zeitlichen Kosten für die Kanten zusammen und bilden die Zielgröße dieses Prozessierungsschrittes.

### **Lösungsverfahren**

In dem Prozessierungsschritt für die Lösung des Phase Unwrapping Problems werden die in den Schritten zuvor erzeugte Kantenliste sowie die dazugehörigen Kosten benötigt. Die in der Abbildung 7.1 dargestellte orange Raute steht symbolisch für die vom Anwender zu treffende Auswahl der Art des Lösungsalgorithmus. Unterschieden wird hierbei zwischen der Lösung des Problems durch Netzwerklösungsalgorithmen oder durch ein lineares Programm. Für die erste Auswahlmöglichkeit wurde der Netzwerk-Simplex Algorithmus, wie er in Ahuja et al. (1993, S. 108-118) beschrieben wird, implementiert. Für diese Art der Problemstellung hat sich allerdings herausgestellt, dass der Netzwerksimplex-Algorithmus nicht anwendbar ist (Blitz). Das liegt einerseits daran, dass nach Validierung des Netzwerkalgorithmus keine richtigen Ergebnisse für die synthetischen Daten bestimmt werden konnten, was durch die nicht planaren Eigenschaften des zugrunde liegenden Netzwerks resultiert. Zur Lösung der Mehrdeutigkeiten durch ein lineares Programm kommen die beiden Matlabroutinen für den Simplex-Algorithmus von Dantzig (1966) und das Interior-Point-Verfahren

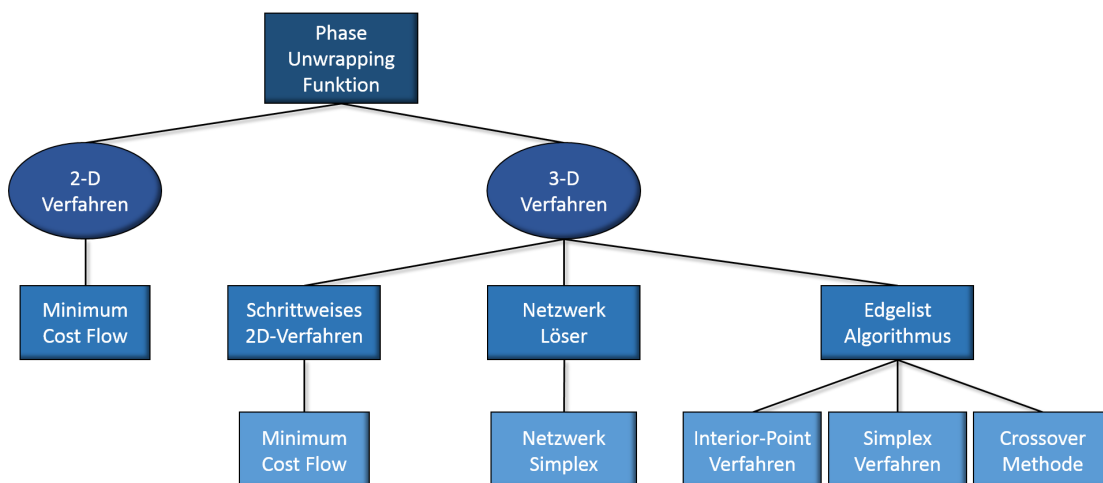
von Karmarkar (1984) in dieser Realisierung zur Anwendung. Aufgrund der Vor- und Nachteile dieser beiden Verfahren wurde ein Crossover-Verfahren implementiert, welches die Laufzeit sowie die Eindeutigkeit der Lösung verbessern soll. Nachdem die Wahl auf ein lineares Programm gefallen ist, wird die hierfür benötigte Restriktionsmatrix sowie die rechte Seite der Zielfunktion aus der Problemstellung 4 durch die Kantenliste und den eventuell vorhandenen Zusatzdaten bestimmt. Aufgrund der Größe und der Anzahl an Nullen, die in der Restriktionsmatrix vorkommen wird diese durch Sparse-Matrizen realisiert. Als Zielgröße dieses Prozessierungsschritts ergeben sich die berechneten Mehrdeutigkeiten für jede Kante der Kantenliste.

### Output:

Die durch die Lösungsverfahren für die einzelnen Kanten des Netzwerks bestimmten Mehrdeutigkeiten werden an die gemessenen Phasenwerte angebracht und durch eine Umsortierung wieder in die Form eines Interferogramms transformiert. Da es beim Interior-Point-Verfahren aufgrund des festzulegenden “duality gap” nur zu einer bis auf diesen Wert angenäherten Optimallösung kommt, werden die Mehrdeutigkeiten bei diesem Verfahren gerundet. Somit ergibt sich der abgewickelte Stack von Interferogrammen als Ausgabe der implementierten Edgelist-Funktion.

## 7.2 Phase Unwrapping-Funktion

Die Zusammenfassung aller entwickelten Verfahren in einer verallgemeinerten Funktion wird durch die Funktion “PU\_NetworkFlow” realisiert. Als Ausgangsdaten empfiehlt es sich gefilterte Interferogramme zu verwenden, da keine Vorprozessierung vor der eigentlichen Phasenabwicklung integriert wurde. Innerhalb dieser Funktion können die in Abbildung 7.2 dargestellten Verfahren mit Hilfe einer Datenstruktur ausgewählt werden. Somit erlaubt diese Funktion das Vergleichen von Phasenabwicklungen mit unterschiedlichen Lösungsansätzen, wobei der Hauptaugenmerk dieser Masterarbeit auf der Implementierung des Edgelist-Algorithmus (siehe Kapitel 7.1) liegt. Alle in dieser Funktion verwendeten Verfahren sind nach der Gliederung aus Abbildung 3.5 in die Gruppe der globalen Verfahren einzuordnen.



**Abbildung 7.2:** Überblick aller implementierten Verfahren wie sie in der verallgemeinerten Phase Unwrapping Funktion nutzbar sind

## 7.3 Eigenschaften der verwendeten Lösungsalgorithmen

In diesem Unterkapitel geht es um die Eigenschaften der Lösungsalgorithmen für lineare Programme und Netzwerklösern, welche innerhalb der Implementierung des Edgelist-Algorithmus, wie sie in Abbildung 7.1

und 7.2 dargestellt sind, verwendet werden. Die einzelnen Verfahren werden hierbei nicht in ihrem Funktionsablauf beschrieben, da sie einerseits in einschlägiger Literatur leicht zu finden sind und andererseits das Hauptaugenmerk dieses Kapitels auf der Beschreibung der Unterschiede in der Lösung und der benötigten Rechenzeit liegt. Des Weiteren soll verdeutlicht werden, wo die Unterschiede in der Suche der optimalen Lösung zwischen den einzelnen Verfahren liegen. Innerhalb der Edgelist-Anwendung können alle hier aufgelisteten Löser verwendet werden, allerdings funktioniert der Netzwerk-Simplex Algorithmus bei dieser Art von Problem nicht (siehe Abbildung 7.1 roter Blitz). Neben den beiden Standardlösern für lineare Programme wird das Crossover-Verfahren für die Kombination dieser beiden Ansätze vorgestellt.

### 7.3.1 Löser für lineare Programme

Die linearen Programme bieten während der Implementierung den Vorteil, dass für diese die Matlab internen Bibliotheken genutzt werden können und diese seit der Implementierung stetig optimiert wurden. Somit können die Verfahren ohne Definitionen von zusätzlichen Schnittstellen direkt genutzt werden. Als Nachteil hierbei entsteht das Problem, dass man nicht so leicht in die einzelnen Berechnungsläufe der Löser eingreifen kann. So ist es beim Simplex-Verfahren von Matlab zum Beispiel nicht möglich einen Startpunkt vor der Initialisierung des Verfahrens festzulegen. Im Folgenden werden die drei Verfahren zu Lösung des Problems als lineares Programm durch ihre Vor- und Nachteile dargestellt.

#### Simplex-Algorithmus

Das Simplexverfahren gehört mit zu den ältesten Lösern für lineare Programme und wurde 1947 von Dantzig entwickelt. Bei diesem Verfahren wird mit Hilfe von festgelegten Restriktionen ein Lösungsraum in Form eines Polyeders aufgespannt (s. Tunç, 2008, S. 6). Die Eckpunkte dieses Polyeders bilden hierbei zulässige Basislösungen. Nach der Bestimmung einer zulässigen Basislösung als Startwert läuft das Simplexverfahren mit Hilfe eines iterativen Prozesses in Richtung der optimalen Basislösung. Je nach Zielfunktion liegt somit entweder ein minimaler oder maximaler Abstand zum Eckpunkt vor. Dadurch ergeben sich folgende Vor- und Nachteile für dieses Verfahren.

- Finden der optimalen Basislösung kann bei großen Systemen sehr lange dauern
- Langsamer Start
- + Erhält in jedem Schritt eine Basislösung
- + In der Nähe der optimalen Basislösung konvergiert das Verfahren schnell

#### Interior-Point-Verfahren

Das Interior-Point Verfahrens wurde von Karmarkar (1984) entwickelt und zählt heutzutage neben dem Simplexverfahren zu den Standardlösern für Lineare Programme. Dieses Verfahren betrachtet den gleichen Lösungsraum, wie der Simplex-Algorithmus nur dass dieses Verfahren nicht über die Kanten des Polyeders läuft sondern durch den Innenraum. Hierbei kann zum Beispiel das Kurz-Schritt-Verfahren verwendet, um mit Hilfe einer Suchrichtung und einer Schrittweite sich in Richtung der optimalen Lösung zu bewegen (Tunç, 2008). Hierbei legt der "optimality gap" fest, wie nah die Position an der optimalen Basislösung liegen muss, damit das iterative Verfahren abbricht.

- Keine Basislösungen
- Kann im Bereich der optimalen Lösung aufgrund kleiner Schrittweiten sehr langsam werden

- + Schnelle Initialisierung
- + Allgemein sehr schnelles Verfahren, da es durch den Innenraum läuft

### **Crossover-Verfahren**

Das Crossover-Verfahren stellt eine Kombination zwischen dem Simplex- und dem Interior-Point-Verfahren dar, um so die positiven Eigenschaften beider Methoden zu nutzen. Die Idee, wie sie in Tunç (2008) dargestellt wird, berechnet im ersten Schritt mit dem Interior-Point-Verfahren eine Lösung, welche nicht nahe an der optimalen Basislösung liegt. Da das Interior-Point-Verfahren gerade in den ersten paar Iterationen sehr schnell ist, führt dieses bereits zu einer Beschleunigung der Rechenzeit gegenüber dem Simplexverfahren. Die berechnete Lösung, welche auch als Punkt im Lösungsraum angesehen werden kann, wird anschließend auf eine Ecke des zulässigen Bereiches projiziert, um von dort aus die letzten paar Iterationen mit Hilfe des Simplex-Verfahren durchzuführen (s. Tunç, 2008, S. 55-58). Dadurch wäre die gefundene Lösung eine optimale Basislösung. In dieser Masterarbeit wurde dieses Verfahren implementiert, allerdings ergibt sich für dieses Verfahren keine Beschleunigung bei der Lösung, da die verwendeten linearen Probleme sehr groß sind. Die Projektion der ersten Lösung auf die Ecke ist eine iterative Bestimmung von unabhängigen Basisvektoren, welche für einen großen Lösungsraum sehr rechenintensiv wird. In Megiddo (1991) wird eine effiziente Möglichkeit für ein solches Verfahren dargestellt, welches in dieser Masterarbeit allerdings keine Anwendung mehr fand.

### **7.3.2 Netzwerklösungsalgorithmen**

Die Netzwerklösungsalgorithmen stellen, neben den linearen Programmen eine gute Alternative dar, weil diese die vorhandene Netzwerkstruktur ausnutzen können. Dadurch können effektive Algorithmen verwendet werden, welche diese Strukturen ausnutzen (Ahuja et al., 1993). Ein Beispiel hierfür ist die Darstellung des Graphen durch sogenannte Minimum Spanning Trees. Im Rahmen dieser Arbeit wurde versucht, einen zu den linearen Programmen alternativen Netzwerklösungsalgorithmus zu implementieren. Die Wahl fiel hierbei auf den Netzwerk-Simplex Algorithmus aufgrund seiner schnellen Implementierung und Übersichtlichkeit während der Berechnungsschritte. Nach der Anwendung des Verfahrens auf die in Kapitel 8 dargestellten synthetischen Daten konnten keine plausiblen Ergebnisse erhalten werden. Ein Netzwerkverfahren, welches von SNAPHU als alternatives Lösungsverfahren benutzt wird, ist das Cost Scaling Verfahren, welches in Ahuja et al. (2003) erläutert wird.



# 8. Anwendung und Analyse auf synthetische Daten

In diesem Kapitel wird die praktische Anwendung des dreidimensionalen Phase Unwrappings mit Hilfe des Edgelist-Algorithmus von Shanker (2010) auf synthetisch erzeugten Daten beschrieben und getestet. Dabei werden die in den vorhergehenden Kapiteln beschriebenen Ansätze verwendet, um die Funktion und Korrektheit des abgewickelten Phasenfeldes zu validieren. Dieser Schritt muss ausgeführt werden, damit bei der Anwendung des Verfahrens auf Realdaten differenziert werden kann, ob entstehende Fehler bei der Abwicklung aufgrund der Implementierung oder aufgrund der Eigenschaften der Datengrundlage entstehen. Aus diesem Grund wird die Erzeugung und die damit verbundenen Annahmen der synthetischen Daten in Kapitel 8.1 beschrieben und erläutert.

Insgesamt werden drei verschiedene Datensätze erzeugt, um die Wirkung von Rauscheffekten sowie den Einfluss von schlechter Kohärenz auf die Lösung des Edgelist-Algorithmus beschreiben zu können. Die Phasenwerte der erzeugten Datensätze werden anschließend mit Hilfe der in Kapitel 7 beschriebenen Implementierung des Algorithmus abgewickelt. Mit den durch das Phase Unwrapping entstehenden absoluten Phasenfeldern werden am Schluss des Kapitels erste Rückschlüsse auf Probleme bzw. Grenzen des Verfahrens aufgezeigt. Vor allem soll der Einfluss durch Rauschanteile im SAR-Signal und deren Einfluss auf die Phasenabwicklung deutlich gemacht werden. Hierbei beschränkt sich die Erzeugung der synthetischen Daten auf die Störeinflüsse, die durch das Rauschen und von der Kohärenz ausgelöst werden. Weitere Einflüsseffekte, wie sie in Formel (2.13) in Form der Atmosphäre oder der flachen Erde beschrieben sind, werden vernachlässigt, da sie zum Testen der Implementierung nicht notwendig sind. Mögliche Verfahren zur Minimierung des Rauschanteils werden in Kapitel 9.2 in Form eines Goldsteinfilter bei der Vorprozessierung der Realdaten verwendet.

## 8.1 Erzeugung der synthetischen Daten

Für die synthetischen Daten müssen vor der eigentlichen Generierung zunächst Anforderungen über Aussehen und notwendige Eigenschaften konkretisiert werden, damit die daraus resultierenden Daten anschließend mit Realdaten vergleichbar sind. Dabei gilt es die Effekte, welche nicht zur eigentlichen Validierung des Algorithmus beitragen, wegzulassen, da diese keinen Einfluss auf die Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten besitzen. In Eineder (2003) und in Ren et al. (2003) werden Algorithmen dargestellt, mit denen man SAR-Aufnahmen und die sich daraus ergebenden Interferogramme simulieren kann. Für die Berechnung von simulierten ERS-1 oder ERS-2 Daten werden in diesen beiden Arbeiten, aufgrund der bekannten SAR-Geometrie (siehe Kapitel 2.2 und 2.3) lediglich ein DEM und die entsprechenden Orbitinformationen des ausgewählten Satelliten für den Zeitpunkt der Messung, als Ausgangsgrößen benötigt. Da für die Validierung des Edgelist-Algorithmus die Orbitinformation und die richtige Lagerung der Aufnahme nebensächlich sind, kommt ein vereinfachtes Modell für die Erzeugung der synthetischen Daten in dieser Arbeit zur Anwendung. Hierzu wird der in Bioucas-Dias et al. (1998) dargestellte Ansatz zur Erzeugung von verrauschten SAR-Aufnahmen und der in Jakowatz Jr. et al. (1996) beschriebene Zusammenhang zwischen dem Bildpaar, der Kohärenz und dem sich daraus ergebenden Interferogramm für die Generierung von Testdaten benutzt. Diese Ansätze wurden bei der Erzeugung von Testdaten für den Phase Unwrapping Max-Flow/Min-Cut (PUMA)-Algorithmus in Form der Matlabfunktionen “insarpair\_v2” und “gauselle” genutzt (Bioucas-Dias und Valadão, 2007). Da

für die Validierung des Edgelist-Algorithmus ein ähnlicher Sachverhalt dargestellt werden soll, werden diese Funktionen und das dabei zugrunde liegende Modell in einer abgewandelten Form in dieser Masterarbeit zur Berechnung der synthetischen Daten verwendet.

### 8.1.1 Anforderungen und grundlegende Annahmen für die Daten

Das in dieser Masterarbeit verwendete Modell wird durch eine Reihe von Anforderungen und Annahmen, welche durch benötigte Eingabe- und Ausgabeparameter sowie Rausch- und Deformationsmodelle festgelegt werden, beschrieben. Im Folgenden werden diese durch eine grobe Gliederung der festgelegten Annahmen aufgeteilt und beschrieben. Am Ende dieses Unterkapitels erfolgt eine stichpunktartige Zusammenfassung in Form einer Tabelle für alle getroffenen Festlegungen und Annahmen (siehe Tabelle 8.1). Da für die Validierung insgesamt drei verschiedene Datensätze erzeugt werden, befindet sich eine Übersicht der ausgewählten Parameter für die einzelnen Datensätze in Tabelle 8.2.

#### Allgemeine Anforderung

Zu den allgemeinen Anforderungen für die synthetischen Daten zählen in erster Linie die Eingabe- sowie Ausgabeparameter, welche einerseits durch die Dreidimensionalität des Edgelist-Verfahrens und durch die Wahl des Interferogramms als Datenprodukt festgelegt werden. Aus diesem Grund wird als Ausgabeformat der Implementierung ein Stack mit  $t$  Interferogrammen gewählt. Dabei wird die Größe der Interferogramme einheitlich durch die Angabe der Anzahl an Pixeln in Azimuth  $n$  (Zeilenanzahl der Szene) und Range  $m$  (Spaltenanzahl der Szene) dargestellt. Folglich ergibt sich für die Dimension des Stacks der Interferogramme  $n \times m \times t$ .

#### Annahmen des Höhenmodells

Da in diesem Kapitel der umgekehrte Weg zu einer DEM Prozessierung durchgeführt wird, bildet hierbei das Höhenmodell die Ausgangsgröße. Um die Testdaten so einfach wie möglich zu halten, wird das Höhenmodell auf einen einzigen Hügel im Interferogramm reduziert. Hierfür wird die Funktion "gausselle" aus Bioucas-Dias und Valadao (2007) verwendet, welche mit einer maximalen Höhe des Hügels  $h_{max}^z$  sowie einer Standardabweichung für Azimuth- und Rangerichtung  $(\sigma_x, \sigma_y)$  durch die Dichtefunktion der zweidimensionalen Normalverteilung eine normalverteilte Elevation

$$h^z(x, y) = h_{max}^z \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2}}, \text{ mit } x = 1 \dots n; \quad y = 1 \dots m; \quad z = 1 \dots t \quad (8.1)$$

für das Gitter eines einzelnen Interferogramms berechnet. Die Standardabweichung der beiden Richtungen ist abhängig von der Maximalhöhe und der Größe der Szene, damit keine senkrechten Steigungen für den Hügel entstehen. Die minimale Höhe wird bei allen Höhenmodellen als Null angenommen.

#### Annahmen des Deformationsmodells

In Kapitel 9 werden D-InSAR-Datensätze als Realdaten verwendet, weshalb die synthetischen Daten ebenfalls mit einer Deformation in z-Richtung versehen werden. Hierbei wird ein lineares Deformationsmodell für den Stack der Interferogramme angenommen, wobei die Wahl dieses Modells keinen Einfluss auf die Phasenabwicklung besitzt. Somit wird die Gesamthöhe aller Datensätze durch deren Anzahl geteilt, um die einheitliche maximale Höhendifferenz zwischen zwei benachbarten Szenen des Stacks festzulegen. Die Deformation beginnt bei der ersten Szene im Stack ( $z=1$ ) und besitzt in der letzten Szene ( $z=t$ ) die maximale

Gesamthöhe des Stacks. Durch diesen Zusammenhang ergibt sich die maximale Höhe eines Interferogramms zu

$$h_{max}^z = z \cdot \frac{h_{Gesamt}}{t}, \text{ mit } z = 1 \dots t. \quad (8.2)$$

Mit diesen Annahmen lässt sich für eine gegebene maximale Gesamthöhe ein Höhenmodell für jedes zu erzeugende Interferogramm erstellen.

### Annahmen des Rauschmodells

Damit überprüft werden kann wie sensitiv der Edgelist-Algorithmus auf verrauschte Daten reagiert, wird ein Rauschanteil (speckle noise) an die Datensätze angebracht. Wie in Kapitel 2.3 erläutert wurde, hängt die Erzeugung eines Interferogramms unter anderem von der Kohärenz zwischen der Master- und Slaveszene ab. Aus diesem Grund wird nicht direkt das zum Höhenmodell passende Interferogramm erzeugt, sondern die zwei dafür benötigten SAR-Aufnahmen simuliert, um an diese Rausch- und Kohärenzeffekte anzubringen. Zur Modellierung des verrauschten Signals wird in Bioucas-Dias et al. (1998) angenommen, dass der Rückstreukoeffizient im dazugehörigen Pixel des SAR-Systems innerhalb des Bildes als stückweise glatt angenommen werden kann. Ausgehend davon können die Informationen durch ein zusammengesetztes Markov Random Field geschätzt werden. Das Modell für die Dichtefunktion der komplexen Amplitude  $A$  aus den beobachteten Rückstreukoeffizienten  $\sigma_{bs}$  ergibt sich zu

$$f(A|\sigma_{bs}) = \frac{1}{\pi\sigma_{bs}^2} e^{-\frac{|A|^2}{\sigma_{bs}^2}}. \quad (8.3)$$

Das Rückstreufeld des Bildes ist in jedem Pixel zyklisch, symmetrisch und normalverteilt (Kelly et al., 1988). Folglich werden für das Rauschen der Amplitude sowie für das additive Rauschen aufgrund von Speckle-Effekten normalverteilte Zufallszahlen erzeugt und diese neben einer für die SAR-Szenen angenommenen Kohärenz an die Einzelbilder angebracht.

### Annahme der Berechnung der Bildpaare

Zur Berechnung des SAR-Signals der Master- und Slaveszene für ein Interferogramm des Stacks kann die Formel (2.8) durch den additive Rauschanteil  $\delta^{noise}$ , welcher sich aus der Wurzel der additiven Rauschenergie ergibt, zu

$$\begin{aligned} u_1 &= A_1 e^{i\phi_1} + \delta^{noise}, \\ u_2 &= A_2 e^{i\phi_2} + \delta^{noise}. \end{aligned} \quad (8.4)$$

erweitert werden (s. Dias und Leitão, 2002, S. 410). Des Weiteren wird angenommen, dass der Erwartungswert der empfangenen unverrauschten Energien für beide SAR-Aufnahmen identisch ist, wodurch sich der Änderungsparameter  $\tilde{\gamma}$  als eine Vereinfachung der Kohärenzformel aus (2.14) zu

$$\mathbf{E}\{|A_1|^2\} = \mathbf{E}\{|A_2|^2\} \quad \Rightarrow \quad \tilde{\gamma} = \frac{\mathbf{E}\{A_1 \cdot A_2^*\}}{\mathbf{E}\{|A_1|^2\}} \quad (8.5)$$

ergibt. Die in der Gleichung (3.7) quadrierte Amplitude  $A_1$  und  $A_2$  stellen die vom Sensor empfangene Energie des zurückgestreuten Signals dar. Mit dem Änderungsparameter, dem festgelegten Rauschmodell

und der in Jakowatz Jr. et al. (s. 1996, S. 278) dargestellten Herleitung der Formeln für zwei koregistrierten SAR-Aufnahmen ergibt sich die benötigte Berechnungsvorschrift für die Master- und Slaveszene zu

$$\begin{aligned} u_1 &= \tilde{\gamma} \cdot A_1 + (\sqrt{1 - \tilde{\gamma}^2}) \cdot A_2 + \frac{1}{2} \delta_{noise} \\ u_2 &= A_1 \cdot e^{-i\phi} + \frac{1}{2} \delta_{noise}. \end{aligned} \quad (8.6)$$

Die Werte für die Amplituden  $A_1$  und  $A_2$  der Master- und Slaveszene werden für alle als normalverteilte Zufallszahlen um Eins erzeugt, da die Phase der entscheidene Parameter für die Abwicklung ist. Dadurch, dass sich die Höhen des zuvor berechneten Modells auf kein reales Höhensystem beziehen, kann die normalverteilte Elevation des Höhenmodells als  $\phi$  direkt in die Gleichung (8.6) eingesetzt werden. Die anschließende Erzeugung der einzelnen Interferogramme erfolgt durch die bereits beschriebene Formel (2.11).

### Zusammenfassung und Festlegung der Parameter der Testdatensätze

In der Tabelle 8.1 sind die zuvor beschriebenen Annahmen und Festlegungen für die synthetischen Daten stichpunktartig als Kurzform dargestellt. Zum Testen des Edgelist-Algorithmus werden insgesamt drei verschiedene Datensätze erzeugt, damit dieser auf Daten ohne Rauschanteile, mit Rauschanteilen und auf einen mit schlechter Kohärenz getestet werden kann. Die hierfür notwendigen Parameter werden in der Tabelle 8.2 für die drei verschiedenen Datensätze aufgelistet.

ANFORDERUNGEN UND ANNAHMEN	FORMEL
<b>Allgemein</b>	
- Ausgabe: Stack mit Interferogrammen	(-)
- Dimensionen des Stacks ( $n \times m \times t$ )	(-)
- Gesamthöhe für Stack $h_{Gesamt}$	(-)
<b>Höhenmodell</b>	
- Vereinfachung auf einen Hügel	(-)
- Normalverteilte Elevation	(8.1)
- Max. Höhe einer Szene	(8.2)
- Min. Höhe in allen Szenen ist Null	(-)
<b>Deformationsmodell</b>	
- Lineares Deformationsmodell	(-)
- Deformation in z-Richtung	(-)
- Deformation aus Gesamthöhe durch $t$	(-)
<b>Rauschmodell</b>	
- Amplituden Rauschen	(8.3)
- SAR + Speckle Noise	(8.4)
- Normalverteiltes Rauschen	(-)
<b>Bildpaar</b>	
- Berücksichtigung der Kohärenz	(8.6)
- Aufteilung in Master- und Slaveszene	(8.6)
- Interferogrammbildung	(2.11)

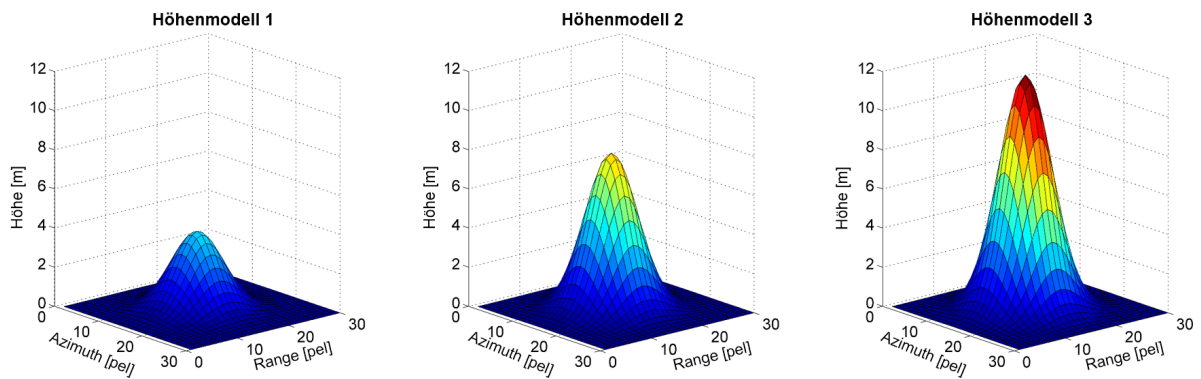
**Tabelle 8.1:** Tabelle aller Festlegung als stichpunktartiger Überblick

FESTLEGUNG DER PARAMETER			
Variablenname	Datensätze		
	1	2	3
Azimuth [pel]	30	30	30
Range [pel]	30	30	30
Anzahl an Szenen	3	3	3
SD in x-Richtung [pel] ( $\sigma_x$ )	4.3	4.3	3.3
SD in y-Richtung [pel] ( $\sigma_y$ )	4.3	4.3	5
Kohärenz ( $\gamma$ )	1	1	0.8
Speckle-Noise [rad] ( $\delta_{noise}$ )	0	0.22	0
max. Höhe [m] ( $h_{Gesamt}$ )	12	12	12

**Tabelle 8.2:** Tabelle der für die Testdatensätze festgelegte Parameter

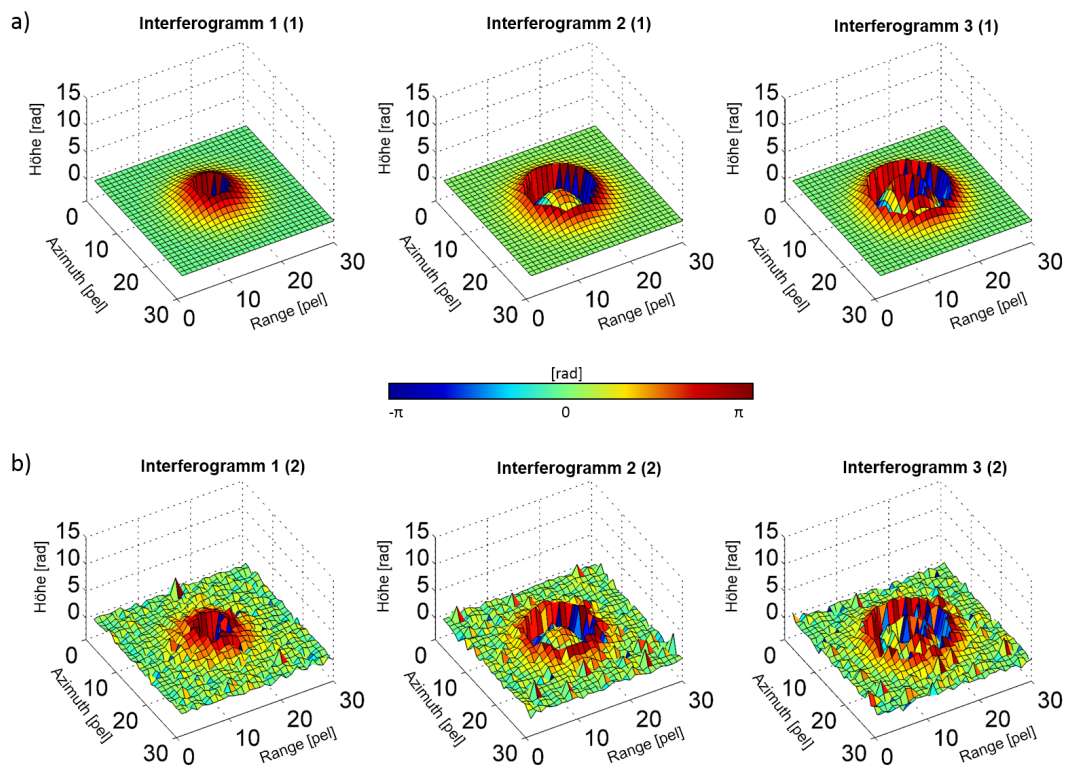
### 8.1.2 Darstellung der synthetischen Daten

In diesem Abschnitt des Kapitels werden die drei Höhenmodelle des Stacks (siehe Abbildung 8.1) sowie die dadurch entstehenden Interferogramme der drei Testdatensätze für den Edgelist-Algorithmus dargestellt. Die hierbei verwendeten Annahmen und Parameter für die Erzeugung dieser Bilder werden in Tabelle 8.1 und 8.2 abgebildet.



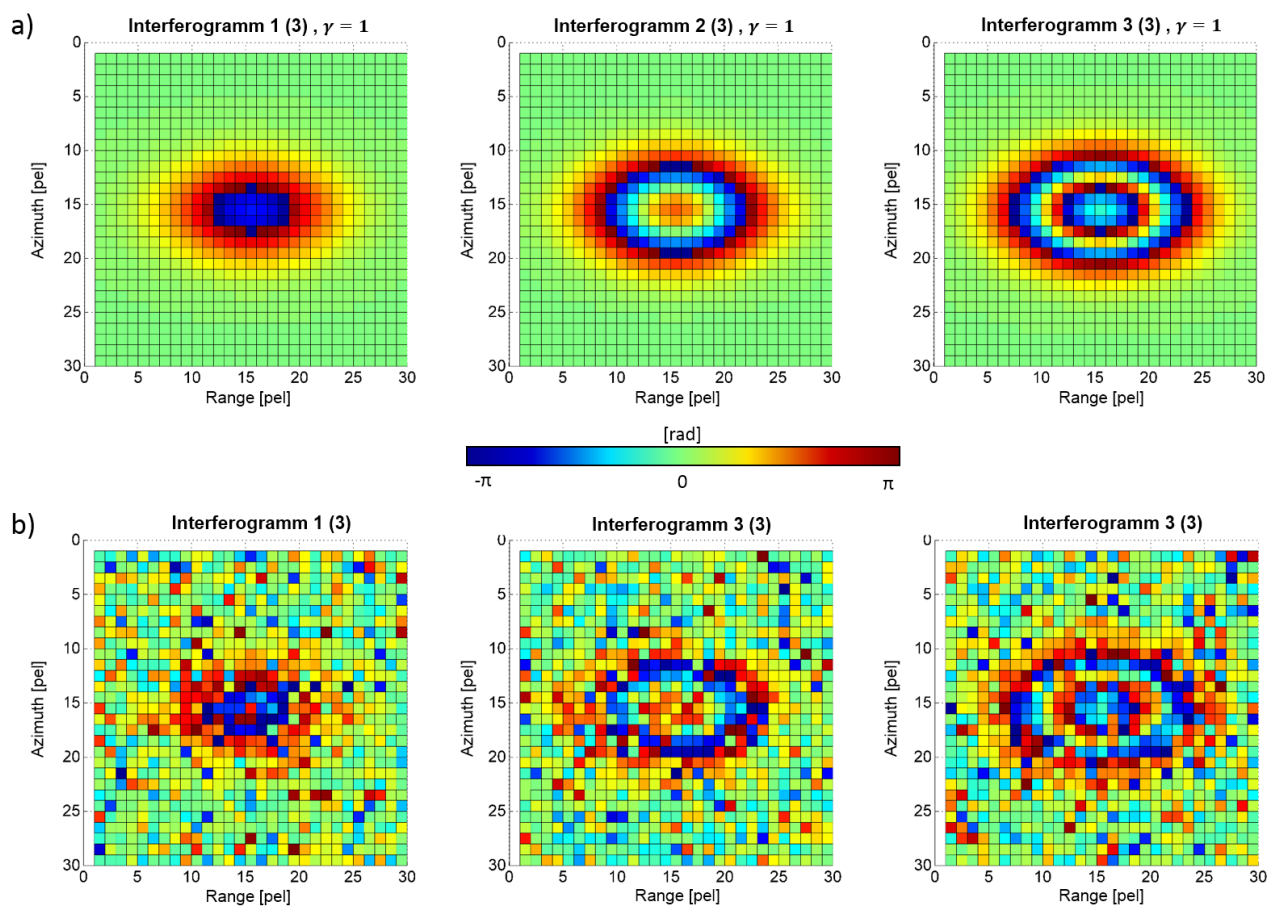
**Abbildung 8.1:** Darstellung der Elevationsbilder des Stacks mit insgesamt drei Aufnahmen

In Abbildung 8.2 werden zur Verdeutlichung der Charakteristiken der Mehrdeutigkeiten die Interferogramme für den unverrauschten Datensatz (1) und den verrauschten Datensatz (2) in einer dreidimensionalen Ansicht visualisiert.



**Abbildung 8.2:** 3-D Darstellung der abgeleiteten Interferogramme für die Bilder 1-3 des Stacks: a) Unverrauschter Datensatz (1); b) Verrauschter Datensatz (2)

Auf Grund von Darstellungs- und Validierungszwecken wird bei der Erzeugung der Testdaten auf eine Bestimmung von PSI-Punkte verzichtet. Dadurch kann in Abbildung 8.3 a) die steigende Anzahl an Mehrdeutigkeiten innerhalb der einzelnen Interferogramme leicht erkannt werden. Wie anhand der Farbleiste in der Mitte der beiden Teilabbildungen zu erkennen ist, befindet sich der Wertebereich, wie in Kapitel 3 beschrieben wird, zwischen  $[-\pi \pi]$ . Im Folgenden wird der dritte Datensatz, welcher eine Kohärenz ungleich Eins und dessen Höhenmodell eine geringe Ausdehnung in Range-Richtung besitzt als zweidimensionales Interferogramm dargestellt. Hierbei wird die Höheninformation der dritten Dimension, wie bereits in den Abbildungen zuvor, als Farbe kodiert. Damit die in den Bildern entstehenden Einflüsse der niedrigen Kohärenz besser dargestellt werden können, wird der Datensatz (3) aufgrund der geringeren Standardabweichung in Azimuth- und Range-Richtung, in Abbildung 8.3 a) ohne und in b) mit Kohärenzeinfluss visualisiert. Durch die unterschiedliche Standardabweichung zu Datensatz (1) und (2) wird das Höhenmodell des Hügels in Azimuth-Richtung gestaucht.



**Abbildung 8.3:** 2-D Darstellung der Interferogramme für die Bilder 1-3 des Stacks für Datensatz (3): a) Datensatz ohne Kohärenzeinfluss  $\rightarrow \gamma = 1$ ; b) Datensatz mit geringer Kohärenz  $\rightarrow \gamma = 0.8$

Durch die Verwendung eines Datensatzes mit unterschiedlicher Breite in den beiden Aufnahmerichtungen soll die Invarianz des Edgelist-Algorithmus gegenüber der räumlichen Ausdehnung geprüft werden. Wie in Abbildung 8.3 b) zu erkennen ist, wird das Interferogramm stark durch die Kohärenz der zugrunde liegenden SAR-Aufnahmen beeinflusst. Somit entstehen im Außenbereich des Hügels große Phasenänderungen, wodurch es zu einer Verletzung der Formel (3.8), dass sich benachbarte Phasenwerte um maximal  $\pi$  unterscheiden, kommt. Die dadurch entstehenden Inkonsistenzen im Phasenfeld erzeugen Diskontinuitäten, welche nicht durch die Topographie des Höhenmodells entstehen (s. Bioucas-Dias und Valadao, 2007, S. 704). In der

Realität kann es innerhalb eines Interferogramms große Unterschiede in der Kohärenz geben, wie in Abbildung 2.6 und 2.7 durch das Kohärenzbild dargestellt wird. Anhand des Datensatzes (2) und (3) wird deutlich, dass die Phasenlage aufgrund von Rausch- und Kohärenzeffekten merklich verändert wird und somit zu Problemen bei der Phasenabwicklung führen kann. Wie stark die Phasenabwicklung des Edgelist-Verfahrens durch die beschriebenen Datensätze verfälscht wird, erfolgt im folgenden Abschnitt durch die Darstellung der Ergebnisse.

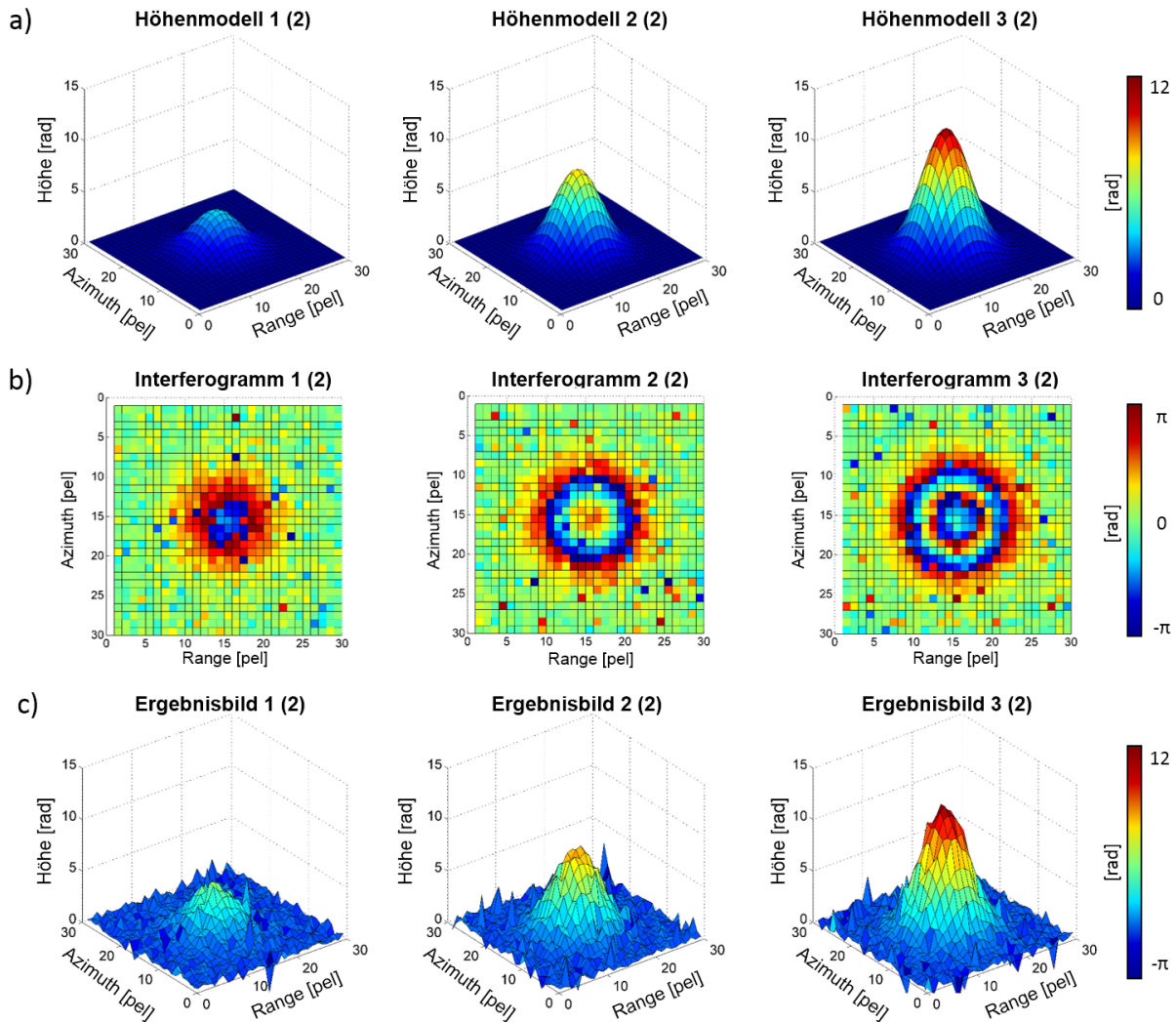
## 8.2 Ergebnisse und Schwierigkeiten

Im Anschluss an die vorhergehende Beschreibung für die Erzeugung und Darstellung der Testdatensätze werden in diesem Kapitel deren abgewickelter Phasenfeld dargestellt. Hierbei sind die Ergebnisse der Phasenabwicklung für die Datensätze (2) und (3) durch die Abbildungen 8.4 und 8.5 dargestellt. Da die Abweichungen zum ursprünglichen Höhenmodell beim Datensatz (1) in den Bereich der Rechengenauigkeit fallen, wird auf eine Darstellung aufgrund der zu geringen Aussagekraft verzichtet. Infolge des in Schema 7.1 dargestellten Ablauf des Edgelist-Algorithmus wird deutlich, dass Kosten für die einzelnen Kanten, welche sich aus der Delaunay Triangulation ergeben, benötigt werden. Für alle erzeugten Kanten des Stacks der synthetischen Daten, egal ob zeitliche oder räumliche, werden einheitliche Kosten festgelegt. Auf die Bestimmung von Kosten wurde bei den Testdaten verzichtet, da Pixel mit einer hohen Wahrscheinlichkeit für Diskontinuitäten durch niedrige Kosten bevorzugt einen Phasensprung (Fluss auf der Kante) erhalten (Chen und Zebker, 2001). Das soll an dieser Stelle vermieden werden, da die Robustheit der  $L^1$ -Norm, welche innerhalb des Verfahrens verwendet wird, nicht durch Gewichte in Form der Kosten verändert werden soll. Wie in Kapitel 7 beschrieben wird, hängt der Edgelist-Algorithmus von einigen weiteren Variablen wie der Kapazitätsgrenze, dem Datentyp sowie dem Lösungsverfahren ab. Aus diesem Grund werden in Tabelle 8.3 diese Werte für die Phasenabwicklung der Testdaten aufgelistet.

FESTLEGUNG DER VARIABLEN FÜR EDGELIST-ALGORITHMUS	
Variablenname	Variablenwert
Datentyp	vollbesetzte Interferogramme
Kostenfunktion	einheitliche Kosten
obere Kapazitätsgrenze für $P_{ij}, Q_{ij}$	10
obere Kapazitätsgrenze für $k_i$	40
untere Kapazitätsgrenze für alle Variablen	0
Lösungsverfahren	Interior-Point

**Tabelle 8.3:** Variablenfestlegungen des Edgelist-Algorithmus für die Testdaten

In Tabelle 8.4 wird die Anzahl der richtig abgewickelten Phasenwerte des gesamten Stacks für die entsprechenden Datensätze dargestellt. Unterschieden wird hierbei zwischen Phasensprüngen, welche durch die Topographie (Datensatz 1), durch das additive Rauschen (Datensatz 2) oder durch die Kohärenz (Datensatz 3) erzeugt werden.

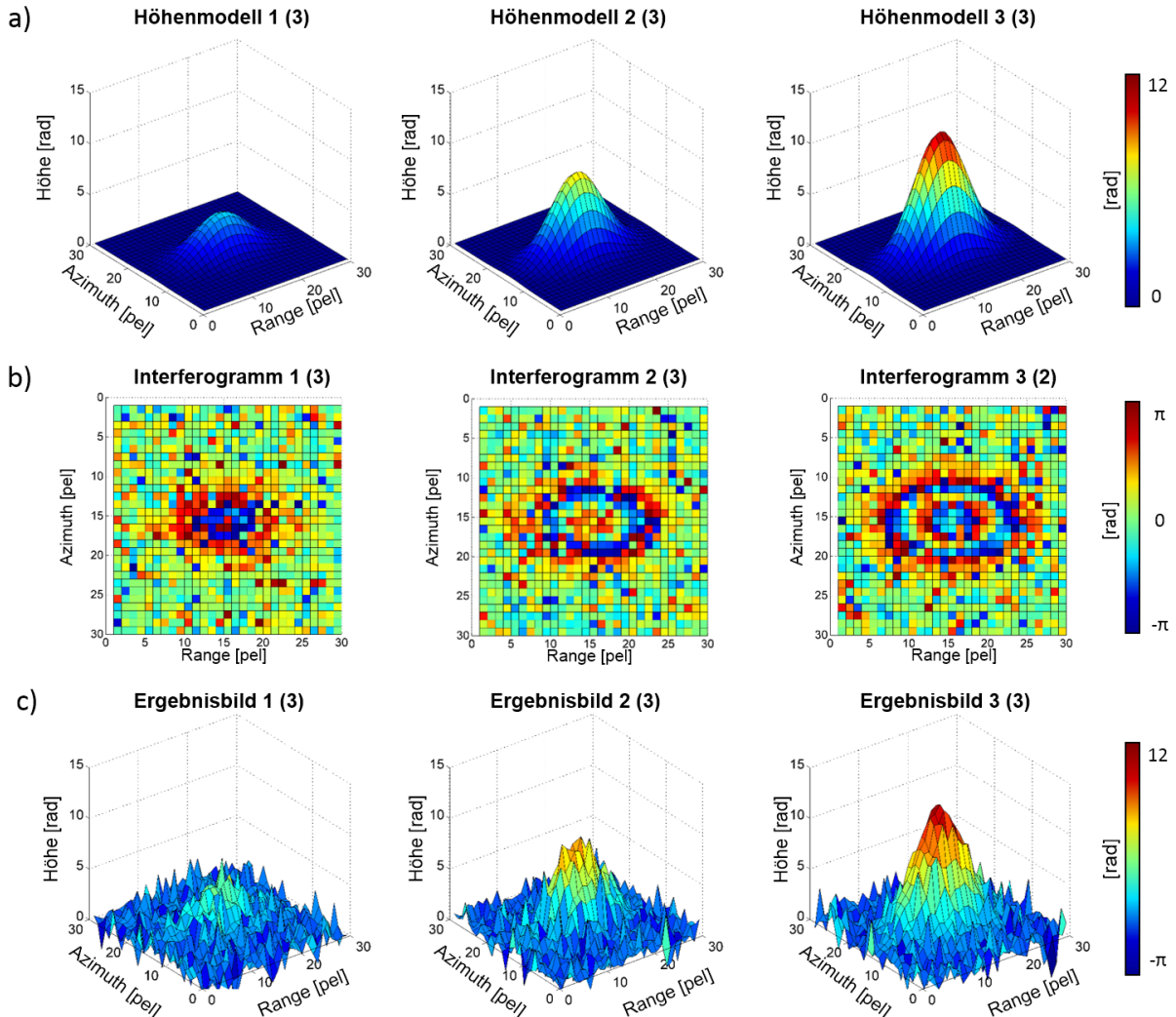


**Abbildung 8.4:** Abgewickeltes Phasenfeld für Bilder 1-3 des Stacks für Datensatz (2): a) Höhenmodell; b) Interferogramm; c) Ergebnis nach Abwicklung mit Edgelist-Algorithmus

Das durch den Edgelist-Algorithmus berechnete abgewickelte Phasenfeld wird in Abbildung 8.4 c) neben dem Interferogramm b) und dem als Referenz dienenden Höhenmodell a) für den Datensatz (2) dargestellt. Bei diesem durch ein additives Rauschen veränderten Datensatz sind bei Betrachtung des Ergebnisbildes die Einflüsse des Speckle Noise auf die Phasenabwicklung gut zu erkennen. So gibt es im Außenbereich des Hügels nach der Abwicklung viele Pixel, welche ihren Phasenwert im Vergleich zum Interferogramm nicht verändert haben. Des Weiteren wird bei Betrachtung der Lage und des Höhenmaßstabs deutlich, dass der Bereich in dem sich die Topographie des Hügels befindet, verglichen mit dem Höhenmodell, korrekt rekonstruiert wurde. Dass sich die Ausreißer im Außenbereich durch die Phasenabwicklung nicht verändern, liegt in erster Linie am Verfahren der Phasenabwicklung. Bei diesem werden nur die ganzzahligen Mehrdeutigkeiten zwischen benachbarten Punkten bestimmt. Wie anhand des Interferogramms erkennbar ist, gibt es vereinzelte Pixel, welche eine Phasendifferenz größer als  $\pi$  aufweisen. Somit ergeben sich neben den natürlichen durch die Topographie entstehenden Diskontinuitäten an diesen Pixelpositionen zusätzliche Inkonsistenzen. Daher entstehen für die durch diese Kanten entstehenden Restriktionen aus der Problemstellung 4 für das Edgelist-Verfahren auf der rechten Seite ein Wert von Eins, was bedeutet, dass aufgrund der Beobachtungen auf dieser Kante ein Fluss fließen muss. Infolge der einheitlichen Kosten erfolgt keine Abschwächung des Flusses an den Stellen der Inkonsistenzen, wodurch die entstehende Mehrdeutigkeit direkt in das absolute



Phasenfeld einget. Ebenso verhält es sich mit dem im Interferogramm vorhandenen Rauschanteil, weil nach Bestimmung der ganzzahligen Mehrdeutigkeiten diese mit  $\pi$  multipliziert und an das vorhandene Phasenfeld additiv angebracht werden. In Bereichen, wo es zu Phasensprüngen aufgrund der Topographie kommt, kann es bei zu großen Rauscheinflüssen zu Fehlabwecklungen kommen. Für den gesamten Stack des Testdatensatzes (2) werden 23 Phasensprünge falsch rekonstruiert (siehe Tabelle 8.4). Dementsprechend werden vorhandene Rauschanteile und die damit verbundenen Inkonsistenzen bei der Phasenabwecklung nicht reduziert, was anhand der letzten Zeile der Tabelle (siehe Tabelle 8.4) erkennbar wird.



**Abbildung 8.5:** Abgewickeltes Phasenfeld für Bilder 1-3 des Stacks für Datensatz (3): a) Höhenmodell; b) Interferogramm; c) Ergebnis nach Abwicklung mit Edgelist-Algorithmus

In Abbildung 8.5 wird das Ergebnis der Phasenabwecklung für den Datensatz (3) dargestellt, bei dem der Einfluss der Kohärenz auf die Phasenabwecklung verdeutlicht werden soll. Anhand der Interferogramme des Stapels wird deutlich, dass eine Kohärenz von 0.8 zwischen den einzelnen SAR-Aufnahmen bereits zu deutlichen Phasenstörungen führt. Die Kohärenz ist mit einem Speckle-Noise von  $0.52rad$  zu vergleichen, was mehr als doppelt so groß wie das Rauschen, welches an Datensatz (2) angebracht wurde, ist. Somit liegen für die Kohärenz die gleichen Einflüsse auf die Phasenabwecklung vor, wie sie für das Rauschen beschrieben wurden. Infolge dessen ergeben sich für diesen Datensatz 45 falsch bestimmte Phasensprünge und eine höhere Gesamtanzahl an Pixeln, welche einen Phasensprung aufgrund des Rauschens (Kohärenz) durch-

führen (siehe Tabelle 8.4). Allerdings wird die Kohärenz bei der Entwicklung der synthetischen Daten für alle Pixel als gleich angenommen, wodurch der Effekt auf alle Pixel der Szene in gleicher Weise wirkt und dementsprechend in der gesamten Szene Diskontinuitäten erzeugt. Wie in Kapitel 2.3.3 beschrieben wird ist die Kohärenz ein Maß für die Ähnlichkeit zwischen zwei SAR-Aufnahmen, welche durch zeitlich variable Rückstreuungseigenschaften beeinflusst wird. Daher ist die Kohärenz abhängig vom angestrahlten Gebiet. Waldgebiete besitzen aufgrund der Bewegung ihrer Blätter durch den Wind eine sehr niedrige Kohärenz, wodurch eine Phasenabwicklung in solchen Gebieten erschwert wird.

AUSWERTUNG DER ERGEBNISSE DER TESTDATEN			
Parameter	Datensätze		
	1	2	3
Gesamtpixel im gesamten Stack	2700	2700	2700
Pixelanzahl ohne Phasensprünge	2445	1677	1498
Ergebnispixel mit Phasensprünge (Gesamt)	255	1023	1202
Wahre Pixelanzahl mit Phasensprünge (Topographie)	255	255	233
Pixelanzahl mit Phasensprünge durch Rauschen	0	768	969
Ergebnispixel mit richtigen Phasensprünge (Topographie)	255	232	188
Ergebnispixel mit richtigen Phasensprünge (Rauschen)	0	0	0

**Tabelle 8.4:** Auswertung der Abweichungen zwischen Höhenmodell und abgewickelten Phasenfeld jeweils für den gesamten Stack der Testdatensätze (1),(2) und (3)

Angesichts der Ergebnisse für den Datensatz (1) aus Tabelle 8.4 lässt sich sagen, dass eine Rekonstruktion des absoluten Phasenfeldes unter idealen Bedingungen ( $\lambda = 1$ ;  $\delta_{noise} = 0$ ) ohne entstehende Abweichungen möglich ist. Bei verrauschten Daten sollte in der Regel ein Glättungsfilter auf die Datensätze angewendet werden, um die Rauschanteile an den Diskontinuitäten der Topographie zu reduzieren und somit die Phasenabwicklung zu verbessern. Zur Reduzierung des Speckle-Noise bietet sich der im Kapitel 9 verwendete Goldsteinfilter an. Um die Einflüsse der Kohärenz bei der Phasenabwicklung zu minimieren, können einerseits Gebiete mit schlechten Kohärenzeigenschaften durch eine Maske von der Auswertung ausgeschlossen werden. Andererseits wäre eine Verwendung von PSI-Punkten, wie sie in Kapitel 2.5 beschrieben werden, möglich. Des Weiteren sollte eine Normierung der Phasenwerte der einzelnen Interferogramme des Stacks durchgeführt werden, da es sonst bei den zeitlichen Kanten und die dafür zu bestimmenden Mehrdeutigkeiten zu Fehlern kommen kann.

# 9. Anwendung und Analyse auf Realdaten

Die Anwendung und Analyse des Edgelist-Algorithmus auf eine Realdatengrundlage sind die Hauptbestandteile dieses Kapitels. Ein Ablaufdiagramm sowie eine Beschreibung der einzelnen Berechnungsschritte des implementierten Algorithmus können dem Kapitel 8 entnommen werden. Bei der Anwendung des Verfahrens auf Realdaten soll einerseits geprüft werden, inwieweit sich die entstehende Lösung der Phasenmehreutigkeiten von der eines iterativen zweidimensionalen Verfahrens unterscheidet. Andererseits sollen hierbei die Stärken und Schwächen des Verfahrens identifiziert werden, um so eine Aussage über die Anwendbarkeit des Verfahrens in der Praxis treffen zu können. Die für den Vergleich benötigten abgewickelten Phasenfelder wurden mit Hilfe eines iterativen zweidimensionalen MCF-Verfahrens innerhalb des Remote Sensing Package Graz (RSG) berechnet und lagen als Referenzdaten vor. Diese Software wurde vom Institut für Informations- und Kommunikationstechnologien (DIGITAL) der Forschungsgesellschaft mbH Joanneum Research in Graz, Österreich entwickelt. Die sich aus dem Vergleich ergebenden Unterschiede werden in Kapitel 9.3 unter Hinzunahme zusätzlicher Informationen in Form von Luftbilder beschrieben und erläutert.

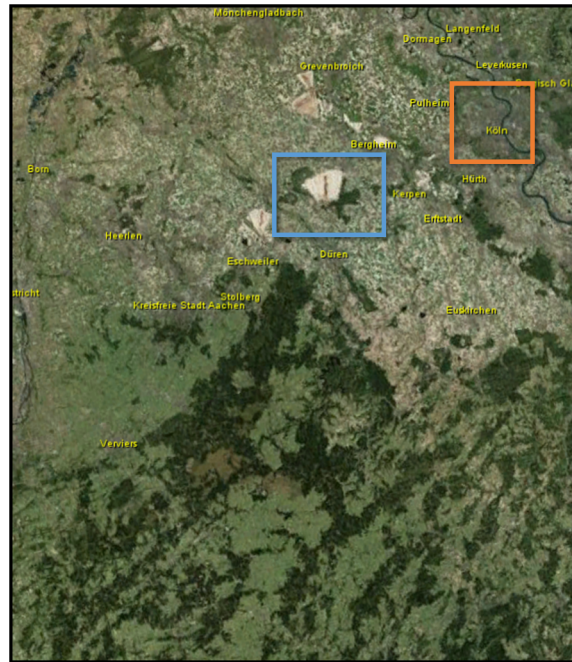
Die Bestimmung der Deformationsänderungen innerhalb eines Datenstapels, welche durch den dreidimensionalen Ansatz des Edgelist-Algorithmus ebenfalls möglich ist, wird in dieser Masterarbeit nicht weiter betrachtet, da die vorhandene Datengrundlage eine solche Prozessierung nicht zulässt (siehe Kapitel 9.1). In den folgenden Unterkapiteln werden die Datengrundlage sowie die Vorverarbeitung dieser Daten vor der Anwendung des implementierten Verfahrens erläutert.

## 9.1 Beschreibung der Datengrundlage

Als allgemeine Datengrundlage liegt ein Datenstapel von insgesamt 32 D-InSAR-Interferogrammen der ERS-1/2 Satelliten vor, welche die Niederrheinische Bucht abbilden. Eine Darstellung der Ausdehnung des aufgezeichneten Gebietes wird in Abbildung 9.1 abgebildet. Der Datenstapel umfasst den Aufnahmezeitraum vom 09.05.1992 bis zum 19.10.1999. Die Szenen sind untereinander koregistriert und innerhalb der Daten entsprechend des Aufnahmezeitpunktes der Masterszene angeordnet. Bei der Bestimmung der D-InSAR Szenen wurde das interferometrische Phasensignal zwischen der ausgewählten Master- und Slaveszene mit Hilfe der Formel (2.11) berechnet und der topographische Phasenanteil durch das SRTM 20 digitale Elevationsmodell bestimmt. Dieser wird vom Gesamtsignal subtrahiert, um das Phasensignal der Deformation zu erhalten.

Des Weiteren wurde auf allen Datensätzen ein Multilook-Verfahren angewendet, um Rauschanteile wie die des Speckle-Noise zu reduzieren. Allerdings wird hierbei durch die Mittelung einer festen Anzahl von Pixeln in Range und Azimutrichtung die geometrische Auflösung verschlechtert (s. Moll, 2007, S. 38). Die Anzahl der unabhängigen "looks" wird als 4 in Range- und 20 in Azimut-Richtung festgelegt, um näherungsweise quadratische Pixel zu erhalten und wird daher als Multilook 80 bezeichnet. Bei einer für den ERS-1 Satelliten angenommenen Azimuthauflösung von  $4m$  und einer Rangeauflösung von  $20m$  ergibt sich somit für die Pixelkante der Interferogramme eine Länge von  $80m$  (s. Moll, 2007, S. 39).

Eine weitere Eigenschaft der Daten ist, dass keine vollbesetzten sondern nur dünnbesetzte Szenen für den gesamten Stapel vorliegen. Das liegt daran, dass für jede Szene PSI-Punkte mit zeitlich stabilen Rückstreuungseigenschaften bestimmt wurden, wie sie im Kapitel 2.5 erläutert werden. Die Positionen dieser Punkte wird für jede Szene in Form einer Kohärenzmaske gespeichert. Hierbei besitzen alle Aufnahmen des Stapels eine



**Abbildung 9.1:** Darstellung des Aufnahmegebietes der Datengrundlage - Niederrheinische Bucht: Oranges Rechteck zeigt Ausschnitt für Teildatensatz 1 (Köln); Blaues Rechteck zeigt Ausschnitt für Teildatensatz 2 (Tagebau Hambach); Bild aus WorldWind World Map der NEST Toolbox (European Space Agency (ESA), 2014)

unterschiedliche Anzahl dieser Punkte. Aufgrund von Atmosphäreneinflüssen oder den Rückstreuereigenschaften von Objekten durch Temperaturunterschiede, wird der gesamte Datenstapel kalibriert, indem das zeitlich stabilste Pixel ausgewählt wird und die anderen Szenen an dieses angepasst werden (Shanker und Zebker, 2010). Die Vergleichsdatensätze der abgewickelten Phasenfelder, welche durch das Remote Sensing Package Graz (RSG) berechnet wurden, liegen im gleichen Datenformat mit den entsprechenden Kohärenzmasken vor.

## 9.2 Vorverarbeitung und Anpassung der Datensätze

Zu den Schritten der Vorverarbeitung zählen unter anderem die Anpassungen des Datensatzes an die Kriterien des Edgelist-Algorithmus, welche durch die Form der Implementierung entstehen sowie Veränderungen, die zu einer Verbesserung der Lösbarkeit der Phasenmehrdeutigkeiten beitragen, wie beispielsweise digitale Filterverfahren. Aufgrund des höheren Speicherverbrauchs sowie längerer Rechenzeit des Edgelist-Verfahrens wird der Datensatz in zwei kleinere Teilgebiete der Niederrheinischen Bucht aufgeteilt. Als erster Datensatz wurde der Bereich um die Stadt Köln aus der Gesamtszene extrahiert, da dieser viele stabile Punkte aufgrund der Stadtbebauung aufweist (siehe Abbildung 9.1 oranges Rechteck). Als zweiter Datensatz für den späteren Vergleich der Lösungsverfahren wurde der Bereich um den Tagebau Hambach mit den kleineren umliegenden Gemeinden separiert. Hierbei bezieht sich der Ausschnitt nicht nur auf den Tagebau, weil die Anzahl an PSI-Punkte hierbei sonst aufgrund der zeitlich starken Variabilität der Rückstreuereigenschaften durch den Kohleabbau, zu gering wäre (siehe Abbildung 9.1 blaues Rechteck). Neben der Bildung dieser beiden Teildatensätze wird die Stapelgröße der D-InSAR Aufnahmen reduziert. Insgesamt werden sechs Interferogramme aus dem Stapel ausgewählt, welche in Tabelle 9.1 dargestellt sind. Dabei werden die ersten drei Szenen für die Auswertung des Teildatensatzes 1 der Stadt Köln benutzt und die letzten drei bei der Phasenabwicklung für den Tagebau Hambach verwendet. Die zusätzliche Unterteilung erfolgt einerseits, um die Datenmenge

Verwendete Datensätze				
Masterszene	Slaveszene	temp. Basislinie [Tage]	Datensatz	Anzahl identer Punkte
09.01.1993	19.07.1992	175	Köln	10909
20.03.1993	05.12.1992	105		
29.05.1993	18.07.1992	315		
12.01.1999	03.03.1998	315	Tagebau	6592
12.01.1999	21.07.1998	175		
12.01.1999	08.12.1998	35		

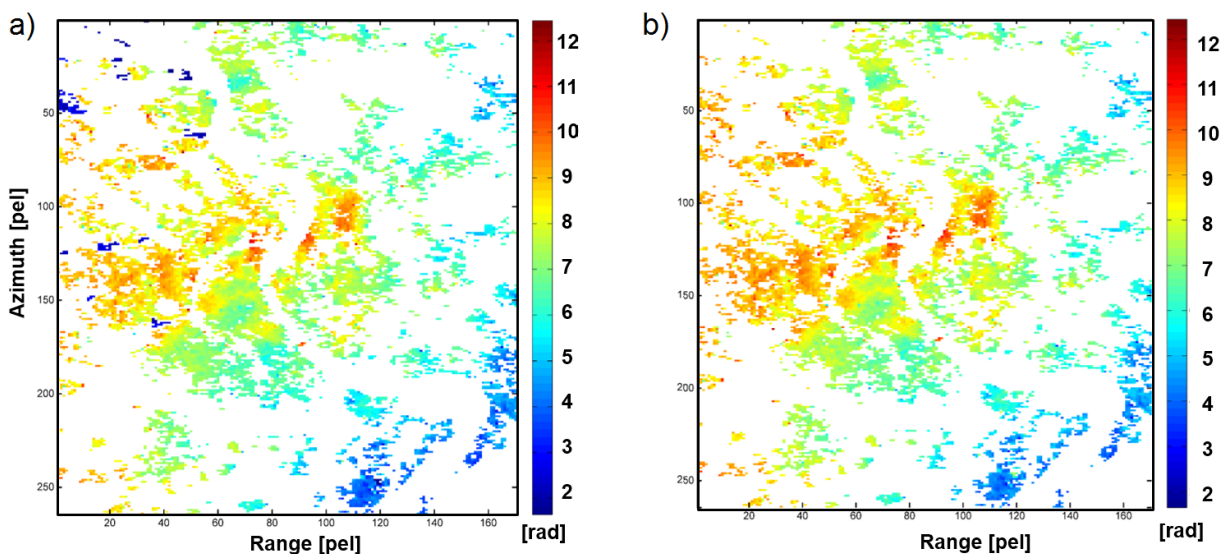
**Tabelle 9.1:** Tabelle der verwendeten Datensätze für den Vergleich aus Kapitel 9.3: Orange Zeilen wurden für den Datensatz von Köln und Blaue für den vom Tagebau Hambach verwendet

weiter zu reduzieren und andererseits aufgrund der Anzahl gemeinsamer PSI-Punkten im Datenstapel. Da der Edgelist-Algorithmus durch die in Kapitel 7 dargestellte Implementierung nur Punkte verarbeiten kann, welche in allen Szenen vorhanden sind, können einige Punkte aufgrund schwankender Kohärenzwerte von 1992 bis 1999 nicht verwendet werden. Zur Maximierung der Anzahl der Punkte im Bereich des Tagebaus werden die letzten drei Szenen ausgewählt, da bei diesen viele idente Punkte gefunden werden können.

Neben der Festlegung der Teildatensätze und der Auswahl der PSI-Punkte, für welche die Phasenmehrdeutigkeiten bestimmt werden, erfolgt eine Phasenfilterung mit Hilfe des Goldstein-Filters. Bei dieser spektrale Filtertechnik werden die im Phasensignal vorhandenen "Fringes", welche im Spektralbereich als Peaks auftreten, durch die Festlegung von hohen Gewichten bei der Filterung reduziert (Goldstein und Werner, 1998). Dadurch kommt es zu einer Verminderung des Rauschanteils im Phasensignal eines Interferogramms. Die durch die Vorverarbeitungsschritte angepassten Daten werden dem Edgelist Algorithmus als Eingabedaten übergeben.

### 9.3 Auswertung der Teildatensätze und Ergebnisdiskussion

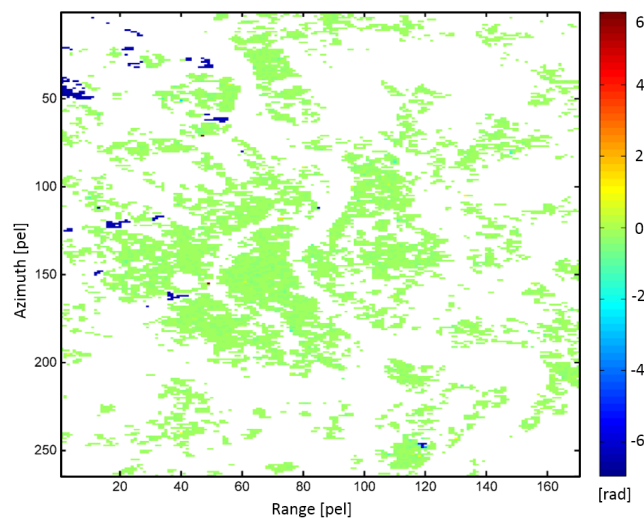
In diesem Kapitel werden die Ergebnisse des Edgelist-Algorithmus für die in Tabelle 9.1 dargestellten Datensätze mit denen des iterativen 2-D MCF-Verfahrens der RSG verglichen.



**Abbildung 9.2:** Darstellung der Ergebnisse für den Datensatz Köln (1. Szene aus Tabelle 9.1): a) Ergebnis des Edgelist-Algorithmus; b) Ergebnis des iterativen 2-D MCF-Verfahrens

Die in Abbildung 9.2 dargestellten Ergebnisse zeigen, dass die beiden Verfahren eine sehr ähnliche Lösung für die Phasenabwicklung des Gebietes von Köln erhalten. Anhand der Abbildungen ist gut zu erkennen, dass die PSI-Punkte vorwiegend im Innenstadtbereich von Köln liegen, da die Bebauung zeitlich stabile Rückstreuungseigenschaften aufweist, im Gegensatz zur zeitlich variablen Oberfläche des Rheins. Des Weiteren liegen im Außenbereich der Stadt deutlich weniger Punkte vor, was im unteren linken Bereich der Abbildungen durch anliegende Waldgebiete entsteht.

Angesichts der abgewickelten Phasenwerte lassen sich in den beiden Bildern die geologischen Hintergründe der Niederrheinischen Bucht erkennen. Aufgrund des Kohleabbaus und der damit verbundenen Sumpfung in diesem Gebiet kommt es zu Absenkungseffekten, welche neben weiteren nicht eliminierten Anteilen wie zum Beispiel der Atmosphäre in den Ergebnisbildern zu erkennen sind. Hierbei grenzt die Niederrheinische Bucht im Osten an das Rheinische Schiefergebirge, wodurch es dort zu sehr geringen Deformationen (hell- bis dunkelblaue Pixel) kommt (s. Kircher, 2004, S. 11-12). Köln befindet auf der Kölner-Scholle und wird durch diese Störung beeinflusst, welche in den Abbildungen durch eine erhöhte Deformation sichtbar werden (gelbe bis rote Pixel) (s. Kircher, 2004, Abb. 5). Zur besseren Darstellungen der pixelweisen Unterschiede der beiden Verfahren ist in Abbildung 9.3 das Differenzenbild bei dem die Lösung des iterativen Verfahrens von der des Edgelist Verfahrens abgezogen wurde dargestellt.

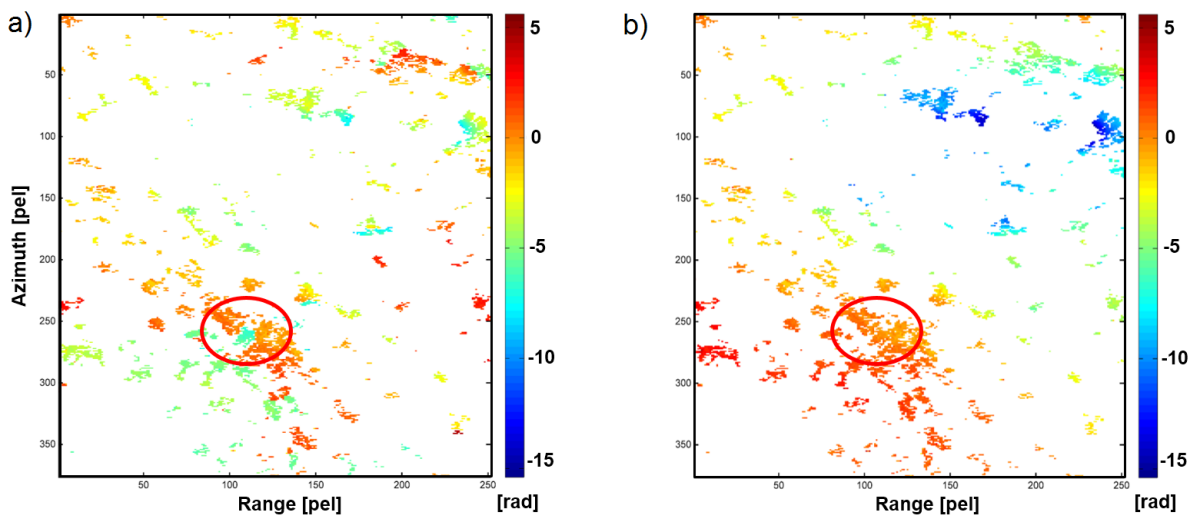


**Abbildung 9.3:** Differenzenbild zwischen den Ergebnissen der beiden, in Abbildung 9.2 dargestellten, Lösungen (Edgelist-2D MCF)

Im oberen linken Teil des Differenzenbildes sind einige zusammenhängende Cluster von Pixeln zu erkennen, welche einen Unterschied von bis zu 6 *rad* zwischen den beiden Lösungsverfahren kennzeichnen. Hierbei werden beim Edgelist-Algorithmus niedrigere absolute Phasenwerte für die Punkte der Cluster bestimmt. Des Weiteren gibt es vereinzelte Pixel im Innenbereich der Stadt, welche durch das dreidimensionale Verfahren zu hoch geschätzt werden. Zudem weisen diese Punkte, im Vergleich zu den umliegenden Punkten, keine niedrigen Kohärenzen auf. Das bedeutet, dass diese nicht durch schlechte Rückstreuungseigenschaften verfälscht wurden. Die anderen zwei abgewickelten Interferogramme des Stapels für Köln wiesen ähnliche Differenzen auf.

Mögliche Ursachen für diese Unterschiede zwischen den beiden Verfahren sind beispielsweise die Verwendung unterschiedlicher Kostenfunktionen während der Lösung des Problems. Die in Halsig (2012) dargestellten Verwendung der RSG Software kann entnommen werden, dass diese ebenfalls statistische Kostenfunktionen für die Gewichtung der Phasenmehrdeutigkeiten verwendet, allerdings können sich einige der in Kapitel 6 beschriebenen Parameter zwischen den beiden zu vergleichenden Verfahren unterscheiden. Da die Anzahl

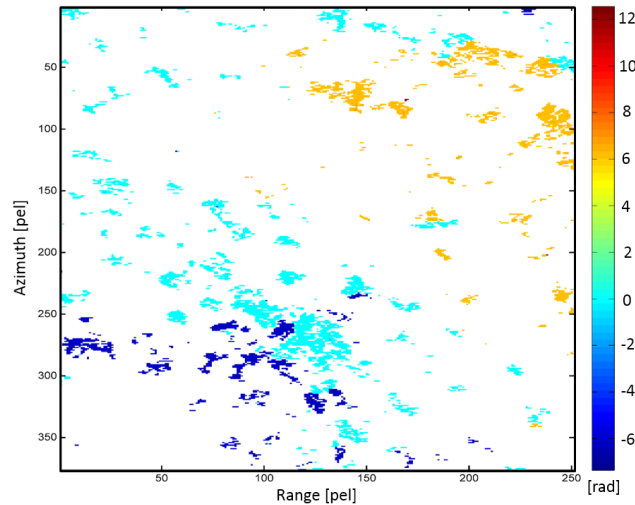
der für die Abwicklung verwendeten Dimensionen der Hauptunterschied zwischen den zwei Verfahren ist, kann davon ausgegangen werden, dass die Abweichungen zur zweidimensionalen Lösung durch die zeitlichen Kanten induziert werden. Eine mögliche Fehlerquelle hierbei ist die Bestimmung der zeitlichen Kanten sowie Kalibrierung der Szenen bei der Vorprozessierung. Falls durch falsch kalibrierte Phasenwerte zu niedrige Kosten für eine zeitliche Kante bestimmt werden, kann es dazu kommen, dass sich der Vorteil der zusätzlichen Dimension negativ auf die Minimierung des Edgelist-Algorithmus auswirkt. Hierbei führt die zeitliche Verbindung der PSI-Punkte zwischen zwei Nachbarszenen dazu, dass ein falscher Fluss bzw. eine falsche Mehrdeutigkeit über eine zeitliche Kante transportiert wird. Somit kann der lokale PSI-Punkt in seinem absoluten Phasenwert verändert werden, wenn die räumlichen Kanten in der Szene keinen Phasensprung vorsehen und die Kosten für das Entstehen einer Mehrdeutigkeit dadurch niedrig sind. Im folgenden Beispiel des Datensatzes vom Tagebau Hambach wird gezeigt, dass die lokale Variabilität, aufgrund des dreidimensionalen Verfahrens, genutzt werden kann, um Signaleffekte aufzudecken.



**Abbildung 9.4:** Darstellung der Ergebnisse für den Datensatz Tagebau Hambach: a) Ergebnis des Edgelist-Algorithmus; b) Ergebnis des iterativen 2-D MCF-Verfahrens; roter Kreis wird in Abbildung 9.6 als Layer auf ein Luftbild von Google Earth projiziert

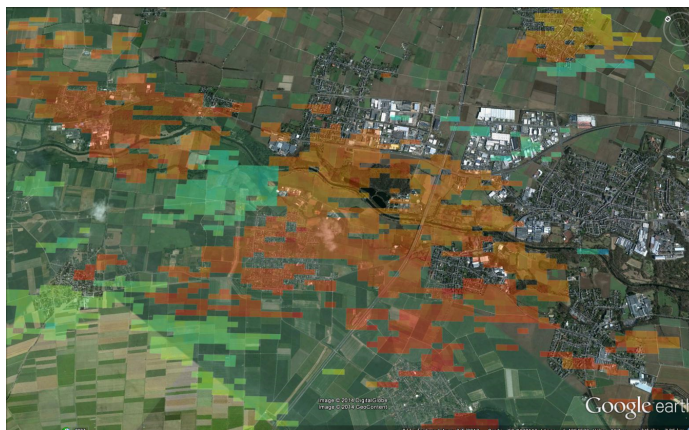
Für den Teildatensatz vom Tagebau Hambach ergibt sich nach Anwendung der zwei Lösungsverfahren das in Abbildung 9.4 dargestellte Ergebnis. Infolge der zeitlich variablen Rückstreuungseigenschaften sind im oberen mittleren Bereich der Abbildungen a) und b) große Bereiche ohne PSI-Punkte vorhanden. Somit befindet sich der Großteil der Punkte in den Randbereichen des Tagebaus und hierbei verstärkt im Bereich der anliegenden Ortschaften. Derartig dünnbesetzte Gebiete können bei der Phasenabwicklung schnell zu Problemen führen, da es bei der Bildung der Kanten mittels Delaunay Triangulation zu sehr langen Verbindungen kommen kann. Die Bestimmung der statistischen Kosten können hierbei zu Fehlern führen, da einerseits bei der Bestimmung des lokalen Phasengradienten weniger Punkte enthalten sein können und andererseits eine große Distanz zwischen den Pixeln der Kante nicht explizit modelliert (siehe Kapitel 6).

Im Gegensatz zu Abbildung 9.2 ergeben sich für das Gebiet des Tagebaus deutlich mehr Unterschiede im abgewickelten Phasenfeld. Im Differenzenbild, welches in Abbildung 9.5 dargestellt ist, werden die Unterschiede im unteren (dunkelblaue Pixel) und im oberen rechten Bereich (orange Pixel) des Bildes deutlich. Der Großteil der zum Tagebau gehörenden Pixel, wird in beiden Verfahren gleich abgewickelt (cyane Pixel). Folglich lässt sich annehmen, dass die Hauptdeformation in diesem Gebiet von beiden Algorithmen in gleicher Weise abgewickelt wird. Um zu überprüfen, wodurch die Unterschiede zwischen zwei- und dreidimensionalen Verfahren für diesen Ausschnitt der Niederrheinischen Bucht entstehen, wurden die PSI-Punkte, welche in Abbildung 9.4 innerhalb des roten Kreises liegen auf ein Luftbild von Google Earth gelegt. Hierbei ist



**Abbildung 9.5:** Differenzbild zwischen den Ergebnissen der beiden, in Abbildung 9.2 dargestellten, Lösungen (Edgelist-2D MCF)

zu beachten, dass die von der Implementierung ausgegebene Szene vor der Kombination mit dem Luftbild, zunächst in ein Koordinatenbezugssystem wie zum Beispiel dem World Geodetic System 1984 (WGS84), projiziert werden muss. Da die Metadaten bei der Konvertierung der Datenmatrizen in Matlab verloren gegangen sind wird für die Abbildung 9.6 auf eine entsprechende Projektion verzichtet. Unter Vernachlässigung der Verzerrung der Positionen der PSI-Punkte, liegen die orangenen Pixel überwiegend in bebauten Bereichen, wohingegen die grünen Pixel in Bereichen mit landwirtschaftlicher Nutzung liegen. Dieser Teil wird beim zweidimensionalen Verfahren nur durch orange Pixel dargestellt. Im Kapitel 9.1 wird erläutert, dass bei der Generierung der D-InSAR-Aufnahmen der topographische Phasenanteil mit Hilfe des SRTM-20 berechnet und vom interferometrischen Phasensignal der Aufnahmen des Stapels abgezogen wird. Da hierbei immer ein Restanteil der Topographie im Gesamtsignal übrig bleibt kann angenommen werden, dass dieser durch die dritte Dimension des Edgelist-Algorithmus in dieser Szene sichtbar gemacht wird. Dieses Verhalten würde einen großen Vorteil des Edgelist-Verfahrens gegenüber dem zweidimensionalen MCF-Verfahren bedeuten. Somit könnten die topographischen Restanteile im SBAS-Verfahren von Berardino et al. (2002) besser bestimmt werden, da kleine lokale Veränderungen innerhalb des dreidimensionalen Ansatzes besser abgewickelt werden können.



**Abbildung 9.6:** Darstellung der Projektion der Pixelumgebung des roten Kreises aus Abbildung 9.4 auf ein Luftbild Google Earth V 7.1.2.2041. (September 24, 2014). Niederrheinische Bucht, Deutschland



# 10. Zusammenfassung

## 10.1 Fazit

In dieser Masterarbeit wurde zur Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten (Phase Unwrapping) in D-InSAR-Stapeln das dreidimensionale Edgelist-Verfahren von Shanker und Zebker (2010) verwendet, welches eine verallgemeinerte Übertragung auf ein Minimum Cost Flow Problem nutzt. Da die Phasenabwicklung einen wichtigen Schritt in der Prozessierung von SAR-Datenprodukten darstellt, besteht die Notwendigkeit eines robusten und zuverlässigen Verfahrens, um daraus Höheninformationen, Deformationen sowie deren Änderungen ableiten zu können. Um den Zusammenhang zwischen dem Messverfahren und der Entstehung des Phase Unwrapping Problems von satellitengestützten SAR-Systemen herzustellen, wurde in Kapitel 2 die Grundlagen der Radarfernerkundung erläutert. Hierbei wurde neben den allgemeinen Begriffen der Funktionen der Radarinterferometrie auch das komplexe interferometrische Phasensignal dargestellt. Mit dessen Hilfe wurde in Kapitel 3 das Problem der im Signal enthaltenen Phasenmehrdeutigkeiten aufgrund des periodischen Charakters des vom Satelliten ausgesendeten Signals analysiert. Dabei wurde eine grobe Gliederung der Verfahren zur Lösung dieses Problems erstellt, um so einerseits einen Überblick für die derzeitigen Ansätze und andererseits eine Einordnung des Edgelist-Algorithmus zu liefern.

In Kapitel 4 und 5 wurden zunächst die allgemeinen Grundlagen eines Minimum Cost Flow (MCF) Problems und dessen Darstellung als primales sowie duales Problem beschrieben. Durch diese Repräsentation des Problems wurde gezeigt, dass sich solche Problemstellungen einerseits durch Netzwerklösungsalgorithmen und andererseits durch Lösungsalgorithmen für lineare Programme, wie zum Beispiel dem Simplex oder Interior-Point-Verfahren, gelöst werden können. Dieses bildet anschließend die Grundlage für die Übertragung auf das Phase Unwrapping Problem, welche innerhalb des Edgelist-Algorithmus für die Anwendung auf dreidimensionalen Daten erweitert wird. Die Kanten zwischen den Bildpunkten werden hierbei als Restriktionen des Problems festgelegt. Die Erzeugung der räumlichen sowie zeitlichen Kanten wurde anhand von Abbildungen beschrieben. Am Ende des Kapitels wurde ein Vergleich zur ursprünglichen Übertragung des MCF-Verfahrens dargestellt, weil damit die entstehende Anzahl an Variablen und Restriktionen für beide Verfahren gegenübergestellt werden kann.

Angesichts der Abhängigkeit des Minimum Cost Flow Problems von den Kosten für den Fluss einer Mehrdeutigkeit auf der dazugehörigen Kante wird in Kapitel 6 die Modellierung von statistischen Kostenfunktion beschrieben. Hierbei wurde die Abhängigkeit des topographischen Phasenanteils sowie den der Deformation auf die Intensität und Kohärenz erläutert und durch das Modell von Chen und Zebker (2001) beschrieben. Die Implementierung der einzelnen Prozessierungsstufen des Edgelist-Algorithmus sowie die Möglichkeiten zur Auswahl der Lösungsansätze werden in Kapitel 7 in Form eines Flussdiagramms visualisiert.

Der praktische Teil dieser Masterarbeit beschäftigte sich mit der Implementierung und Verifizierung des Edgelist-Verfahrens. Infolge dessen wurden für die Verifizierung synthetischen Daten in Form von stark vereinfachten D-InSAR Aufnahmen erzeugt und in Kapitel 8 beschrieben. Um die Robustheit des Verfahrens gegenüber einem additiven Rauschen und einer von 1 unterschiedlichen Kohärenz zu testen, wurde die Implementierung auf drei Datensätze angewendet. Hierbei ergab sich das der Algorithmus auf unverrauschten Daten alle Phasenmehrdeutigkeiten richtig abwickelt. Bei den Datensätzen, welche durch Rauschen und Kohärenzeffekte beeinflusst wurden, ergab sich keine vollständig richtige Abwicklung, allerdings reichte die Anzahl der korrekt abgewickelten Pixel aus, um Form und Höhe des synthetischen Hügels richtig darzustellen.

Als abschließende Anwendung wurde das Verfahren in Kapitel 9 auf einen Stapel von 32 D-InSAR Aufnahmen der Niederrheinischen Bucht angewendet. Zur Reduzierung der Datenmenge wurden zwei Teildatensätze,

einer für Köln und einer für den Tagebau Hambach, erzeugt. Bei der Anwendung auf Realdaten wurde deutlich, dass der Edgelist-Algorithmus sehr lange Berechnungszeiten und einen hohen Speicherbedarf besitzt, wodurch dieser nur auf dünnbesetzten Szenen angewendet werden sollte. Aufgrund der Datengrundlage konnte keine Deformationsänderung abgeleitet werden, da sich die einzelnen Szenen teilweise auf unterschiedliche Masterszenen bezogen haben. Des Weiteren wurden wichtige Eigenschaften wie der Einfluss der Kosten für die zeitlichen Kanten beschrieben. Für das Datenbeispiel des Tagebaus Hambach stellte sich heraus, dass die dreidimensionalen Lösungsalgorithmen Anwendungen wie zum Beispiel das SBAS-Verfahren verbessern können, da durch die zusätzlichen Informationen der dritten Dimension kleinräumige, lokale Unterschiede besser abgewickelt werden können.

## 10.2 Ausblick

Durch die in Kapitel 8 und 9 dargestellten Anwendungen ergeben sich eine Reihe von Anknüpfungs- und Optimierungspunkten für weiterführende Arbeiten. Einerseits könnte die in Kapitel 6 beschriebene Bestimmung der Kosten für die zeitlichen Kanten verbessert werden, indem zusätzliche Informationen der räumlichen Kanten mit berücksichtigt werden. Somit könnten Resteinflüsse durch Kalibrierung oder unterschiedliche Rauschstärken der Interferogramme auf die Bestimmung der zeitlichen Kosten reduziert werden.

Eine zusätzliche Möglichkeit der Stabilisierung der Lösung wäre die Anbringung von Zusatzinformationen in Form von GPS-Messungen, was beim Edgelist-Algorithmus aufgrund der Kantenbedingungen sehr einfach einzufügen wäre. So könnten Bereiche, in denen nur sehr wenige Punkte oder nur lange Verbindungskanten vorkommen, stabilisiert werden.

Ein Optimierungspunkt im Bereich der Lösungsverfahren wäre die Nutzung von sogenannten Crossover-Verfahren, welche die Vorteile von Interior-Point-Verfahren und Simplex-Algorithmus kombinieren, um eine schnelle und vor allem plausible optimale Basislösung zu erhalten (Tunç, 2008).

Im Bereich der Anwendung wäre es durch das SBAS-Verfahren möglich zu überprüfen, inwieweit der topographische Restanteil der Phasenmehrdeutigkeiten durch den Edgelist-Algorithmus besser bestimmt werden kann, um so eine genauere Information der im Phasensignal enthaltenen Deformation berechnen zu können.

# 11. Danksagung

Danken möchte ich zunächst Prof. Dr. techn. Wolf-Dieter Schuh dafür, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat diese Masterarbeit an der Professur für Theoretische Geodäsie am Institut für Geodäsie und Geoinformation der Universität Bonn zu schreiben.

Ein besonderer Dank gilt auch meinem Betreuer Dipl.-Ing. Lutz Roesse-Koerner, der immer ein offenes Ohr für Fragen hatte und mir auch an schwierigen Stellen durch seine freundliche und hilfsbereite Art wirklich immer helfen konnte.

Des Weiteren möchte ich Ina Loth dafür danken, dass sie mich schon vor der Masterarbeit, im Rahmen der Seminare, mit der Thematik vertraut gemacht hat.

Weiterhin möchte ich mich auch bei Benjamin Damm bedanken, da er einen Großteil meiner Arbeit korrigiert hat und sich vor allem auch in der Schlussphase für kurzfristige Korrekturen immer Zeit genommen hat.

Ein besonderer Dank gilt hierbei meiner gesamten Familie, für die Geduld und Unterstützung, während meines gesamten Studiums.



# A. Bezeichnungen

## Allgemeines

$\psi$	Wrapped Phasenwert
$\phi$	Unwrapped Phasenwert
$\gamma$	Kohärenz
$\lambda$	Wellenlänge
$k_i$	Ganzzahlige Mehrdeutigkeiten im Punkt $i$
$B$	direkte Basislinie zwischen zwei Satelliten
$B_{\perp}$	effektive Basislinie
$L_{real}$	Länge der realen Aperture
$L_{synt}$	Länge der synthetischen Aperture
$Re(u_f)$	Realteil von $u_f$
$Im(u_f)$	Imaginärteil von $u_f$
$c$	Lichtgeschwindigkeit
$r$	Abstand Satellitenantenne zum Bodenpunkt
$\Delta t$	Zeitdifferenz zwischen aussenden und empfangen des Signals
$P_{rec}$	Leistung des empfangenen Signals
$P_s$	Leistung des abgestrahlten Signals
$G$	Antennengain
$\sigma$	Radarrückstreuquerschnitt
$\tau$	Dauer eines Signalimpulses
$\Theta$	Öffnungswinkel
$\Theta_i$	Lokaler Einfallswinkel
$h$	Höhenunterschied
$A$	Amplitude
$u_f$	Gesamtssignal des Rückstreuprozesses
$I$	Intensität
$\psi_{topo}$	Topographischer Phasenanteil
$\psi_{defo}$	Phasenanteil der Deformation
$\psi_{atmo}$	Atmosphärischer Phasenanteil
$\psi_{noise}$	Phasenanteil des Rauschens
$\psi_{flat}$	Phasenanteil der flachen Erde
$[b_i]$	Knotenpotential
$u_{ij}$	obere Kapazitätsgrenze der Kante (i,j)
$c_{ij}$	Kosten der Kante (i,j)
$x_{ij}$	Fluss der Kante (i,j)
$\pi(i)$	Duale Variable
$\delta_{ij}$	Duale Variable
$P_{ij}$	Positive Flussvariable
$Q_{ij}$	Negative Flussvariable
$g_k$	Kostenfunktion
$\sigma^0$	Querschnitt der beleuchteten Fläche
$\gamma_s$	Dekorrelationsfaktor

$\delta\phi_{max}$	Obere Grenze des Layover-Effekts
$\sigma_{\Delta\phi}$	Standardabweichung des lokalen Phasengradienten
$g_{lay}$	Kosten des Layover-Effekts
$\Delta\phi_I$	Mitte der Parabel nicht nicht Layerover-Kosten
$\Delta\phi_{crit}$	Schwellwert für Kostenbestimmung
$d_r$	Deformation in Signalrichtung
$g^{sparse}$	Kostenfunktion für dünnbesetzte Szene
$h_{max}^z$	Maximale Höhe des synthetischen Interferogramms
$h_{Gesamt}$	Maximale Gesamthöhe aller synthetischen Interferogramme
$\sigma_{bs}$	Rückstreuoeffizient
$\delta_{noise}$	Additives Rauschen

## Zufallszahlen

$\mathcal{A}$	Zufallsvektoren
$E\{\mathcal{A}\}$ ,	Erwartungswert eines Zufallsvektors
$\Sigma\{\mathcal{A}\}$	Kovarianzmatrix eines Zufallsvektors
$\mathcal{L}_t$	Zufallsprozess diskret
$\mathcal{L}(t)$	Zufallsprozess kontinuierlich
$\mathcal{F}()$	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

## Operatoren

$\mathcal{W}$	Wrapping Operator
$\Delta$	Differenzen Operator

## Matrizen und Vektoren

$x, \alpha$	Skalar
$\mathbf{a}$	Vektor
$\mathbf{A}$	Matrix
$\mathbf{A}_{[b \times u]}$	Matrix der Dimension $b \times u$

---

## B. Abkürzungen

CLP	COIN Linear Program
COIN-OR	Computational Infrastructure for Operations Research
DCT	Diskrete Cosinus Transformation
DEM	Digitales Höhenmodell
D-InSAR	Differentielle SAR Interferometrie
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
DTM	Deterministic one-tape Turing Machine
ERS-1/2	European Remote Sensing Satellite 1 and 2
ESA	European Space Agency
FFT	Fast Fourier-Transformation
FLAR	Forward Looking Real Aperture Radar
GPS	Globales Positionsbestimmungssystem
InSAR	Interferometric Synthetic Aperture Radar
kNN	k-Nearest-Neighbor
LOS	Line of Sight
MAP	Maximum a posteriori probability
MCF	Minimum Cost Flow
MRT	Magnetresonanztomographie
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NEST	Next ESA SAR Toolbox
NP	Nichtdeterministische Polynomialzeit
NP-schwer	Komplexitätsklasse des Problems
WDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
PSI	Persistent Scatterer Interferometry
PS	Persistent Scatterer
PUMA	Phase Unwrapping Max-Flow/Min-Cut
RADAR	Radio Detection and Ranging
RAR	Real Aperture Radar
RSG	Remote Sensing Package Graz

SAR	Synthetic Aperture Radar
SBAS	Small Baseline Subset
SCF	Statistical Cost Functions
SD	Standardabweichung
SLAR	Sidelooking Real Aperture Radar
SLC	Single-Look-Complex
SNR	Signal-Rausch-Verhältnis
SNAPHU	Statistical-Cost, Network-Flow Algorithm for Phase Unwrapping
SNR	Signal-to-noise ratio
SRTM	Shuttle Radar Topography Mission
StaMPS	Stanford Method for Persistent Scatterers
STS	Space Transportation System
TUM	Total unimodulare Matrix
WGS84	World Geodetic System 1984



# Abbildungsverzeichnis

2.1	Aufnahmegeometrie eines Sidelooking Real Aperture Radar (SLAR) Systems . . . . .	6
2.2	Messprinzip des SAR-Systems . . . . .	8
2.3	Aufnahmegeometrie der Radarinterferometrie (abgeänderte Darstellung aus Sörgel, 2006) . . . . .	9
2.4	Interferogramm (Amplitude) für die Stadt Köln aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook $5 \times 1$ (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996) . . . . .	11
2.5	Interferogramm (Phase) für den Tagebau Hambach aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook $5 \times 1$ (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996) . . . . .	11
2.6	Kohärenzbild für die Stadt Köln aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook $5 \times 1$ (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996) . . . . .	12
2.7	Kohärenzbild für den Tagebau Hambach aus dem Bereich der Niederrheinischen Bucht im Multilook $5 \times 1$ (Masterszene: ERS-1 10. Juni 1996, Slaveszene: ERS-2 11. Juni 1996) . . . . .	12
3.1	Darstellung der Aufnahmegeometrie . . . . .	16
3.2	Darstellung der Phasensprünge . . . . .	16
3.3	Beispiel eines “wrapped” Phasenfeldes . . . . .	18
3.4	Residuenbildung . . . . .	19
3.5	Gliederung der Phase Unwrapping Algorithmen . . . . .	20
4.1	Darstellung eines Flussnetzwerks mit gerichtetem Graphen: Knotendarstellung (rote Kreise) mit Knotenpotential ( $b$ ) und Kantendarstellung (grüne Pfeile) mit den Strukturparametern für Kapazitätsgrenze ( $u_{ij}$ ), Kosten ( $c_{ij}$ ), und Flussvariable ( $x_{ij}$ ) der Kante zwischen $i$ und $j$ . . . . .	24
4.2	Costantinis Definition von Knoten und Kanten: a) Vollbesetzte Szene: Knoten (grüne Kreise), Kanten in Azimuthrichtung (rote Pfeile), Kanten in Rangerichtung (blaue Pfeile); b) Szene mit PSI-Punkten: Knoten (grüne Kreise), Verbindungskanten (orange Pfeile) . . . . .	27
4.3	Darstellung des primalen und dualen Graphen eines Netzwerks . . . . .	29
5.1	Teilschritte zur Erzeugung der Kanten für den Edgelist-Algorithmus . . . . .	32
5.2	Darstellung der Triangulation als Netzwerk . . . . .	33
5.3	Modellierung des Gleichungssystems zur Lösung der Problemstellung 4 als lineares Programm . . . . .	35
6.1	Darstellung des Zusammenhangs zwischen Neigung der angestrahlten Erdoberfläche und der resultierenden Ground Range: a) geringe Steigung mit geringer Höhenänderung; b) starke Steigung mit kleinerer angestrahlten Fläche . . . . .	39

6.2	Darstellung des Layover Effekts (angepasste Abbildung aus Chen und Zebker (2001, S. 51): Für $r_1$ und $r_2$ fallen Bereiche der Vorder- und der Rückseite des Hügels in einem Pixel zusammen	39
6.3	Funktion für die Kostenbestimmung der Topographie (Abbildung aus Chen und Zebker, 2001, S. 62-63): a) Kostenfunktion für Range-Richtung; b) Kostenfunktion für Azimuth-Richtung; Gestrichelte Kostenfunktion wird angenommen, wenn $\Delta\phi_{max} \leq \Delta\phi_{crit}$ ist und somit kein Layover angenommen wird.	40
6.4	Funktion für die Kostenbestimmung der Deformation in Azimuth und Rangerichtung (Abbildung aus Chen und Zebker, 2001, S. 67); Gestrichelte Funktion wird angenommen, wenn $\gamma \geq \gamma_{min}$ ist.	42
6.5	Prozessierungsstufen bei der Bestimmung der Kosten für PSI-Punkte: a) Gitterdarstellung der Szene mit PSI-Punkten (rote Kästen), welche durch eine Delaunay Triangulation (schwarze Kanten) verbunden und von einem Voronoi-Diagramm (blaue Kanten) umgeben sind; b) Interpolation der nichtbesetzten Gitterpunkte durch eine knn-Nachbarschaftssuche; c) Darstellung der Kanten der vollbesetzten Szene, welche für die Gesamtkosten der jeweiligen Kante der Triangulation zusammengefasst werden (Pixel mit gleicher Farbe werden zu Gesamtkosten der Kante zusammengefasst). Unterscheidung der Gradienten in Azimuth- und Range-Richtung (rote Kanten bzw. schwarze Kanten)	43
7.1	Flussdiagramm des implementierten Edgelist-Algorithmus	46
7.2	Überblick aller implementierten Verfahren wie sie in der verallgemeinerten Phase Unwrapping Funktion nutzbar sind	48
8.1	Darstellung der Elevationsbilder des Stacks mit insgesamt drei Aufnahmen	55
8.2	3-D Darstellung der abgeleiteten Interferogramme für die Bilder <b>1-3</b> des Stacks: a) Unverrauschter Datensatz ( <b>1</b> ); b) Verrauschter Datensatz ( <b>2</b> )	55
8.3	2-D Darstellung der Interferogramme für die Bilder <b>1-3</b> des Stacks für Datensatz ( <b>3</b> ): a) Datensatz ohne Kohärenzeinfluss $\rightarrow \gamma = 1$ ; b) Datensatz mit geringer Kohärenz $\rightarrow \gamma = 0.8$	56
8.4	Abgewickelttes Phasenfeld für Bilder <b>1-3</b> des Stacks für Datensatz ( <b>2</b> ): a) Höhenmodell; b) Interferogramm; c) Ergebnis nach Abwicklung mit Edgelist-Algorithmus	58
8.5	Abgewickelttes Phasenfeld für Bilder <b>1-3</b> des Stacks für Datensatz ( <b>3</b> ): a) Höhenmodell; b) Interferogramm; c) Ergebnis nach Abwicklung mit Edgelist-Algorithmus	59
9.1	Darstellung des Aufnahmegebietes der Datengrundlage - Niederrheinische Bucht: Oranges Rechteck zeigt Ausschnitt für Teildatensatz 1 (Köln); Blaues Rechteck zeigt Ausschnitt für Teildatensatz 2 (Tagebau Hambach); Bild aus WorldWind World Map der NEST Toolbox (European Space Agency (ESA), 2014)	62
9.2	Darstellung der Ergebnisse für den Datensatz Köln (1. Szene aus Tabelle 9.1): a) Ergebnis des Edgelist-Algorithmus; b) Ergebnis des iterativen 2-D MCF-Verfahrens	63
9.3	Differenzbild zwischen den Ergebnissen der beiden, in Abbildung 9.2 dargestellten, Lösungen (Edgelist-2D MCF)	64

---

9.4	Darstellung der Ergebnisse für den Datensatz Tagebau Hambach: a) Ergebnis des Edgelist-Algorithmus; b) Ergebnis des iterativen 2-D MCF-Verfahrens; roter Kreis wird in Abbildung 9.6 als Layer auf ein Luftbild von Google Earth projiziert . . . . .	65
9.5	Differenzenbild zwischen den Ergebnissen der beiden, in Abbildung 9.2 dargestellten, Lösungen (Edgelist-2D MCF) . . . . .	66
9.6	Darstellung der Projektion der Pixelumgebung des roten Kreises aus Abbildung 9.4 auf ein Luftbild Google Earth V 7.1.2.2041. (September 24, 2014). Niederrheinische Bucht, Deutschland	66



---

# Tabellenverzeichnis

4.1	Tucker-Schema: Übertragungsregeln zwischen Primalen und Dualen Problem . . . . .	26
5.1	Anzahl der Parameter zur Darstellung einer 2-D Szene im MCF- und Edgelist-Algorithmus (entnommen aus Shanker (2010) Seite 73) . . . . .	36
8.1	Tabelle aller Festlegung als stichpunktartiger Überblick . . . . .	54
8.2	Tabelle der für die Testdatensätze festgelegte Parameter . . . . .	54
8.3	Variablenfestlegungen des Edgelist-Algorithmus für die Testdaten . . . . .	57
8.4	Auswertung der Abweichungen zwischen Höhenmodell und abgewickelten Phasenfeld jeweils für den gesamten Stack der Testdatensätze (1),(2) und (3) . . . . .	60
9.1	Tabelle der verwendeten Datensätze für den Vergleich aus Kapitel 9.3: Orange Zeilen wurden für den Datensatz von Köln und Blaue für den vom Tagebau Hambach verwendet . . . . .	63



# Literaturverzeichnis

- Ahuja, R. K., Hochbaum, D. S., und Orlin, J. B. (2003). Solving the convex cost integer dual network flow problem. *Management Science*, 49(7):950–964.
- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., und Orlin, J. B. (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.
- Antébi, E. (1983). Der Zweite Weltkrieg: das Radar. In *Die Elektronik Epoche*, pages 165–180. Birkhäuser Basel.
- Balz, T. (2007). *Echtzeitvisualisierung von SAR-Effekten mittels programmierbarer Grafikkhardware*. Dissertation, Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart.
- Berardino, P., Fornaro, G., Lanari, R., und Sansosti, E. (2002). A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 40(11):2375–2383.
- Bioucas-Dias, J., Silva, T. A., und Leitao, J. M. (1998). Adaptive restoration of speckled SAR images. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium Proceedings, 1998. IGARSS'98. 1998 IEEE International*, volume 1, pages 19–23. IEEE.
- Bioucas-Dias, J. und Valadão, G. (2007). Phase unwrapping via graph cuts. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 16(3):698–709.
- Chen, C. (2001). *Statistical-Cost Network-Flow Approaches to Two-Dimensional Phase Unwrapping for Radar Interferometry*. Dissertation, Stanford University.
- Chen, C. und Zebker, H. (2001). Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost functions in nonlinear optimization. *JOSA-A*, 18(2):338–351.
- Cong, X. Y. (2007). *Untersuchung von durch unterirdische Kernexplosionen verursachten Bodenabsenkungen mittels differentieller SAR-Interferometrie*. Diplomarbeit, Leibniz Universität Hannover.
- Costantini, M. (1997). A Phase Unwrapping Method Based on Network Programming. 406:261.
- Costantini, M., Malvarosa, F., und Minati, F. (2009). A general formulation for robust and efficient integration of finite differences and phase unwrapping on sparse multidimensional domains. In *Proc. ESA Fringe Workshop*.
- Costantini, M. und Rosen, P. A. (1999). A generalized phase unwrapping approach for sparse data. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 1999. IGARSS'99 Proceedings. IEEE 1999 International*, volume 1, pages 267–269. IEEE.
- Crosetto, M., Monserrat, O., Iglesias, R., und Crippa, B. (2010). Persistent Scatterer Interferometry. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 76(9):1061–1069.
- Dantzig, G. B. (1966). *Lineare Programmierung und Erweiterungen*. Springer.
- Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V. (DLR) (2009). TerraSAR-X: Das deutsche Radar-Auge im All. Missions-Broschüre.

- Dias, J. M. und Leitão, J. M. (2002). The Z  $\pi$ M algorithm: a method for interferometric image reconstruction in SAR/SAS. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 11(4):408–422.
- DIN DE 18716/3:2012-08 (2012). Photogrammetrie und Fernerkundung - Begriffe. Teil 3: Allgemeine Begriffe.
- Eineder, M. (2003). Efficient simulation of SAR interferograms of large areas and of rugged terrain. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 41(6):1415–1427.
- European Space Agency (ESA) (2014). Next ESA SAR Toolbox (NEST). Website. Online erhältlich unter <https://earth.esa.int/web/nest/home>; abgerufen am 22.09.2014.
- Even, M., Schunert, A., Schulz, K., und Soergel, U. (2009). PSInSAR: detection of localized surface deformations with a modified StaMPS-algorithm. In *SPIE Europe Remote Sensing*, pages 74771K–74771K. International Society for Optics and Photonics.
- Farr, T. G., Rosen, P. A., Caro, E., Crippen, R., Duren, R., Hensley, S., Kobrick, M., Paller, M., Rodriguez, E., Roth, L., Seal, D., Shaffer, S., Shimada, J., Umland, J., Werner, M., Oskin, M., Burbank, D., und Alsdorf, D. (2007). The Shuttle Radar Topography Mission. *Reviews of Geophysics*, 45(2).
- Ferretti, A., Monti-Guarnieri, A., Prati, C., und Fabio, R. (2007). *InSAR Principles: Guidelines for SAR Interferometry Processing and Interpretation*. European Space Agency.
- Ferretti, A., Prati, C., und Rocca, F. (2001). Permanent scatterers in SAR interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 39:8–20.
- Ford, L. und Fulkerson, D. R. (1962). *Flows in networks*, volume 1962. Princeton Princeton University Press.
- Garey, M. R. und Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman & Co., New York, NY, USA.
- Goldstein, R. M. und Werner, C. L. (1998). Radar interferogram filtering for geophysical applications. *Geophysical Research Letters*, 25(21):4035–4038.
- Goldstein, R. M., Zebker, H. A., und Werner, C. L. (1988). Satellite radar interferometry: Two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*, 23(4):713–720.
- Gutjahr, K. (2007). *INSAR-Blockausgleich*. Dissertation, Technische Universität Graz, Institut für Digitale Bildverarbeitung der Forschungsgesellschaft Joanneum Research.
- Halsig, S. (2012). *Integrierte Modellierung von InSAR- und Nivellementmessungen zur Detektion großräumiger Deformationen der Erdoberfläche*. Masterarbeit, Rheinische Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn.
- Hanssen, R., Teunissen, P., und Joosten, P. (2001). Phase ambiguity resolution for stacked radar interferometric data. pages 317–320.
- Holpp, W. (2004). Das Jahrhundert des Radars: von Christian Hülsmeier zur Shuttle Radar Topography Mission.
- Hooper, A., Spaans, K., Bekaert, D., Cuenca, M. C., Arikan, M., und Oyen, A. (2010). StaMPS/MTI Manual. *Delft University of Technology*.
- Hooper, A., Zebker, H., Segall, P., und Kampes, B. (2004). A new method for measuring deformation on volcanoes and other natural terrains using InSAR persistent scatterers. *Geophysical research letters*, 31(23).



- Hooper, A. und Zebker, H. A. (2007). Phase unwrapping in three dimensions with application to InSAR time series. *JOSA A*, 24(9):2737–2747.
- Jakowatz Jr., C., Wahl, D., Eichel, P., Ghiglia, D., und Thompson, P. (1996). *Spotlight-mode Synthetic Aperture Radar: A signal processing approach*. Kluwer Academic Publishers.
- Jenkinson, M. (2003). Fast, automated, N-dimensional phase-unwrapping algorithm. *Magnetic resonance in medicine*, 49(1):193–197.
- Jensen, P. A. und Bard, J. F. (2003). *Operations research models and methods*. John Wiley & Sons Incorporated.
- Kalkuhl, M. (2009). Modulare Simulation komplexer SAR-Szenarien: Signalgenerierung, Positionsschätzung und Missionsplanung.
- Kampes, B. M. (2006). *Radar interferometry: persistent scatterer technique*, volume 12. Springer.
- Karmarkar, N. (1984). A new polynomial-time algorithm for linear programming. In *Proceedings of the sixteenth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 302–311. ACM.
- Kelly, P. A., Derin, H., und Hartt, K. D. (1988). Adaptive segmentation of speckled images using a hierarchical random field model. *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, 36(10):1628–1641.
- Kircher, M. (2004). *Analyse flächenhafter Senkungerscheinungen in sedimentären Gebieten mit den neuen Techniken der Radarfernerkundung - am Beispiel der Niederrheinischen Bucht -*. Dissertation, Universität Bonn.
- Klausing, H. und Holpp, W. (2000). Radar mit realer und synthetischer Apertur. *Verlag Oldenburg: Oldenburg*.
- Klein, R. (2005). Algorithmische Geometrie: Grundlagen, Methoden, Anwendungen. eXamen.press. Springer Berlin Heidelberg.
- Megiddo, N. (1991). On finding primal-and dual-optimal bases. *ORSA Journal on Computing*, 3(1):63–65.
- Meyer, F. J. (2004). Simultane Schätzung von Topographie und Dynamik polarer Gletscher aus multi-temporalen SAR Interferogrammen. *Deutsche Geodätische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften (München), Reihe C: Dissertationen (ISSN 0065-5325), Heft Nr. 579, p. 1-113 (2004), ISBN 3-7696-5018-2. Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur-und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Dr.-Ing. genehmigten Dissertation.*, 579:1–113.
- Moll, A. (2007). *Radarinterferometische Untersuchungen mit ERS-1/2 auf der Antarktischen Halbinsel*. Dissertation, Universität Bonn.
- Pepe, A. und Lanari, R. (2006). On the extension of the minimum cost flow algorithm for phase unwrapping of multitemporal differential SAR interferograms. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 44(9):2374–2383.
- Ren, K., Prinnet, V., Shi, X., und Wu, G. (2003). Simulation of interferogram image for spaceborne SAR system. In *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2003. IGARSS'03. Proceedings. 2003 IEEE International*, volume 6, pages 3824–3826. IEEE.
- Richards, M. A. (2007). A Beginner's Guide to Interferometric SAR Concepts and Signal Processing. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 22(9):5–29.

- Ridder, J. (2009). Wegeprobleme der Graphentheorie.
- Schuh, W. D. (1985). Transforming the L1-Norm adjustment of a leveling network into a flow problem. *7 th International Symposium on Geodetic Computations*.
- Schwäbisch, M. (1995). *Die SAR-Interferometrie zur Erzeugung digitaler Geländemodelle*. Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt Köln: Forschungsbericht. DLR, Abt. Operative Planung.
- Seifert, P. und Zink, M. (1993). Synthetik-Apertur-Radar-Technik und Anwendung. *Physik in unserer Zeit*, 24(1):24–32.
- Shanker, A. (2010). *Persistent Scatterer Interferometry in Natural Terrain*. Dissertation, Department of electrical engineering and the committee on graduate studies of Stanford University.
- Shanker, A. und Zebker, H. (2010). Edgelist phase unwrapping algorithm for time series InSAR analysis. *JOSA-A*, 27(3):605–612.
- Sörgel, U. (2006). Stand der Technik und Trends der Radarfernerkundung. *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Geodäsie und Geoinformatik der Leibniz Universität Hannover*, (263):295–302.
- Suhl, L. und Mellouli, T. (2013). *Optimierungssysteme: Modelle, Verfahren, Software, Anwendungen*. Springer DE.
- Teunissen, P. (1995). The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation. *JoG*, (70):65–82.
- Tunç, B. (2008). *Der Simplexalgorithmus und Innere-Punkt-Methoden zur Lösung linearer Optimierungsprobleme*. Diplomarbeit, Ruhr-Universität Bochum.
- Xu, G. (2010). *Sciences of Geodesy-I: Advances and Future Directions*. Springer.
- Ying, L. (2006). Phase unwrapping. *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering*.
- Zebker, H. A. und Villasenor, J. (1992). Decorrelation in interferometric radar echoes. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 30(5):950–959.

# 3-D Phase Unwrapping algorithms to solve phase ambiguities in D-InSAR stacks

Sebastian Walzog

Department of Theoretical Geodesy, Institute of Geodesy and Geoinformation, University of Bonn, Germany

*Abstract* – Near Earth satellites and airborne radar systems with synthetic aperture (SAR) supply a wide range of data products. Thus, several differential synthetic aperture radar interferograms (D-InSAR), connected as a time stack, may be used to determine surface deformation rates caused by sliding slopes or surface mining. For these applications the Phase Unwrapping is an essential point during the analysis due to the periodicity of the emitted signal. So the accuracy of the solution depends on the recovering of the absolute phase by fixing the ambiguities. The objective of this study is to solve this ill-posed problem by applying the 3-D Edgelist algorithm of Shanker and Zebker (2010) to a stack of D-InSAR images and compare the solution to a stepwise 2-D Minimum Cost Flow (MCF) procedure. The algorithm and the required costs are implemented in MATLAB under the assumption of statistical cost functions developed by Chen and Zebker (2001). The implementation is verified by simulated data stacks to avoid misinterpretations during the analysis of real data, which are in the territory of the Lower Rhine Embayment in Germany.

*Key words:* 3-D Phase Unwrapping, Edgelist-Algorithm, Minimum Cost Flow, D-InSAR

---

## 1. Introduction

The radar technology applies to a wide spectrum of research areas for example Meteorology, Geology and remote sensing (Seifert and Zink 1993). This active, weather-independent system emits an electromagnetic impuls and measures the amplitude and phase as a complex signal of the backscattering energy. Beside the Digital Elevation Model (DEM) as a result of the interferometric SAR (InSAR), the differential INSAR (D-InSAR) is used for generating deformation maps of the Earth surface (Hanssen et al. 2001). One of the most important step in this analysis is the Phase Unwrapping (PU) because the system only measures phase in the value range from  $-\pi$  to  $\pi$ . To recover the absolute phase  $\phi$  from the wrapped phase  $\psi$  many approaches and algorithms have been developed in the last years. In general these algorithms can be divided into two-, three- and n-dimensional types. The 2-D procedures only use one interferogram, while 3-D approaches use a stack of this data types, whereby the third axis is the time. Due to the additional dimension as observations, the recovering of the phase ambiguities becomes more stable and should improve the solution (Hooper and Zebker 2007). The Edgelist algorithm, developed by Shanker and Zebker (2010) belongs to this class of phase unwrapping approaches and uses the network programming formulation from Costantini (1997) to get a dimensionless approach for the

unwrapping problem. According to the resulting Minimum Cost Flow (MCF) problem, the ambiguities can be fixed by solving an linear program with the Interior-Point- or Simplex algorithm or with a network solver, which are described in Ahuja et al. (1993).

## 2. Edgelist-Algorithm

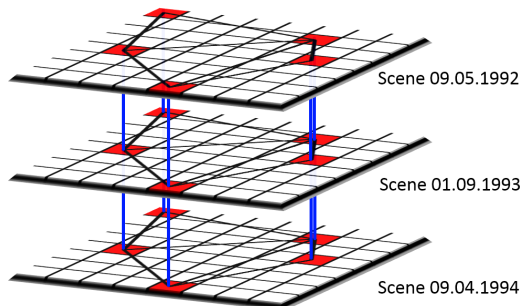
Generally Phase Unwrapping denotes the solving of phase ambiguities within the wrapped phase field. The difference between the wrapped phase  $\psi$  and unwrapped phase  $\phi$  are the ambiguities  $k$ , which are integer multiples of  $2\pi$ , defined by the formula,

$$\phi_i = \psi_i + 2\pi k_i, \quad \text{where } i = 1 \dots N \text{ and } k \in \mathbb{Z}. \quad (1)$$

To calculate the integer ambiguities  $k$  from formula (1), the residuals of the difference between the wrapped and the unwrapped phase must be minimized. The 3-D Phase Unwrapping algorithm of Shanker and Zebker (2010) minimizes this assumption by introducing edges between neighboring pixel in spatial and time dimension. For sparse images a Delaunay Triangulation is carried out for all points (Vertices). The triangulation is projected on every interferogramm of the stack and produces spatial and temporal edges (see Fig. 2). Within the minimum  $L^1$ -norm cost flow problem (see Fig. 1) every edge produces a restriction, where  $k$  are the nodepotentials, which represents the ambiguities of the unwrapped pixels.  $P$  and  $Q$  describe the positive and negative low/ambiguities on the edges.

<b>PROBLEM 1:</b>	EDGELIST-ALGORITHM
<b>Restriction:</b>	$\mathbf{k}_j - \mathbf{k}_i + \mathbf{P}_{ij} - \mathbf{Q}_{ij} = \left[ \frac{\psi_i - \psi_j}{2\pi} \right],$ $\forall (i, j) \in \mathbf{E}$
<b>Variables:</b>	$\mathbf{k}_i \in \mathbb{N}, \quad \text{for } i = 1 \dots N;$ $0 \leq \mathbf{P}_{ij} \leq u_{ij} \in \mathbb{N};$ $0 \leq \mathbf{Q}_{ij} \leq u_{ij} \in \mathbb{N}$
<b>Obj. function:</b>	$\sum_{\forall (i, j) \in \mathbf{E}} c_{ij} (\mathbf{P}_{ij} - \mathbf{Q}_{ij}) \dots \text{Min}$

**Figure 1:** Edgelist-algorithm definition as primal minimal  $L^1$ -norm cost flow in normal form

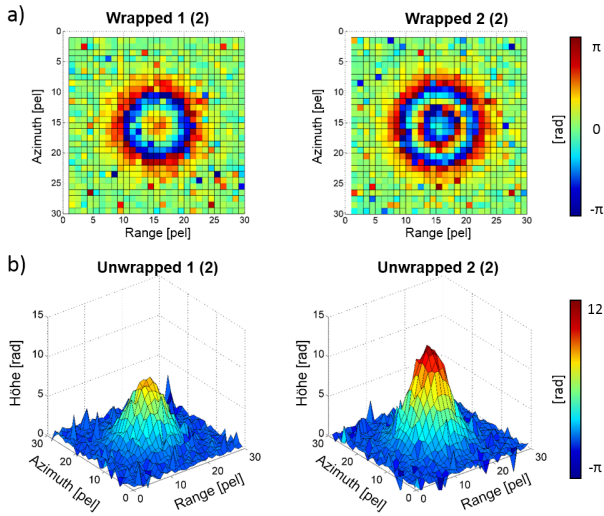


**Figure 2:** Edge definition: PSI-Points (red squares), spatial edges (black lines), temporal edges (blue lines)

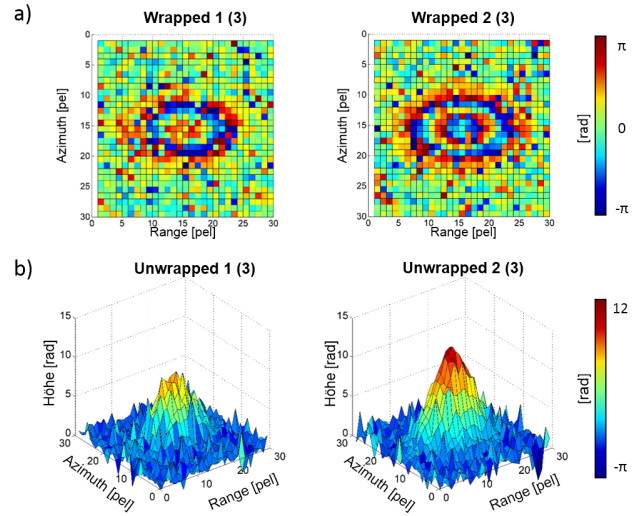
## 3. Data

The Edgelist algorithm is verified with three synthetic data images, which consist of a single gaussian distributed hill and a linear deformation (Jakowatz Jr. et al. 1996). The resulting interferogram is divided into a dataset without influences (1), with an *additive noise* of  $0.22 \text{ rad}$  (2) and one with *coherence* 0.8 (3). Furthermore, the algorithm is applied to a stack with 6 D-InSAR real images (Multilook 80) of an area in the Lower Rhine Embayment. This area is divided into a section of Cologne and another of the open-cast mining Hambach. The solution of the Edgelist algorithm is compared to the solution of an iterative 2-D MCF approach so that differences, due to the third dimension, can be determined.

### 4. Verification with Synthetic Data



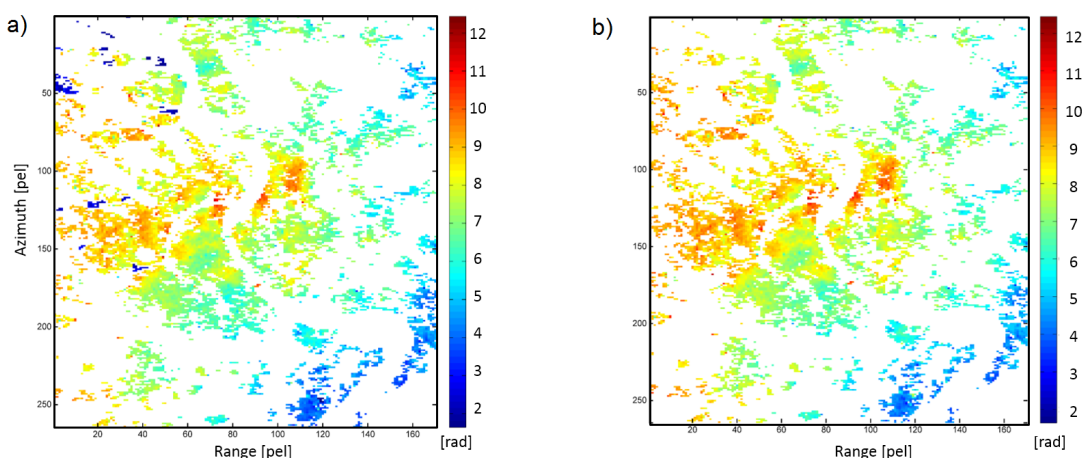
**Figure 3:** Results for image 1 & 2 for dataset (2):  
a) wrapped dataset; b) unwrapped dataset



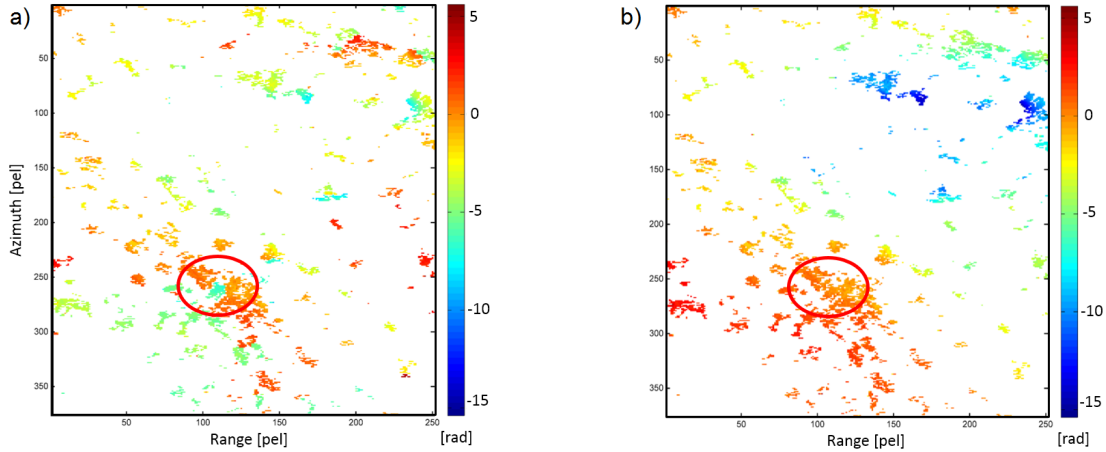
**Figure 4:** Results for image 1 & 2 for dataset (3):  
a) wrapped dataset; b) unwrapped dataset

For dataset 1 all phases have been unwrapped correctly. The results in Figure 3 and 4 clearly show that the Edgelist algorithm can't solve the ambiguities for all pixel correctly, because the second dataset has 23 pixel and the third has 45 pixel wrongly unwrapped. Minor changes from 1 of the coherence can produce a significant amount of noise. Because of these influences the interferograms should be filtered before applying the phase unwrapping.

### 5. Results of Real Data



**Figure 5:** Results for the subset of cologne: a) Sparse image unwrapped by Edgelist-algorithm; b) Sparse image unwrapped by iterative 2D-MCF algorithm



**Figure 6:** Results for the subset of the open-cast mining Hambach: a) Sparse image unwrapped by Edgelist-algorithm; b) Sparse image unwrapped by iterative 2D-MCF algorithm

The comparison of the the two phase unwrapping approaches for the subset of cologne, as illustrated in Figure 5, shows that both algorithms provide similar results. However some incorrect absolute phases are on the left side of the image. Consequently these deviations may arise due to different cost functions and residual noise. In Figure 6 the results differ in numerous areas. Within the red circle in a) a local change from orange to green can be seen in contrast to image b). Including aerial images the green spot belongs to arable land and the orange to urban areas. So the differences may cause to the residual topography in the D-InSAR signal, which can be better detected by the Edgelist algorithm. Therefore small local ambiguity changes can be detected to the addition time dimension, which makes it an improvement besides two dimensional approaches.

## 6. Conclusions

The Edgelist algorithm has advantages in the detection of local varying phase ambiguities because of the additional time dimension. This could bring an improvement to procedures, such as the Short Baseline Subset (SBAS) from Berardino et al. (2002), which calculate the residual topography to eliminate these from the deformation signal. Furthermore the determination of the costs for the temporal edges is an important step thereby the additional information brings an improvement. One disadvantage of the Edgelist procedure is that it needs a lot of storage space and computing time to solve the problem. This could be improved by using network solver or crossover methods, which combine the advantages of the Interior-Point- and the Simplex approach. For this reason the Edgelist algorithm should be used only on a stack of interferograms even if single images could be unwrapped.

## References

- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., and Orlin, J. B. (1993). *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA.
- Berardino, P., Fornaro, G., Lanari, R., and Sansosti, E. (2002). A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential sar interferograms. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, 40(11):2375–2383.
- Chen, C. and Zebker, H. (2001). Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost functions in nonlinear optimization. *JOSA-A*, 18(2):338–351.
- Costantini, M. (1997). A phase unwrapping method based on network programming. 406:261.
- Hanssen, R., Teunissen, P., and Joosten, P. (2001). Phase ambiguity resolution for stacked radar interferometric data. pages 317–320.
- Hooper, A. and Zebker, H. A. (2007). Phase unwrapping in three dimensions with application to insar time series. *JOSA A*, 24(9):2737–2747.
- Jakowatz Jr., C., Wahl, D., Eichel, P., Ghiglia, D., and Thompson, P. (1996). *Spotlight-mode Synthetic Aperture Radar: A signal processing approach*. Kluwer Academic Publishers.
- Seifert, P. and Zink, M. (1993). Synthetik-Aperture-Radar-Technik und Anwendung. *Physik in unserer Zeit*, 24(1):24–32.
- Shanker, A. and Zebker, H. (2010). Edgelist phase unwrapping algorithm for time series insar analysis. *JOSA-A*, 27(3):605–612.





## Motivation

Die differentielle radarinterferometrische Prozessierung (D-InSAR) kann zur Detektion und Lokalisation von Rutschhängen oder Erdoberflächenbewegungen, wie sie im Gebiet der Niederrheinischen Bucht durch sogenannte Sumpfingeffekte entstehen, genutzt werden. Einer der wichtigsten Prozessierungsschritte für die Genauigkeit dieser Datenprodukte ist das Lösen der Phasenmehrdeutigkeiten (Phase Unwrapping). Aufgrund der Periodizität des ausgesendeten Signals ergeben sich für die Phasenmessungen ganzzahlige Mehrdeutigkeiten, wodurch sich die beobachteten Phasenwerte im Wertebereich von  $[-\pi, \pi]$  befinden (s. Abb. 1).

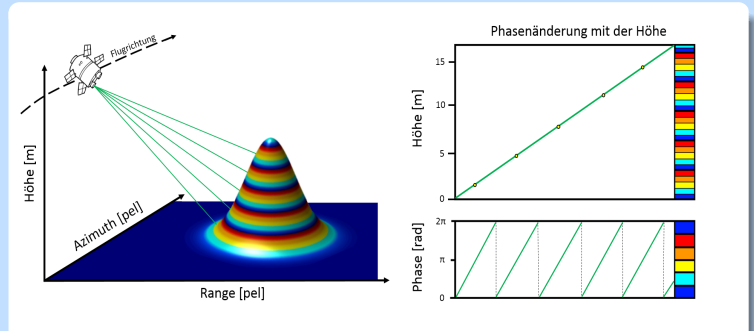


Abbildung 1: Darstellung des mehrdeutigen Phasensignals

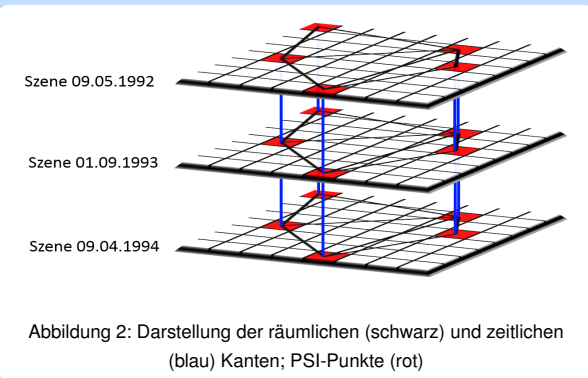


Abbildung 2: Darstellung der räumlichen (schwarz) und zeitlichen (blau) Kanten; PSI-Punkte (rot)

## Konzept des Edgelist-Algorithmus

Die 3-D Verfahren können mehrere Aufnahmen verschiedener Aufnahmezeitpunkte bei der Lösung der Phasenmehrdeutigkeiten verwenden, um so durch die zusätzliche Dimension der Zeit eine bessere Abwicklung und die Lösung des gesamten Stapels in einem Schritt zu erhalten. Das Edgelist-Verfahren, welches von Shanker und Zebker (2010) entwickelt wurde, basiert auf der Verallgemeinerung der Übertragung des Phase Unwrappings auf ein Minimum Cost Flow (MCF) Problem. Hierbei werden räumliche und zeitliche Kanten zwischen benachbarten Bildpunkten der Aufnahme als Restriktion festgelegt (s. Abb. 2). Die Kanten zwischen den einzelnen Punkten werden durch eine Delaunay Triangulation bestimmt. Die Phasenmehrdeutigkeiten werden mit Hilfe eines linearen Programms gelöst.

## Darstellung der Ergebnisse

Zur Verifizierung der Implementierung des Edgelist-Algorithmus wurde dieser auf synthetische Daten angewendet. Hierbei wurde unter anderem der Einfluss auf eine Kohärenz von 0.8 getestet (s. Abb. 3). Das Verfahren rekonstruierte die absolute Phase für einen Großteil der Pixel. Es wurde deutlich, dass eine Filterung des Rauschens die Lösung der Phasemehrdeutigkeiten entscheidend verbessern kann. Um die Verbesserung der Mehrdeutigkeitlösung durch die zusätzliche Dimension der Zeit zu bestimmen, wurden für die Stadt Köln 6 D-InSAR Aufnahmen einerseits mit dem Edgelist und andererseits mit einem iterativen 2-D MCF-Verfahren abgewickelt. Im direkten Vergleich ergaben für einen Großteil des Gebietes die gleichen absoluten Phasenwerte in beiden Verfahren. In den Außenbereichen kam es allerdings zu Unterschieden (s. Abb. 4). In anderen Testgebieten zeigte der Edgelist-Algorithmus eine bessere Anpassung auf lokale Variationen des Phasensignals.

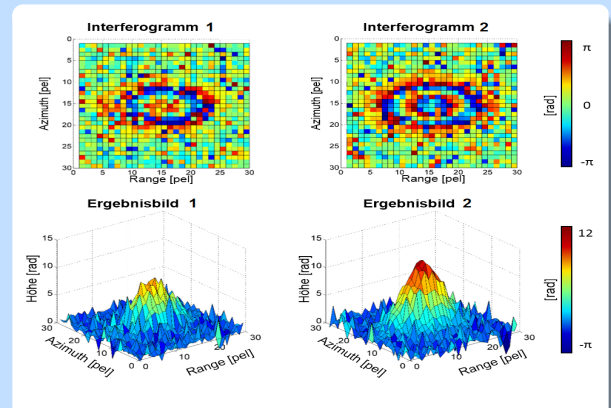


Abbildung 3: Ergebnisse der synthetischen Daten

## Fazit und Ausblick

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Edgelist-Algorithmus mindestens genauso gute Ergebnisse liefert, wie ein zweidimensionaler MCF-Ansatz. Hierbei kann das 3-D Verfahren sensibler auf lokale Variationen reagieren, falls die einzelnen Szenen des Datenstapels untereinander kalibriert sowie durch Filtertechniken, wie dem Goldsteinfilter, von großen Rauscheffekten befreit wurden. Es könnte überprüft werden, ob das 3-D Verfahren für das SBAS-Verfahren eine bessere Bestimmung des Restanteils der Topographie ermöglicht. Ein Crossover-Verfahren könnte die Abwicklung durch Lösen eines linearen Programms beschleunigen.

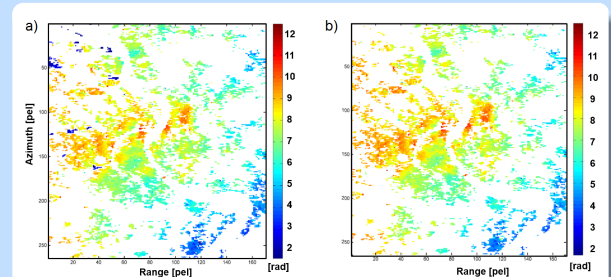


Abbildung 4: a) Ergebnis Edgelist; b) Ergebnis 2-D iteratives MCF

## Literatur

- ▶ Shanker, A.P. und Zebker, H.A. (2010): Edgelist phase unwrapping algorithm for time series InSAR analysis. JOSA-A, 27(3): 605-612
- ▶ Chen, C. und Zebker, H. (2001): Two-dimensional phase unwrapping with use of statistical models for cost function in nonlinear optimization. JOSA-A, 18(2): 338-351